

sliding 方法研究一类分数阶 Choquard 型方程正解的单调性

张婉晴, 马飞遥*

(宁波大学 数学与统计学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 对含分数阶 Laplace 算子的一类 Choquard 型方程的 De Giorgi 型边值问题进行了研究, 运用 sliding 方法得到了方程正解在整个空间上的单调性.

关键词: 分数阶 Laplace 算子; Choquard 方程; sliding 方法; 解的单调性

中图分类号: O175.25

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2023) 02-0090-05

本文研究了一类分数阶 Choquard 方程正解的单调性, 即

$$\begin{cases} (-\Delta)^s u(x) = au(x) - \eta(x) * u(x), x \in R^n, \\ 0 < u(x) \leq 1, x \in R^n, \end{cases} \quad (1)$$

并且,

$u(x', x_n) \xrightarrow{x_n \rightarrow +\infty} 1, u(x', x_n) \xrightarrow{x_n \rightarrow -\infty} 0$, 关于 $x' = (x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ 一致收敛. 其中, $n \geq 2, 0 < s < 1, a \leq 0$ 是常数, $\eta(x) * u(x)$ 是一个卷积. 分数阶 Laplace 算子定义为:

$$\begin{aligned} (-\Delta)^s u(x) &= C_{n,s} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{R^n \setminus B_\varepsilon(x)} \frac{u(x) - u(z)}{|x - z|^{n+2s}} dz = \\ &C_{n,s} P.V. \int_{R^n} \frac{u(x) - u(z)}{|x - z|^{n+2s}} dz, \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $C_{n,s}$ 为常数, $P.V.$ 代表柯西主值. 为使式(2)有意义, 要求

$$u \in L_{2s}(R^n) \cap C_{loc}^{1,1}(R^n),$$

其中,

$$L_{2s} = \left\{ u \in L_{loc}^1 \left| \int_{R^n} \frac{|u(x)|}{1 + |x|^{n+2s}} dx < \infty \right. \right\}.$$

$\eta(x) > 0$ 是关于 x 非增且连续的函数, $\eta(x) \leq \beta K(x)$ 对于 $\forall x$ 恒成立, 其中, $\beta \in (0, 1)$ 为常数, 且

$$K(x) = \frac{C_{n,s}}{|x|^{n+2s}},$$

其中, $C_{n,s}$ 与式(2)相同.

分数阶 Laplace 算子已经得到国内外学者的广

泛研究, 其中, 含分数阶 Laplace 算子的 Choquard 型方程逐渐成为研究的热点^[1-3]. Caffarelli 等^[4-5]引进延拓法来解决分数阶 Laplace 算子的非局部问题. Yuan 等^[6]通过建立与分数阶方程等价的积分方程以得到解的对称性问题. Chen 等^[7-8]提出运用直接移动平面法研究分数阶 Laplace 方程和分数阶 p -Laplace 方程解的性质. Berestycki 等^[9]引入 sliding 方法, 运用极大值原理得到整数阶 Laplace 方程解的定性性质. 之后, Wu 等^[10]运用 sliding 方法(滑动平面法)得到分数阶 Laplace 方程解的 De Giorgi 型边值问题解的单调性.

文献[1]中运用直接移动平面法研究了含分数阶 Laplace 算子的 Choquard 型方程:

$$\begin{cases} (-\Delta)^s u(x) + au(x) = \left(\frac{1}{|x^{n-\alpha}|} * u^p \right) u^{p-1}, x \in R^n, \\ u(x) > 0, x \in R^n, \end{cases}$$

其中, $n \geq 2, 0 < s < 1, 1 \leq p < \infty, 0 < \alpha < n, a \leq 0$ 是一个常数. 同样也证明了方程解的对称性和单调性.

然而, 非局部 Choquard 方程的 De Giorgi 型边值问题的单调性还无人研究, 这类问题研究的主要基本工具是 sliding 方法, 而此类方程两边具有不同类型的非局部项是用该方法研究的一个难点. 本文引入非局部项相互比较的技巧, 采用 sliding 方法证明了式(1)的正解在 R^n 上关于 x_n 单调递增, 且只依赖于 x_n .

收稿日期: 2022-07-15.

宁波大学学报(理工版)网址: <http://journal.g.nbu.edu.cn/>

基金项目: 国家自然科学基金(11971251); 浙江省自然科学基金(LY20A010010).

第一作者: 张婉晴(1998-), 女, 安徽芜湖人, 在读硕士研究生, 主要研究方向: 偏微分方程. E-mail: 2539405430@qq.com

*通信作者: 马飞遥(1979-), 男, 湖南衡阳人, 博士/副教授, 主要研究方向: 偏微分方程. E-mail: mafeyao@nbu.edu.cn

定理 1 假设 $u \in L_{2s}(R^n) \cap C_{\text{loc}}^{1,1}(R^n)$ 是

$$\begin{cases} (-\Delta)^s u(x) = au(x) - \eta(x) * u(x), x \in R^n, \\ 0 < u(x) \leq 1, x \in R^n \end{cases}$$

的解, 并且

$$\begin{aligned} u(x', x_n) &\xrightarrow{x_n \rightarrow +\infty} 1, \\ u(x', x_n) &\xrightarrow{x_n \rightarrow -\infty} 0, \end{aligned} \quad (3)$$

关于 $x' = (x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ 一致收敛.

则 u 关于 x_n 单调递增, 且只依赖于 x_n .

1 预备知识

本文需要用到如下引理.

引理 1^[11] (无界区域极大值原理) 令 D 是 R^n 中的开集(可能无界、不连通), 设

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{|D^c \cap (B_{2^{k+1}}(q) \setminus B_{2^k}(q))|}{|B_{2^{k+1}}(q) \setminus B_{2^k}(q)|} > 0,$$

其中, q 是 D 中任意点. 令 $u \in L_{2s}(R^n) \cap C_{\text{loc}}^{1,1}(D)$ 是上方有界的下半连续函数, 且满足

$$\begin{cases} (-\Delta)^s u + c(x)u(x) \leq 0, x \in \{x \in D | u(x) > 0\}, \\ u(x) \leq 0, x \in R^n \setminus D, \end{cases}$$

和

$$c(x) \geq 0,$$

则有 $u(x) \leq 0, x \in D$.

2 定理 1 的证明

本节通过 sliding 方法证明定理 1, 证明过程将分为 3 个步骤进行.

证明 记 $x = (x', x_n)$, 取 $\lambda > 0$, 定义

$$u_\lambda(x) = u(x', x_n + \lambda),$$

和

$$U_\lambda(x) = u(x) - u_\lambda(x), x \in R^n.$$

步骤 1 将证明存在充分大的 λ , 使得

$$U_\lambda(x) \leq 0, x \in R^n. \quad (4)$$

假设上述结论不成立, 则有

$$\sup_{R^n} U_\lambda(x) = A > 0. \quad (5)$$

首先, 考虑函数

$$U_\lambda(x) - \frac{A}{2},$$

从定理中式(3)可知, 存在一个常数 $m > 0$, 使得

$$u(x', x_n) \geq (1 - \delta), x_n \geq m,$$

和

$$u(x', x_n) \leq \delta, x_n \leq -m,$$

成立, 且存在常数 $M > m$, 使得

$$U_\lambda(x) - \frac{A}{2} \leq 0, x \in R^{n-1} \times [M, +\infty). \quad (6)$$

其次, 任取 $\lambda \geq 2m$, 无论 x 在任何位置, x 和 $x + (0', \lambda)$ 中至少有一个在区域 $\{x : |x_n| \geq m\}$ 中. 于是有

$$u_\lambda(x', x_n) \geq 1 - \delta, x_n \geq m,$$

或者

$$u(x', x_n) \leq \delta, x_n \leq -m,$$

成立. 因为

$$\begin{aligned} (-\Delta)^s \left(U_\lambda(x) - \frac{A}{2} \right) &= a(u(x) - u_\lambda(x)) - \\ &\quad (\eta(x) * u(x) - \eta(x) * u_\lambda(x)) = \\ &\quad a(u(x) - u_\lambda(x)) - \\ &\quad \int_{R^n} \eta(x - y)(u(y) - u_\lambda(y)) dy \leq 0. \end{aligned} \quad (7)$$

在 $H = R^{n-1} \times (-\infty, M)$ 中满足 $u(x) > u_\lambda(x)$ 的点处成立, 即在 H 中 $U_\lambda(x) - A/2 > 0$ 的点处有

$$(-\Delta)^s \left(U_\lambda(x) - \frac{A}{2} \right) \leq 0.$$

因此, 由式(6)、(7)和引理 1 可得

$$U_\lambda(x) - \frac{A}{2} \leq 0, x \in R^n.$$

这与式(5)矛盾, 于是证明得式(4), 即存在充分大的 λ , 使得

$$U_\lambda(x) \leq 0, x \in R^n,$$

从而可得

$$U_\lambda(x) \leq 0, x \in R^n, \lambda \geq 2m. \quad (8)$$

步骤 2 步骤 1 的结果是式(8)给滑动区域提供了起始位置. 从 $\lambda = 2m$ 开始减少 λ , 并证明对任意 $0 < \lambda < 2m$, 有

$$U_\lambda(x) \leq 0, x \in R^n. \quad (9)$$

定义

$$\lambda_0 = \inf \{ \lambda | U_\lambda(x) \leq 0, x \in R^n \}.$$

下证 $\lambda_0 = 0$.

若上述结果不成立, 则 $\lambda_0 > 0$, 接下来证明将 λ_0 减小一点, 但仍能保持式(9)成立.

(i) 首先证明

$$\sup_{R^{n-1} \times [-m, m]} U_{\lambda_0}(x) < 0. \quad (10)$$

若式(10)不成立, 则

$$\sup_{R^{n-1} \times [-m, m]} U_{\lambda_0}(x) = 0,$$

且能够找到一列

$$\{x^k\} \subset R^{n-1} \times [-m, m], k = 1, 2, \dots,$$

满足

$$U_{\lambda_0}(x^k) \rightarrow 0, k \rightarrow \infty. \quad (11)$$

定义

$$v(x) = \begin{cases} me^{\frac{1}{|x|^2-1}}, & |x| < 1, \\ 0, & |x| \geq 1. \end{cases}$$

当 $m = e$ 时, 有

$$v(0) = \max_{R^n} v(x) = 1.$$

令

$$\phi_k(x) = v(x - x^k),$$

则存在序列 $\{\zeta_k\} \rightarrow 0$ 使得

$$U_{\lambda_0}(x^k) + \zeta_k \phi_k(x^k) > 0.$$

当 $x \in R^n \setminus B_1(x^k)$ 时, 有 $U_{\lambda_0}(x) \leq 0$ 和 $\phi_k(x) = 0$.

因此

$$U_{\lambda_0}(x^k) + \zeta_k \phi_k(x^k) > U_{\lambda_0}(x) + \zeta_k \phi_k(x),$$

$$\forall x \in R^n \setminus B_1(x^k).$$

于是在 $B_1(x^k)$ 中存在 $\bar{x}^k$ 使得

$$U_{\lambda_0}(\bar{x}^k) + \zeta_k \phi_k(\bar{x}^k) =$$

$$\max_{R^n} (U_{\lambda_0}(x) + \zeta_k \phi_k(x)) > 0.$$

又由

$$U_{\lambda_0}(\bar{x}^k) + \zeta_k \phi_k(\bar{x}^k) \geq U_{\lambda_0}(x^k) + \zeta_k \phi_k(x^k),$$

和

$$\phi_k(\bar{x}^k) \leq \phi_k(x^k),$$

得

$$U_{\lambda_0}(x^k) \leq U_{\lambda_0}(\bar{x}^k) \leq 0.$$

根据式(11)得

$$U_{\lambda_0}(\bar{x}^k) \rightarrow 0, k \rightarrow \infty. \quad (12)$$

因为 $\eta(x) \leq \beta K(x)$ 对于 $\forall x$ 恒成立, 不妨设

$$\eta(x) = \frac{C_{n,s} \beta}{|x|^{n+2s}}.$$

根据分数阶 Laplace 算子的定义, 有

$$(-\Delta)^s (U_{\lambda_0} + \zeta_k \phi_k) \bar{x}^k = C_{n,s} P.V. \times$$

$$\int_{R^n} \frac{(U_{\lambda_0} + \zeta_k \phi_k) \bar{x}^k - (U_{\lambda_0} + \zeta_k \phi_k) y}{|\bar{x}^k - y|^{n+2s}} dy \geq 0. \quad (13)$$

又

$$\begin{aligned} (-\Delta)^s (U_{\lambda_0} + \zeta_k \phi_k) \bar{x}^k &= a(u(\bar{x}^k) - u_{\lambda_0}(\bar{x}^k)) - \\ &(\eta(\bar{x}^k) * u(\bar{x}^k) - \eta(\bar{x}^k) * u_{\lambda_0}(\bar{x}^k)) + c\zeta_k = \\ &-C_{n,s} \beta \int_{B_2^c(\bar{x}^k)} \frac{u(y) - u_{\lambda_0}(y)}{|\bar{x}^k - y|^{n+2s}} dy + f = \\ &C_{n,s} \beta \int_{B_2^c(\bar{x}^k)} \frac{-U_{\lambda_0}(y)}{|\bar{x}^k - y|^{n+2s}} dy + f, \end{aligned} \quad (14)$$

其中, $f = a(u(\bar{x}^k) - u_{\lambda_0}(\bar{x}^k)) + c\zeta_k$, 由式(12)可得 $f \rightarrow 0, k \rightarrow \infty$.

同时,

$$\begin{aligned} (-\Delta)^s (U_{\lambda_0} + \zeta_k \phi_k)(\bar{x}^k) &= \\ C_{n,s} \int_{B_2^c(\bar{x}^k)} \frac{U_{\lambda_0}(\bar{x}^k) - U_{\lambda_0}(y)}{|\bar{x}^k - y|^{n+2s}} dy + c\zeta_k &\rightarrow \\ C_{n,s} \int_{B_2^c(\bar{x}^k)} \frac{-U_{\lambda_0}(y)}{|\bar{x}^k - y|^{n+2s}} dy, k \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (15)$$

由式(14)和(15)可得

$$\begin{aligned} C_{n,s} \beta \int_{B_2^c(\bar{x}^k)} \frac{-U_{\lambda_0}(y)}{|\bar{x}^k - y|^{n+2s}} dy + f &= \\ C_{n,s} \int_{B_2^c(\bar{x}^k)} \frac{-U_{\lambda_0}(y)}{|\bar{x}^k - y|^{n+2s}} dy, \\ C_{n,s} (1 - \beta) \int_{B_2^c(\bar{x}^k)} \frac{-U_{\lambda_0}(y)}{|\bar{x}^k - y|^{n+2s}} dy &= \\ f \rightarrow 0, k \rightarrow \infty, \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} 0 &\leftarrow \int_{B_2^c(\bar{x}^k)} \frac{U_{\lambda_0}(y)}{|\bar{x}^k - y|^{n+2s}} dy = \\ \int_{B_2^c(0)} \frac{U_{\lambda_0}(z + \bar{x}^k)}{|z|^{n+2s}} dy, k \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (16)$$

记 $u^k(x) = u(x + \bar{x}^k)$, $U_{\lambda_0}^k(x) = U_{\lambda_0}(x + \bar{x}^k)$.

因为 $u(x)$ 是 R^n 中的一致连续函数, 利用 Arzelà-Ascoli 定理, 于是有子列 $u^k(x) \rightarrow u^\infty(x)$, $x \in R^n$. 当 $k \rightarrow \infty$, 又根据式(16)有 $U_{\lambda_0}^k(x) \rightarrow 0$, $x \in B_2^c(0)$. 一致地, 当 $k \rightarrow \infty$, 于是, $u^\infty(x) - u_{\lambda_0}^\infty(x) \equiv 0$, $x \in B_2^c(0)$.

因为 $\{\bar{x}_n^k\}$ 是有界的, 由式(3)可得

$$\begin{aligned} u_\infty(x', x_n) &\xrightarrow{x_n \rightarrow +\infty} 1, \\ u_\infty(x', x_n) &\xrightarrow{x_n \rightarrow -\infty} 0, \end{aligned} \quad (17)$$

关于 $x' = (x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ 一致收敛.

从而有

$$u_\infty(x', x_n) = u_\infty(x', x_n + \lambda_0) =$$

$$\begin{aligned} u_{\infty}(x', x_n + 2\lambda_0) &= \cdots = \\ u_{\infty}(x', x_n + k\lambda_0), \forall k \in N. \end{aligned} \quad (18)$$

根据式(17), 当 x_n 充分负时, $u_{\infty}(x', x_n)$ 接近于 0. 再根据式(18), 当 k 取充分大时, $u_{\infty}(x', x_n + k\lambda_0)$ 接近于 1, 这显然是矛盾的. 于是有

$$\sup_{R^{n-1} \times [-m, m]} U_{\lambda_0}(x) < 0$$

成立.

(ii) 下面证明存在 $\varepsilon > 0$ 使得

$$U_{\lambda}(x) \leq 0, \forall x \in R^n, \forall \lambda \in (\lambda_0 - \varepsilon, \lambda_0]. \quad (19)$$

根据式(10), 存在小的 $\varepsilon > 0$, 使得

$$\sup_{R^{n-1} \times [-m, m]} U_{\lambda}(x) < 0, \forall \lambda \in (\lambda_0 - \varepsilon, \lambda_0], \quad (20)$$

从而只需要证明

$$\sup_{R^n \setminus (R^{n-1} \times [-m, m])} U_{\lambda}(x) \leq 0, \forall \lambda \in (\lambda_0 - \varepsilon, \lambda_0]. \quad (21)$$

假设式(21)不成立, 即

$$\sup_{R^n \setminus (R^{n-1} \times [-m, m])} U_{\lambda}(x) = A > 0, \forall \lambda \in (\lambda_0 - \varepsilon, \lambda_0]. \quad (22)$$

由式(3)不妨设存在 $M > m$, 使得

$$\begin{aligned} U_{\lambda}(x) - \frac{A}{2} &\leq 0, x \in R^n \setminus (R^{n-1} \times [-M, M]), \\ \forall \lambda &\in (\lambda_0 - \varepsilon, \lambda_0]. \end{aligned} \quad (23)$$

令

$$H_1 = (R^{n-1} \times (-M, -m)) \cup (R^{n-1} \times (m, M)),$$

则

$$H_1^c = R^n \setminus (R^{n-1} \times [-M, M]) \cup (R^{n-1} \times [-m, m]).$$

考虑函数 $U_{\lambda}(x) - A/2$. 首先, 根据式(20)和(23)有

$$U_{\lambda}(x) - \frac{A}{2} \leq 0, x \in H_1^c, \forall \lambda \in (\lambda_0 - \varepsilon, \lambda_0]. \quad (24)$$

其次, 对 $\forall \lambda \in (\lambda_0 - \varepsilon, \lambda_0]$, 讨论在 H_1 内满足 $U_{\lambda}(x) - A/2 > 0$ 的点, 即 $u(x) \geq u_{\lambda}(x)$. 若 $x \in R^{n-1} \times (m, M)$, 则 $u(x), u_{\lambda}(x) \geq 1 - \delta$. 于是有

$$au(x) - \eta(x) * u(x) \leq au_{\lambda}(x) - \eta(x) * u_{\lambda}(x). \quad (25)$$

若 $x \in R^{n-1} \times (-M, -m)$, 则 $u_{\lambda}(x) \leq u(x) \leq \delta$, 同理有上述结论式(25).

因此, 当 $x \in \{x \in H_1 | U_{\lambda}(x) - A/2 > 0\}$ 时, 有

$$\begin{aligned} (-\Delta)^s \left(U_{\lambda}(x) - \frac{A}{2} \right) &= (au(x) - \eta(x) * u(x)) - \\ & (au_{\lambda}(x) - \eta(x) * u_{\lambda}(x)) \leq 0. \end{aligned} \quad (26)$$

根据式(24)和(26)和引理 1 有

$$U_{\lambda}(x) - \frac{A}{2} \leq 0, x \in R^n, \forall \lambda \in (\lambda_0 - \varepsilon, \lambda_0],$$

这与式(22)矛盾, 从而式(21)得证. 因此式(19)成立, 但与 λ_0 的定义矛盾, 所以

$$U_{\lambda}(x) \leq 0, x \in R^n, \forall 0 < \lambda < 2m,$$

成立. 从而 $\lambda_0 = 0$.

步骤 3 下面证明 $u(x)$ 只依赖于 x_n . 取

$$\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n), \sigma_n > 0,$$

此时, 令

$$u_{\lambda}(x) = u(x + \lambda\sigma).$$

根据步骤 1 和步骤 2 有

$$u(x) \leq u(x + \lambda\sigma), x \in R^n, \forall \lambda > 0. \quad (27)$$

接下来证 $\sigma_n \rightarrow 0$, 对所有 $\sigma, \sigma_n = 0, \lambda > 0$, 有 $u(x) \leq u(x + \lambda\sigma), x \in R^n$.

如果不成立, 则存在 $\sigma, \sigma_n = 0, \theta > 0$ 充分小,

有

$$u(x) > u(x + \lambda\sigma) + \theta, x \in R^n, \forall \lambda > 0.$$

设存在 τ , 使得

$$\tilde{\sigma} = \sigma + \tau e_n,$$

其中, $e_n = (0, \dots, 0, 1)$. 由 u 的连续性有

$$|u(x + \lambda\tilde{\sigma}) - u(x + \lambda\sigma)| < \frac{\theta}{2}.$$

因此,

$$u(x) > u(x + \lambda\tilde{\sigma}) + \frac{\theta}{2}. \quad (28)$$

又由式(27)可得

$$u(x) \leq u(x + \lambda\tilde{\sigma}), x \in R^n, \forall \lambda > 0. \quad (29)$$

显然, 式(28)和(29)矛盾, 因此假设不成立, 即

当 $\sigma_n \rightarrow 0$ 时, 对所有 $\sigma, \sigma_n = 0, \lambda > 0$, 有

$$u(x) \leq u(x + \lambda\sigma), x \in R^n.$$

用 $-\sigma$ 代替 σ , 对所有 $\sigma, \sigma_n = 0$, 可以得到

$$u(x) = u(x + \lambda\sigma),$$

这意味着 $u(x)$ 不依赖于 x' , 则

$$u(x) = u(x_n),$$

即 $u(x)$ 只依赖于 x_n .

定理 1 证明完成.

参考文献:

- [1] Wang X S, Yang Z D. Symmetry and monotonicity of positive solutions for a Choquard equation with the fractional Laplacian[J]. Complex Variables and Elliptic Equations, 2022, 67(5):1211-1228.

- [2] Wang P Y, Chen L, Niu P C. Symmetric properties for Choquard equations involving fully nonlinear nonlocal operators[J]. Bulletin of the Brazilian Mathematical Society, 2021, 52(4):841-862 .
- [3] Ma L, Zhao L. Classification of positive solitary solutions of the nonlinear Choquard equation[J]. Archive for Rational Mechanics and Analysis, 2010, 195(2):455-467.
- [4] Caffarelli L, Silvestre L. Regularity theory for fully nonlinear integro-differential equations[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2009, 62(5):597-638.
- [5] Caffarelli L, Silvestre L. An extension problem related to the fractional Laplacian[J]. Communications in Partial Differential Equations, 2007, 32(8):1245-1260.
- [6] Yuan Z X, Cui X W, Chen W X, et al. Symmetry and non-existence of solutions for a nonlinear system involving the fractional Laplacian[J]. Discrete and Continuous Dynamical Systems, 2016, 36(2):1125-1141.
- [7] Chen W X, Li C M, Li Y. A direct method of moving planes for the fractional Laplacian[J]. Advances in Mathematics, 2017, 308:404-437.
- [8] Chen W X, Li C M. Maximum principles for the fractional p -Laplacian and symmetry of solutions[J]. Advances in Mathematics, 2018, 335:735-758.
- [9] Berestycki H, Nirenberg L. On the method of moving planes and the sliding method[J]. Bulletin Brazilian Mathematical Society, 1991, 22(1):1-37.
- [10] Wu L Y, Chen W X. The sliding methods for the fractional p -Laplacian[J]. Advances in Mathematics, 2020, 361:106933.
- [11] 武乐云, 陈文雄. 具 De Giorgi 型非线性分数阶方程解的单调性[J]. 中国科学: 数学, 2022, 52(1):1-22.

Sliding method on monotonicity of positive solutions of a class of fractional Choquard equations

ZHANG Wanqing, MA Feiyao*

(School of Mathematics and Statistics, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: In this paper, we study the De Giorgi type boundary value problem for a Choquard equation with fractional Laplace operator. We employ the sliding method to establish monotonicity of the positive solutions of the equation.

Key words: fractional Laplace operator; Choquard equation; sliding method; monotonicity

(责任编辑 章践立)