

基于模糊遗传算法的 XNOR/OR 展开式最小化研究

张会红, 汪迪生, 戴 静

(宁波大学 电路与系统研究所, 浙江 宁波 315211)

摘要: 提出一种改进的模糊遗传算法用于求解 XNOR/OR 展开式最小化问题. 在算法进化过程中, 采用模糊规则对交叉率和变异率进行修正, 以提高算法的收敛速度, 并在一定程度上抑制了局部收敛现象的发生. 并采用 8 个 MCNC Benchmark 电路对该算法进行测试, 结果表明: 所提算法具有较好的优化效果和较高的收敛速度.

关键词: XNOR/OR 展开式; 最小化; 模糊遗传算法

中图分类号: TN41

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2013) 03-0035-05

任意逻辑函数均有两种规范展开式形式: 传统 Boolean 展开式和 Reed-Muller(RM)展开式. 前者包括积之和(SOP)以及和之积(POS)两种具体形式, 后者包括 XOR/AND 和 XNOR/OR 形式. 相对于传统 Boolean 形式电路, RM 形式可实现的算术电路、奇偶校验电路以及通信电路等许多电路中, 其在多种性能方面体现出很大的优势^[1-2]. 因此, RM 电路设计和优化正在引起越来越多的关注.

函数的 RM 规范展开式有多种类型, 而固定极性 RM 是其中一种常见的形式. 不同于传统 Boolean 逻辑, 对于变量数为 n 的函数, 即使仅限于固定极性 XNOR/OR 形式, 其规范展开式也有 2^n 个(对应 2^n 个极性), 每个展开式对应实现电路的面积、功耗等情况不尽相同. 而 XNOR/OR 展开式最小化指的是在此优化空间中搜索一个最佳极性, 且其对应电路面积最小.

显然, XNOR/OR 展开式最小化问题属于组合爆炸问题. 小规模电路最小化问题常采用穷尽搜索方法^[3-4]; 对于中大规模电路而言, 以遗传算法为代表的智能优化方法则更加有效^[5]. 遗传算法是一种基于自然遗传和自然选择机制的寻优方法, 该算法不要求优化函数连续, 也不需要优化函数的导数等信息, 而是直接根据目标函数值确定算法的寻优方向, 非常适用于解决目标函数或约束

条件中不可微的非线性优化问题以及离散优化问题^[6-7].

由于传统遗传算法(TGA)在整个进化过程中采用固定的变异率和交叉率, 因此限制了算法的寻优能力和优化效率. 但是, 如何在算法进化过程中使交叉率 P_c 和变异率 P_m 进行自适应性的变化又是一个比较复杂的问题, 难以用公式表述, 而基于模糊规则的参数选择方法是解决此问题的一种有效途径^[8].

在总结前人经验基础上, 笔者改进了基于模糊规则的 P_c 和 P_m 值的设定方法, 进一步提出一种基于模糊遗传算法的 XNOR/OR 展开式最小化方案. 最后采用该算法对多个 MCNC Benchmark 展开式进行优化, 并将其优化效果与传统遗传算法以及已有模糊遗传算法进行比较.

1 模糊遗传算法

自从 Zandeh L A 于 1965 年提出模糊集合的概念后, 基于模糊集合理论的模糊控制得到了迅速推广和应用. 同时模糊控制思想也被引入到遗传算法等智能优化算法中, 进而提出了模糊遗传算法(FGA), 以改善算法的优化效果, 并提高算法的收敛速度^[9-11]. 文献[8]所提的模糊遗传算法采用模糊集理论以描述不确定性的交易时间. 文献[10]和

文献[11]采用模糊控制思想对 P_c 和 P_m 进行整定, 其中, 文献[10]所提模糊遗传算法中模糊控制的输入量是指进化过程中每代染色体的最佳适应度和平均适应度之差, 以及相邻两代平均适应度之差. 该方法的不足之处是模糊集合的论域难以确定(特别是对于第 2 个输入变量), 并最终导致模糊子集难以定义. 文献[11]克服了这种缺陷, 选取便于归一化处理的变量作为对 P_c 和 P_m 模糊控制的输入, 提高了该算法对一般优化问题的适用性; 但在进化过程中, 该算法需要对每对待交叉和待变异个体分别计算交叉率和变异率, 增加了运算时间; 同时, 每代个体评估(即适应度值计算)只进行 1 次, 交叉操作之后个体已经改变, 如仍然按照原个体的适应度计算当前个体的变异率, 必然造成变异率的不适用性.

笔者提出改进的模糊遗传算法其流程如图 1 所示. 图中, 模糊控制器的输入信号有 2 个: 每代染色体的最佳适应度和平均适应度之差以及最大适应度未进化代数 f_{ng} . P_c 和 P_m 的整定频率设定为每代 1 次. 设 $f_{\max}$ 和 f_{ave} 分别为每代群体的最大适应度值和平均适应度值; f_{ng} 为最大适应值未进化代数.

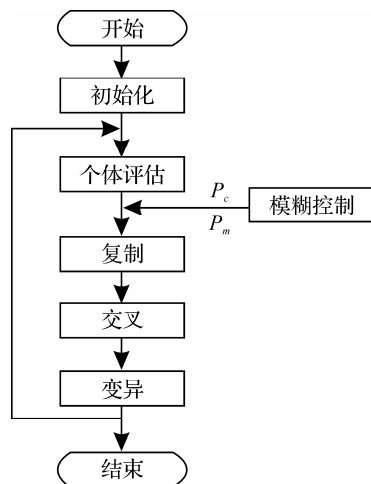


图 1 改进的模糊遗传算法流程

对 P_c 和 P_m 整定的基本控制思想如下:

(1) 若 $(f_{\max} - f_{ave})$ 较小, 则认为算法在当前极值附近进化趋于成熟, 应显著减小 P_c , 适当增大 P_m ; 反之, 则认为算法处于正常进化阶段, P_c 和 P_m 可在正常值附近取值;

(2) 若 f_{ng} 较小, 认为算法处于正常进化阶段,

P_c 和 P_m 可在正常值附近取值; 反之, 认为算法趋于局部收敛阶段, 应显著减小 P_c , 适当增大 P_m .

为防止出现进化倒退现象, 需在交叉操作之前选择 1 个具有最大适应度值的个体, 直接将其保留到下一代.

P_c 和 P_m 的整定过程如下:

将模糊控制器的输入量进行归一化处理,

$$\begin{aligned} f_a &= \frac{f_{\max} - f_{ave}}{f_{\max} - f_{\min}}, \\ f_g &= \frac{f_{ng}}{G}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $f_{\min}$ 为每代群体的最小适应度值; G 则为算法设定的最大进化代数. 经过归一化处理后, f_a 和 f_g 的基本论域均变为 $(0, 1)$. 设两输入变量对应的模糊量为 FA 和 FG , 根据算法进化实际情况, 将两输入的语言值均取为 3 个: 大(PL), 中(PS), 小(ZE).

模糊控制器输出量为 P_c 和 P_m 的修正量为 ΔP_c 和 ΔP_m , 其模糊量分别以 DC 和 DM 表示, 定义其词集为:

$$T(DC) = T(DM) = \{NL, NS, ZE, PS, PL\} \quad (2)$$

其中, NL 为负大; NS 为负小; ZE 为零; PS 为正小; PL 为正大.

根据上文所述模糊控制器的基本控制思想, 针对 ΔP_c 和 ΔP_m 分别设计了 9 条模糊控制规则, 具体见表 1 和表 2.

表 1 ΔP_c 模糊控制表

FN	FG		
	PL	PS	ZE
PL	ZE	PS	PL
PS	NS	ZE	PS
ZE	NL	NS	ZE

表 2 ΔP_m 模糊控制表

FN	FG		
	PL	PS	ZE
PL	ZE	NS	NL
PS	PS	ZE	NS
ZE	PL	PS	ZE

选择最大隶属度函数法, 将 DC 和 DM 清晰化后得到 ΔP_c 和 ΔP_m 的具体值. 则每代的交叉率 P_c

和变异率 P_m 可由下式确定:

$$P_c = P_{c0} + \Delta P_c, \quad (3)$$

$$P_m = P_{m0} + \Delta P_m. \quad (4)$$

2 基于模糊遗传算法的 XNOR/OR 展开式最小化

任意逻辑函数极性 i 对应的固定极性 XNOR/OR 展开式如下^[3]:

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = \odot \prod_{j=0}^{2^n-1} (d_j + S_j), \quad (5)$$

其中, $\odot[]$ 表示同或操作; S_j 是由各变量组成的或项; $d_j = 0$ 表示 S_j 项在表达式中出现, $d_j = 1$ 表示 S_j 项不在表达式中出现. 在函数固定极性 XNOR/OR 展开式中, 每个变量只能以其原型或其补两种形式之一出现, 而不能同时出现, 因此 n 变量函数有 2^n 个极性. XNOR/OR 展开式最小化即在函数的众多极性中找出面积最小或准最小的一个.

针对固定极性 XNOR/OR 展开式最小化问题, 构建如下基于模糊遗传算法的优化方案.

2.1 编码及适应度函数

固定极性 XNOR/OR 展开式最小化的目标是搜索函数面积最小的展开式, 每个展开式对应 1 个极性. 故选择极性的二进制形式为编码形式.

(5) 式表明, XNOR/OR 电路由多输入 XNOR 门和多输入 OR 门组成, 而多输入门最终由二输入门实现, 因此采用二输入 XNOR 门和 OR 门的数量表示 XNOR/OR 电路的面积. 某极性 i 对应 XNOR/OR 电路的面积可按式计算:

$$J_i = \text{num_or} + \text{num_xnor} = \sum_{j=0}^{2^n-1} \bar{d}_j \cdot \sum_{k=0}^n \bar{j}_k - 1, \quad (6)$$

其中, $j_k \in \{0, 1\}$, 为 S_i 中变量 x_k ($k = 1, 2, \dots, n$) 的系数. 显然上述 J_i 值越小, 则表示极性 i 越好. 结合进化算法的特点, 这里个体 i 的适应度函数定义如下:

$$f_i = \alpha / J_i, \quad (7)$$

其中, α 取常值.

2.2 进化算子

在个体评估之后, 首先复制适应值最大个体直接进入下一代, 之后采用轮盘赌法选择和复制优秀个体作为父代个体进入交叉操作环节. 由于这里的优化问题不存在非法解问题, 故交叉和变异方式都采用简单、常见的形式: 交叉算子采用单点交叉方式; 变异算子采用基本位变异操作.

2.3 极性转换

任意逻辑函数均有 2^n 个固定极性 XNOR/OR 展开式, 以对应 2^n 个极性. 极性的优劣通过对应展开式的二输入逻辑门的总数大小来反映. 获取某极性对应展开式的过程叫做极性转换. 逻辑函数通常以传统 Boolean 展开式形式给出, 故极性转换算法按其用途可分为两种: (1) 用于传统 Boolean 展开式和固定极性 XNOR/OR 展开式间的转换算法; (2) 用于不同固定极性 XNOR/OR 展开式间的转换算法.

基于列表技术的极性转换算法是目前极性转换算法中效率较高的一种, 其应用不受函数输入变量数目的限制, 且易于计算机编程实现. 文中极性转换采用文献[12]所提新型极性转换算法, 首先由给定的传统 Boolean 展开式转换得到极性 0 对应的 XNOR/OR 展开式; 在进化过程中, 采用极性间的快速列表算法依次得到当前代待评估极性对应的 XNOR/OR 展开式.

2.4 方案实现步骤

通过确立对固定极性 XNOR/OR 展开式极性评估的适应度函数, 并将基于列表技术的极性转换算法和改进的模糊遗传算法相结合, 提出了一种 XNOR/OR 展开式最小化方案. 实现步骤如下:

Step1: 读入 Benchmark 测试函数;

Step2: 得到 0 极性对应的固定极性 XNOR/OR 展开式;

Step3: 产生初始进化种群, 并初始化相关参数;

Step4: 依次计算个体的适应度值;

Step5: 确定当前代交叉率和变异率;

Step6: 按照轮盘赌规则选择并复制个体到临时种群;

Step7: 将父代种群和临时种群中的个体进行交叉操作, 结果保存到临时种群;

Step8: 对临时种群个体进行变异, 取其前 $\text{size} - 1$ 个个体和当前代最优个体组成子代;

Step9: 如已达到最大进化代数, 则输出寻优结果; 若没有, 转入 Step4.

3 实验结果与分析

文中所提基于模糊遗传算法的 XNOR/OR 电

路面积优化方案已通过 C 语言编程实现, 在 1.58 GHz, 2 GB 内存, lenovo PC 的 windows XP 系统下通过 VC6.0 进行编译和调试. 表 3 为采用 8 个 MCNC Benchmark 电路测试, 传统遗传算法(TGA)、文献[11]所提模糊遗传算法(FGA)以及笔者所提改进的模糊遗传算法(MFGA)的部分测试数据. 同时, 该表还列出了正极性 RM(PPRM)形式下各测试电路的面积. 为便于比较, 3 种算法最大进化代数均设定为 80 代, 种群规模均取为 30. 另外, 为减小随机性在 3 种算法性能评估中的影响, 表 3 中的优化面积和时间均为各算法 10 次优化的平均值.

总体来看, 表 3 的数据表明: (1)TGA 和 MFGA 的运行时间大致相当, 而 FGA 由于每对个体交叉前以及每个个体变异前均需计算交叉率和变异率, 运行时间相对最长; (2)TGA 的优化效果是最差的, FGA 由于引入模糊规则对交叉率和变异率进行控制, 寻优能力相对 TGA 有明显提高, MFGA 进一步改进了变异率计算的模糊规则, 寻优能力得到进

一步提高.

结合表 3 所列各算法对不同电路的优化效果, 选取其中 2 个电路——cm85a 和 t481, 分别绘出 3 种算法最小面积进化曲线如图 2 和图 3 所示, 显然, 2 个图形的进化曲线进一步验证了上述对 3 种算法寻优能力的分析结论.

4 结论

模糊遗传算法因继承了遗传算法的隐含并行性、无需问题特殊信息等特点, 以及模糊集和模糊推理机制描述和处理不确定性问题的灵活性和智能性, 在实际应用中往往表现出较传统遗传算法更好的优化性能. 笔者针对固定极性 XNOR/OR 展开式最小化问题, 提出一种基于模糊遗传算法的优化方案. 该算法在总结前人对交叉率和变异率作用认识的基础上, 采用改进的模糊规则对这 2 个参数进行在线修正. 基准电路测试结果表明, 与传统遗传算法和已有模糊遗传算法相比, 所提模糊

表 3 6 个 MCNC Benchmark 电路的面积优化结果

电路名称	输入数目	PPRM 形式下的电路面积	TGA		FGA ^[11]		MFGA	
			面积	时间/s	面积	时间/s	面积	时间/s
ex1010	10	2711	2285	13.6	2272	15.6	2267	6.8
cm85a	11	1855	101	0.6	95	1.7	94	0.9
alu4	14	11018	1078	4.2	1078	6.6	1078	4.3
B12	15	6181	23	0.03	23	0.05	23	0.04
t481	16	42083	60.5	6.8	50.9	6.8	42.8	6.2
table5	17	1283	256	7.2	257.2	151.5	256	6.9
sct	19	442774	218	103	218	105	218	105.0
duke2	22	172079	74	28.5	62	32.3	56	29.0

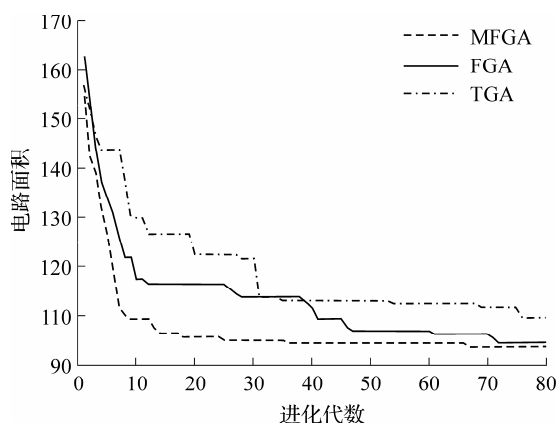


图 2 cm85a 的最小面积进化曲线

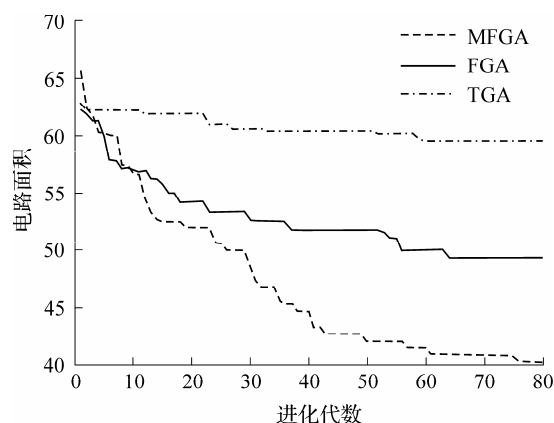


图 3 t481 的最小面积进化曲线

遗传算法具有更好的寻优能力。

参考文献:

- [1] Yang M, Almaini A E A, Wang P J. FPGA placement optimization by two-step unified genetic algorithm and simulated annealing algorithm[J]. Journal of Electronics, 2006, 23(4):632-636.
- [2] 汪鹏君, 王振海, 陈耀武. 固定极性 Reed-Muller 电路最佳延时极性搜索[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2013, 47(2):361-366.
- [3] Yang M, Wang L, Tong J R, et, al. Techniques for dual forms of Reed-Muller expansion conversion[J]. Integration, the VLSI Journal, 2008, 41(1):113-122.
- [4] Wang Pengjun, Li Hui. Low power mapping for AND/XOR circuits and its application in searching the best mixed-polarity[J]. Journal of Semiconductors, 2011, 32(2):112-117.
- [5] Yang H, Tan E C. Optimization of multi-output fixed-polarity Reed-Muller circuits using the genetic algorithm [J]. Int Journal of Electronics, 1999, 86(6):663-670.
- [6] Velasco N, Dejax P, Guère t C, et al. A non-dominated sorting genetic algorithm for a bi-objective pick-up and delivery problem[J]. Engineering Optimization, 2012, 44(3):305-325.
- [7] Oh J S, Nam H S, Choi J H, et, al. Prediction of atomic arrangement of Pt-Cu nanoalloy by genetic algorithm[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2013, 410:1204-1208.
- [8] 邓莉, 鲁瑞华. 一种改进的抑制早熟收敛的模糊遗传算法[J]. 计算机科学, 2007, 34(11):150-153.
- [9] Chuang Tzungnan, Lin Chiatzu, Kung Jungyuan, et al. Planning the route of container ships: A fuzzy genetic approach[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37: 2948-2956.
- [10] 刘莉, 陈学允. 基于模糊遗传算法的配电网重构[J]. 中国电机工程学报, 2000, 20(2):866-869.
- [11] 李擎, 郑德玲, 唐勇, 等. 一种新的模糊遗传算法[J]. 北京科技大学学报, 2001, 23(1):85-89.
- [12] 张会红, 汪鹏君, 俞海珍. 基于新型极性转换技术的 XNOR/OR 电路面积优化[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(7):1767-1772.

Minimization of XNOR/OR Expansions Based on Fuzzy Genetic Algorithm

ZHANG Hui-hong, WANG Di-sheng, DAI Jing

(Institute of Circuits and Systems, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: An improved fuzzy genetic algorithm is proposed for minimization of XNOR/OR expansions. The probabilities of crossover and mutation are adjusted by fuzzy rules to achieve an accelerated convergent rate of the algorithm and avoid to some extent local convergence. Experimental data on eight MCNC Benchmarks show that the proposed algorithm can obtain good optimization results and efficiency for minimization of XNOR/OR expansions.

Key words: XNOR/OR expansion; minimization; fuzzy genetic algorithm

(责任编辑 章践立)