

RV 减速器摆线轮组合修形及优化

张哲衍¹, 柳 丽^{1*}, 罗利敏², 李国平¹, 莫绪伦²

(1. 宁波大学 浙江省零件轧制成形技术研究重点实验室, 浙江 宁波 315211;

2. 宁波中大力德智能传动股份有限公司, 浙江 宁波 315301)

摘要: 为提高 RV 减速器的传动性能, 本文针对摆线轮齿廓的工作区域及组合修形方法等展开研究. 对应用广泛的“等距+移距”修形进行组合比较, 确定“正等距+负移距”的组合方式下初始间隙最小, 即啮合刚度最高; 分析针齿与摆线轮啮合的极限位置, 推导摆线轮的实际工作区域, 并对其采用遗传算法寻找最优修形量, 使组合修形逼近转角修形所得齿廓. 结果显示, 该方法得到的摆线轮齿廓在工作区域内更接近共轭齿廓, 且在齿顶与齿根处有合适的径向间隙, 可在提高摆线轮强度的同时有效补偿制造误差和安装误差, 对摆线轮的修形方式选择及修形量确定具有一定的借鉴意义.

关键词: 摆线轮; 工作区域; 组合修形; 遗传算法; 误差补偿

中图分类号: TH132

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2022) 01-0063-05

RV 减速器是在摆线针轮传动基础上开发的一种高精度传动装置, 具有传动比大、结构紧凑、运动精度高、刚度大、磁滞误差小和传动效率高的优点^[1], 广泛应用于工业机器人、航空航天等领域^[2]. 摆线轮作为 RV 减速器的关键传动部件, 其齿形轮廓直接影响传动精度、效率、寿命等重要性能^[3]. 故研究摆线轮的最佳修形方法及修形量具有重要的现实意义.

李力行^[4]阐述了摆线轮齿廓修形的 3 种基本方式, 即等距、移距以及转角修形. Wang 等^[5]通过比较不同修形组合下的初始啮合间隙大小, 探寻啮合刚度最高的组合. 于影等^[6]通过分析针齿啮合的两个极限位置, 推导出摆线轮与针齿啮合的实际工作范围. Ren 等^[7]提出一种通过关键点来定义摆线轮修形齿廓的修形方法, 并通过数值实验验证了该方法能有效提高摆线针轮传动的承载能力. Li 等^[8]在修形过程中考虑压力角的影响, 提出一种新的齿廓修形数学模型.

本文综合 3 种基本齿廓修形方式的优点, 在摆线轮啮合刚度最大的修形组合下使实际工作区域

内“等距+移距”修形所得齿廓逼近转角修形所得齿廓. 采用遗传算法对该区域齿廓直接寻优, 提高了优化效果. 通过对某企业 RV20E-ASSY-81i 型减速器摆线轮的优化, 验证了该方法的实用性.

1 摆线轮组合修形

1.1 摆线轮齿廓方程

与针齿共轭且无啮合间隙的摆线轮齿廓称为标准齿廓^[9]. 实际应用中, 为补偿制造误差并确保良好的润滑, 必须对摆线轮轮廓进行修形. 根据摆线轮啮合及成形机理, 有如图 1 所示的摆线轮齿形曲线.

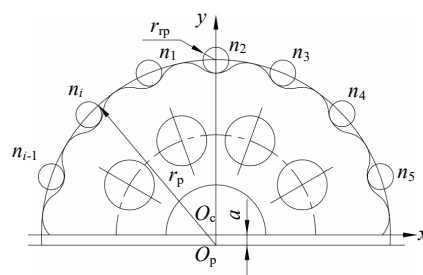


图 1 摆线轮齿形曲线

收稿日期: 2021-06-07.

宁波大学学报(理工版)网址: <http://journallg.nbu.edu.cn/>

基金项目: 宁波市“科技创新 2025”重大专项(2018B10007, 2019B10078, 2018B10005).

第一作者: 张哲衍(1995-), 男, 浙江慈溪人, 在读硕士研究生, 主要研究方向: 结构优化设计. E-mail: zhangzheyang1011@163.com

*通信作者: 柳丽(1968-), 女, 甘肃民勤人, 副教授, 主要研究方向: 机构设计与分析等. E-mail: liuli@nbu.edu.cn

图 1 中, O_p 为针齿分布圆中心, O_c 为摆线轮几何中心. 以 O_c 为原点, 通过该原点的摆线轮齿槽对称轴为 y_c 轴, 则包括 3 种修形方法的摆线轮齿廓通用方程^[10]为:

$$\begin{cases} x_c = [r_p - \Delta r_p - (r_{tp} + \Delta r_{tp}) S_r^{-1/2}] \times \\ \sin[(1 - i^H)\varphi - \delta] + \frac{a}{r_p - \Delta r_p} \times [r_p - \Delta r_p - \\ z_p (r_{tp} + \Delta r_{tp}) S_r^{-1/2}] \times \sin(i^H \varphi + \delta), \\ y_c = [r_p - \Delta r_p - (r_{tp} + \Delta r_{tp}) S_r^{-1/2}] \times \\ \cos[(1 - i^H)\varphi - \delta] - \frac{a}{r_p - \Delta r_p} \times [r_p - \Delta r_p - \\ z_p (r_{tp} + \Delta r_{tp}) S_r^{-1/2}] \times \cos(i^H \varphi + \delta), \end{cases} \quad (1)$$

式中: i^H 为摆线轮与针齿传动比, $i^H = z_p / z_c$; z_p 为针齿齿数; z_c 为摆线轮齿数; φ 为转臂相对某一针齿中心转角, 即啮合相位角; r_p 为针齿分布圆半径; r_{tp} 为针齿半径; a 为偏心距; $S_r = S_r(K'_1, \varphi) = 1 + K'_1{}^2 - 2K'_1 \cos \varphi$, 其中 K'_1 为移距修形时齿廓的短幅系数, $K'_1 = az_p / r_p - \Delta r_p$; Δr_p 、 Δr_{tp} 、 δ 分别为移距、等距、转角修形量.

1.2 不同修形方式的初始间隙

上述 3 种修形方法中, 转角修形所获得的摆线轮齿廓属于共轭齿廓, 可保证传动的平稳性, 但其磨出的摆线轮在齿顶和齿根处无法产生间隙, 故不能单独使用. 而等距修形与移距修形磨削工艺简单, 且可根据具体要求获得合适的径向间隙, 故在实际应用中多采用等距、移距或其组合的方式进行齿廓修形.

摆线轮经等距、移距修形后会其理论啮合点(标准摆线轮与针齿的啮合点)的法线方向产生初始间隙. 初始间隙的大小影响摆线轮与针齿的啮合对数, 从而影响其啮合刚度. 现分析不同修形方式的初始间隙.

规定: 在磨削摆线轮时, 砂轮齿廓半径增大 Δr_p 为正等距, 砂轮向工作台靠近 Δr_p 为正移距. 则, 等距与移距组合修形产生的初始间隙为^[5]:

$$\Delta(\varphi_i) = \Delta r_{tp} \left(1 - \frac{\sin \varphi_i}{\sqrt{1 + K_1^2 - 2K_1 \cos \varphi_i}} \right) + \frac{\Delta r_p (1 - K'_1 \cos \varphi_i - \sqrt{1 - K_1'^2} \sin \varphi_i)}{\sqrt{1 + K_1'^2 - 2K_1' \cos \varphi_i}}, \quad (2)$$

式中: φ_i 为转臂相对第 i 个针齿中心的转角; K_1 为不修形时齿廓的短幅系数, $K_1 = az_p / r_p$.

以某企业 RV20E-ASSY-81i 型减速器的摆线轮为例, 其基本参数见表 1.

表 1 RV20E-ASSY-81i 型减速器摆线轮基本参数

针齿分布圆 半径/mm	针齿半径/ mm	偏心距/ mm	摆线轮 齿数	针齿 齿数
51.5	2.5	1	39	40

给定径向间隙 $\Delta r = 0.005$ mm, 即 $\Delta r_{tp} + \Delta r_p = 0.005$ mm. 考虑采用等距、移距组合的方式进行齿廓修形. 等距与移距共有 4 种修形组合方式, 由于负等距、负移距的组合无法产生啮合间隙, 故选择表 2 中的 3 组不同修形组合, 根据文献^[11]初步确定其修形量.

表 2 不同修形组合的修形量 mm

修形组合	等距修形量	移距修形量
正等距+正移距	0.0135	0.0085
负等距+正移距	-0.0085	0.0135
正等距+负移距	0.0135	-0.0085

不同修形组合下的初始间隙分布曲线如图 2 所示($\varphi_i = 0 \sim 180^\circ$).

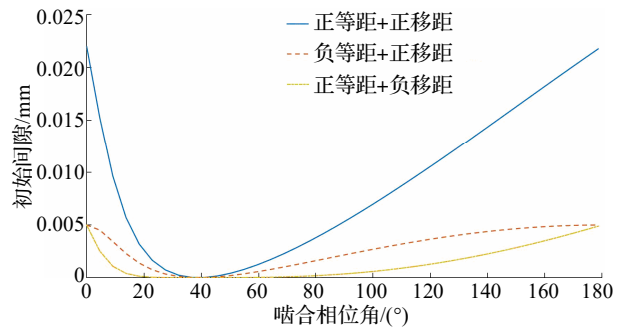


图 2 不同修形组合下的初始间隙

由图 2 可知, 相比其他修形方式, “正等距+负移距”的修形组合可获得更小的初始啮合间隙. 更小的初始间隙不但更接近标准齿形曲线, 还可使修形后的摆线轮与针齿的啮合对数增加, 提高啮合刚度. 因此, 本文选择“正等距+负移距”的组合进行摆线轮修形.

2 摆线轮工作区域

在摆线轮的工作过程中, 并非所有齿廓都参与啮合, 因此在摆线轮齿廓修形优化之前, 需确定

其工作区间, 从而确保优化结果的可靠性.

2.1 摆线轮工作区域分析

将针齿按如图 1 所示规律编号, 以 O_p 为坐标原点建立如图 3 所示的坐标轴, 其中 O 点为针齿中心, P 点为摆线轮与针齿内啮合过程中的节点. 设 O' 、 O'' 分别为针齿与摆线轮的初始啮合点与终止啮合点, 则摆线轮工作区域所对应的啮合相位角 φ 即为 $\angle O'O_cO''$.

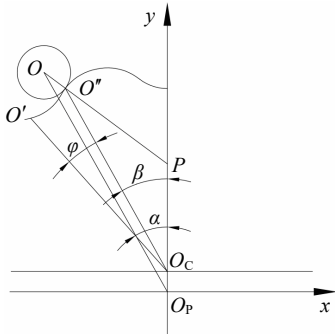


图 3 摆线轮工作区域

由摆线针轮啮合过程可知, 针齿对应的啮合相位角随着针齿编号 n_i 的改变而变化. 设工作区域所对应的啮合角 $\varphi = \varphi(n_i)$, 推导过程如下:

(1) 求线段 $\overline{OP}$.

已知:

$\overline{O_pO_c} = a$, $\overline{O_cP} = r'_c = aZ_c$, $\overline{O_pP} = r'_p = aZ_p$, $\overline{OO''} = r_{tp}$, $\angle O'O_cP = 2\pi n_i / Z_c$, $\angle OO_pP = \alpha = 2\pi n_i / Z_p$, $P(0, aZ_p)$, $O_c(0, a)$. 则在 $\triangle OO_pP$ 中, 由余弦定理可得

$$\begin{aligned} \overline{OP} &= \sqrt{(\overline{O_pO})^2 + (\overline{O_pP})^2 - 2\overline{O_pO} \cdot \overline{O_pP} \cdot \cos \angle OO_pP} = \\ &= \sqrt{r_p^2 + r_p'^2 - 2r_p r_p' \cos \alpha} = \\ &= r_p \sqrt{1 + K_1^2 - 2K_1 \cos \alpha} = r_p S^{1/2}, \end{aligned}$$

其中, $K_1 = \frac{r'_p}{r_p}$, $S = 1 + K_1^2 - 2K_1 \cos \alpha$.

(2) 求 $O(x_o, y_o)$, $O''(x_o'', y_o'')$.

$$x_o = -\overline{O_pO} \cdot \sin \alpha = -r_p \sin \alpha,$$

$$y_o = \overline{O_pO} \cdot \cos \alpha = r_p \cos \alpha.$$

点 O'' 为 $\overline{OP}$ 内一点, 且分 $\overline{OP}$ 的比为 λ ,

$$\lambda = \frac{\overline{O''P}}{\overline{O''O}} = \frac{\overline{OP} - \overline{O''O}}{\overline{O''O}} = \frac{r_p S^{1/2}}{r_p} - 1.$$

由定比分点定理可得:

$$x_o'' = \frac{x_p + \lambda x_o}{1 + \lambda} = -\frac{\lambda r_p \sin \alpha}{1 + \lambda},$$

$$y_o'' = \frac{y_p + \lambda y_o}{1 + \lambda} = \frac{r_p' + \lambda r_p \cos \alpha}{1 + \lambda}.$$

(3) 求 $\beta = \angle O''O_cP$.

$$\overline{O''O_c} = \sqrt{(x_o'' - x_{O_c})^2 + (y_o'' - y_{O_c})^2},$$

则在 $\triangle O''O_cP$ 中, 有

$$\beta = \angle O''O_cP =$$

$$\arccos \left(\frac{(\overline{O''O_c})^2 + (\overline{O_cP})^2 - (\overline{O''P})^2}{2\overline{O''O_c} \cdot \overline{O_cP}} \right) =$$

$$\arccos \left(\frac{r_c'^2 + M^2 + N - \lambda^2 r_{tp}^2}{2r_c' \sqrt{N + M^2}} \right),$$

$$\text{其中, } M = \frac{r_p' + \lambda r_p \cos \alpha}{1 + \lambda} - a, \quad N = \frac{\lambda^2 r_p^2 \sin^2 \alpha}{(1 + \lambda)^2}.$$

(4) 求 $\varphi(n_i)$.

$$\varphi(n_i) = \varphi = \angle O'O_cO'' = \angle O'O_cP - \angle O''O_cP =$$

$$\frac{2\pi n_i}{Z_c} - \arccos \left(\frac{r_c'^2 + M^2 + N - \lambda^2 r_{tp}^2}{2r_c' \sqrt{N + M^2}} \right),$$

$$n_i = 0 \sim Z_p / 2. \quad (3)$$

2.2 摆线轮工作区域确定

将 RV20E-ASSY-81i 型减速器摆线轮基本参数代入公式(3), 通过 Matlab 计算可得如图 4 所示的针齿啮合相位角函数曲线.

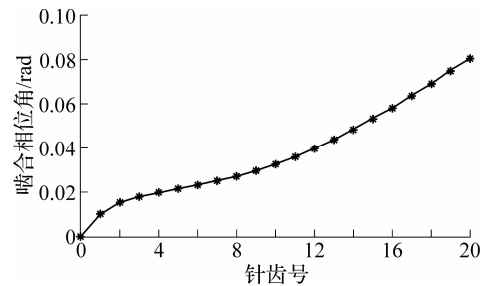


图 4 啮合相位角 $\varphi(n_i)$ 函数曲线

由图 4 可知, 曲线在 2~9 号针齿处相对平缓, 即对应啮合相位角 φ 的变化量小. 故在该范围内, 摆线轮与针齿的相对运动距离小, 摆线轮工作区域小, 有利于降低啮合过程中的摩擦损耗, 提高传动效率.

2 号、9 号针齿对应的啮合相位角分别为 $\varphi(n_2)=0.01543$ 、 $\varphi(n_9)=0.02973$. 啮合相位角与齿廓工作区域 γ 的对应关系如下:

$$\frac{\gamma}{\pi} = \frac{\varphi}{\pi / Z_c},$$

则该摆线轮的工作区域为

$$\gamma = 0.60177 \sim 1.15947.$$

3 摆线轮的修形及优化

为使摆线轮齿廓的工作区域能最大限度逼近共轭齿形,且在齿顶齿底产生径向间隙,选择等距、移距组合修形逼近转角修形的优化方法,结合前文研究,组合形式为“正等距+负移距”。

3.1 设计变量及目标函数

由最小定转角修形量 $\delta = 0.01834^\circ$ [12] 确定的摆线轮齿廓 L 与任意一组 Δr_{tp} 、 Δr_{p} ($\Delta r_{\text{tp}} > 0, \Delta r_{\text{p}} < 0$) 确定的摆线轮齿廓 L' 在工作区域内并不会重合。令摆线轮工作区域内的 $x_i = x'_i (i = 1, \dots, m)$, 则对应的 y_i 与 y'_i 之间有偏差 $\Delta y = y_i - y'_i \neq 0$ 。故两种修形方法获得的曲线偏离程度可由 Δy 来衡量,即设目标函数为

$$F(\Delta r_{\text{tp}}, \Delta r_{\text{p}}) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |y_i - y'_i|. \quad (4)$$

3.2 约束条件

为确保摆线轮与针齿啮合过程中有合适的径向间隙 Δr , 按要求给定 $\Delta r = \Delta r_{\text{tp}} + \Delta r_{\text{p}} = 0.005 \text{ mm}$ 。由于修形量过大会增大摆线轮侧隙 [13], 为保证摆线轮传动精度, 限制等距修形量 $|\Delta r_{\text{tp}}| < 0.2 \text{ mm}$ 。

3.3 遗传算法寻优

选择遗传算法对目标函数(4)进行寻优, 参数设置如下: 给定初始种群数目 $\text{num} = 20$, 迭代 40 次。最小适应度收敛曲线如图 5 所示。

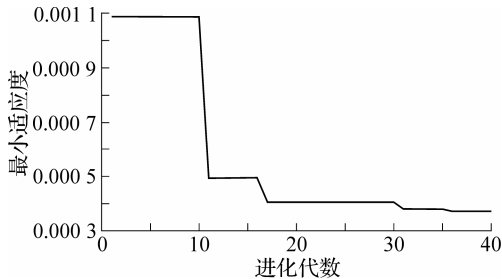


图5 组合修形优化最小适应度收敛曲线

由图 5 可得, 随着遗传算法进化代数增加, 优化过程中的最小适应度逐渐收敛, 即摆线轮转角修形与“正等距+负移距”组合修形所得曲线的偏离程度 Δy 逐渐减小, 此时 $\Delta r_{\text{tp}} = 0.0170 \text{ mm}$, $\Delta r_{\text{p}} =$

-0.0120 mm 。代入式(1)可得如图 6 所示的摆线轮优化轮廓曲线。

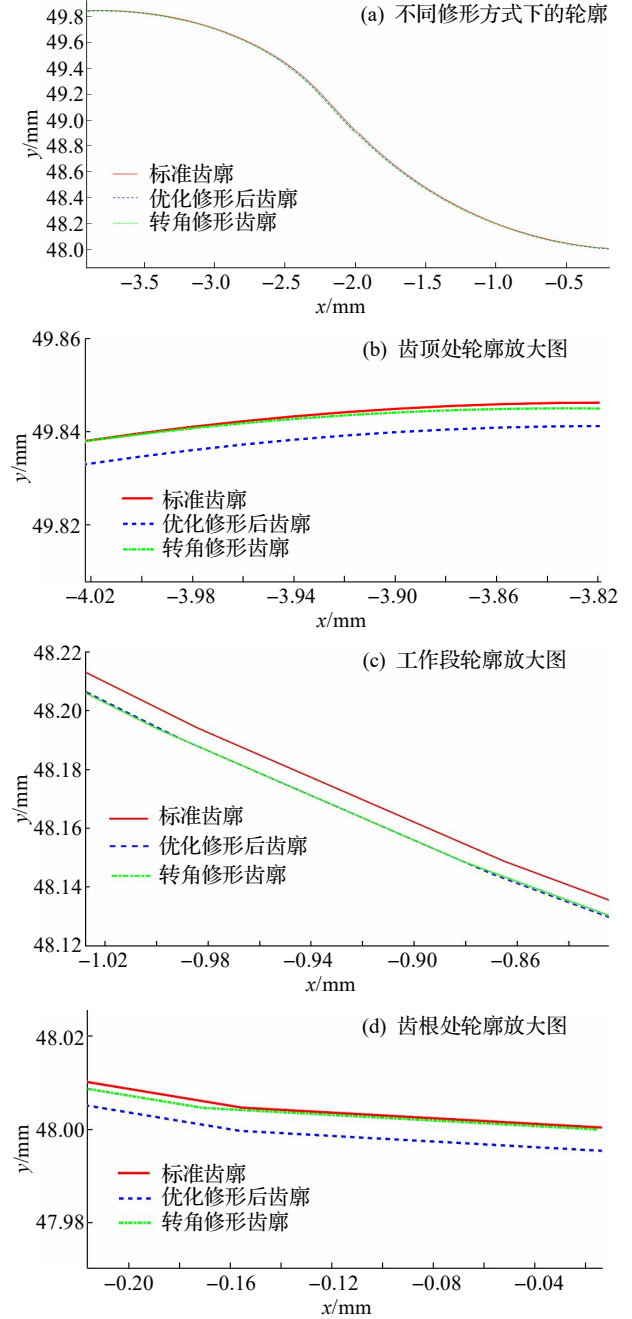


图6 摆线轮轮廓曲线

由图 6 可得, 组合修形优化后的摆线轮齿廓在工作段与转角修形齿廓几乎重合, 在齿顶与齿底存在径向间隙 $\Delta r = 0.005 \text{ mm}$ 。

4 结论

为获得加工工艺简便、啮合刚度大、传动性能

好的摆线轮齿廓, 本文做了以下研究:

(1)比较不同组合方式下摆线轮与针齿初始间隙的大小, 获得在“正等距+负移距”组合修形方式下摆线轮啮合间隙最小、啮合刚度最大的结论.

(2)推导了摆线轮工作区域的啮合相位角数学公式, 并确定工作区域大小.

(3)用“正等距+负移距”的组合修形方法来逼近转角修形的齿廓, 采用遗传算法对优化问题求解. 优化后的齿廓在工作区域更接近共轭齿廓, 且能在齿顶与齿底形成合适的径向间隙, 有效补偿制造误差及安装误差, 留下足够的润滑空间.

参考文献:

- [1] 李力行, 何卫东, 王秀琦, 等. 机器人用高精度 RV 传动的研究[J]. 大连铁道学院学报, 1999, 20(2):1-11.
- [2] 汪泉, 曾利磊, 秦争争. 考虑摆线轮齿廓修形的 RV 减速器齿轮结构多目标优化设计[J]. 机械传动, 2020, 44(4):54-60.
- [3] 魏波, 周广武, 杨荣松, 等. RV 减速器摆线轮齿廓修形方法对比研究[J]. 机械设计与研究, 2016, 32(1):41-44; 47.
- [4] 李力行. 摆线针轮行星传动的齿形修正及受力分析[J]. 大连铁道学院学报, 1984, 5(4):29-40.
- [5] Wang J, Gu J, Yan Y. Study on the relationship between the stiffness of RV reducer and the profile modification method of cycloid-pin wheel[C]//International Conference on Intelligent Robotics & Applications, 2016:721-735.
- [6] 于影, 邵忠喜, 于波. 摆线轮啮合齿形工作范围的确定[J]. 机械设计与研究, 2006, 22(5):65-67.
- [7] Ren Z Y, Mao S M, Guo W C, et al. Tooth modification and dynamic performance of the cycloidal drive[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 85: 857-866.
- [8] Li T X, An X T, Deng X Z, et al. A new tooth profile modification method of cycloidal gears in precision reducers for robots[J]. Applied Sciences, 2020, 10(4):1266.
- [9] 徐宏海, 冯玉宾, 刘学翱, 等. RV 传动啮合齿形参数化设计及其软件开发[J]. 现代制造工程, 2015(1):125-128.
- [10] 程乃士. 减速器和变速器设计与选用手册[M]. 北京: 机械工业出版社, 2007.
- [11] 丁国龙, 秦园, 明廷伯, 等. 基于接触应力均化的摆线轮修形方法[J]. 中国机械工程, 2019, 30(9):1081-1089.
- [12] 曾德强. RV 减速器摆线轮修形设计与优化[D]. 北京: 中国石油大学(北京), 2019.
- [13] 秦争争, 汪泉, 赵大兴, 等. 补偿弹性变形的摆线轮齿廓修形方法[J]. 机械强度, 2020, 42(3):661-666.

Combined modification and optimization of cycloid wheel of RV reducer

ZHANG Zheyang¹, LIU Li^{1*}, LUO Limin², LI Guoping¹, MO Xulun²

(1.Zhejiang Provincial Key Laboratory of Part Rolling Technology, Ningbo University, Ningbo 315211, China;

2.Ningbo Zhongda Leader Intelligent Transmission Co., Ltd., Ningbo 315301, China)

Abstract: In order to improve the transmission performance of RV reducer, the working area of cycloid tooth profile and the combined modification method are studied in this paper. By comparing the widely used modification of “equal distance + displacement”, it is found that the initial clearance under the combination of “positive equal distance + negative displacement” is the smallest, i.e., the meshing stiffness is the highest. The limit position of the meshing between the pin tooth and the cycloid gear is analyzed, the actual working area of the cycloid gear is deduced, and the genetic algorithm is used to find the optimal modification value, so that the combined modification can approach the tooth profile obtained by the angle modification. The results show that the cycloid tooth profile obtained by this method is closer to the conjugate tooth profile in the working area, and there is an appropriate radial clearance between the tooth top and the tooth root, which can effectively compensate both the manufacturing error and the assembly error while at the same time improving the strength of the cycloid gear. It has certain reference significance for the selection of cycloid gear’s modification mode and the determination of the optimal modification value.

Key words: cycloidal wheel; working area; combined modification; genetic algorithm; error compensation

(责任编辑 韩 超)