

两指标 B 值强鞅平削算子不等式与 Banach 空间的几何性质

叶 臣

(宁波大学 科学技术学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 证明了两指标 B 值强鞅平削算子不等式, 讨论了由平削算子生成的两指标 B 值强鞅空间的相互嵌入关系, 其结果与 Banach 空间的几何性质有密切联系.

关键词: 两指标 B 值强鞅; 平削算子; p 可光滑; q 可凸

中图分类号: O211.6

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2013) 03-0062-04

两指标 B 值强鞅不等式与 Banach 空间的几何性质有密切联系, 已有研究主要讨论了两指标 B 值强鞅的极大算子、均方算子和条件均方算子的 L_p 不等式, 如文献[1]利用保范映射及 Davis 分解专门讨论了两指标 B 值强鞅的 Davis 型不等式, 即均方算子和极大算子的 L_1 范数不等式, 文献[2]利用强原子分解讨论了两指标 B 值强鞅的上述算子不等式及强鞅空间的相互嵌入关系. 在调和分析中, 作为 Hardy-Littlewood 极大算子概念发展, Fefferman 等[3]引入了函数的平削算子, 于林[4]用平削算子刻画了单指标 B 值鞅空间的相互嵌入关系. 笔者在此讨论两指标 B 值强鞅的平削算子不等式, 并用不等式结果刻画了 Banach 空间的 p 可光滑性和 q 可凸性, 推广了单指标 B 值鞅的结果.

1 符号及定义

设 (Ω, F, P) 为完备的概率空间, $(B, \|\cdot\|)$ 为维数不小于 2 的 Banach 空间, $\{F_n, n \in N^2\}$ 为 F 关于 N^2 中的偏序不降的子 σ 代数列且满足 F_4 条件. 对 $\forall n = (n_1, n_2) \in N^2$, 记 $F_{n_1, \infty} = \sigma(\bigcup_{j \in N} F_{n_1, j})$, $F_{\infty, n_2} = \sigma(\bigcup_{i \in N} F_{i, n_2})$, $F_{\infty} = \sigma(\bigcup_{n \in N^2} F_n)$ 及 $F_n^* = \sigma(F_{n_1, \infty} \cup F_{\infty, n_2})$. 用 $E, E_n, E_{n_1, \infty}, E_{\infty, n_2}$ 和 E_n^* 分别表示期望算子及关于 $F_n, F_{n_1, \infty}, F_{\infty, n_2}$ 和 F_n^* 的条件期望算子.

取值 Banach 空间 B 且可积的随机变量序列 $f = (f_n, n \in N^2)$ 称为鞅, 若 $f = (f_n, n \in N^2)$ 关于 $\{F_n, n \in N^2\}$ 是适应的(即对所有 $n \in N^2$, f_n 关于 F_n 可

测)且当 $n \leq m$ 时, 有 $E_n f_m = f_n$.

对于两指标 B 值鞅定义鞅差如下:

$$d_n f = \begin{cases} 0, n_1 n_2 = 0, \\ f_{n_1, n_2} - f_{n_1-1, n_2} - f_{n_1, n_2-1} + f_{n_1-1, n_2-1}, n_1 n_2 \neq 0. \end{cases}$$

定义 1 称 B 值鞅 $f = (f_n, n \in N^2)$ 为一个强鞅, 若 $E_{n-1}^* d_n f = 0$ ($\forall n \in N^2$).

对定义在 (Ω, F, P) 上, 取值于 Banach 空间 B 上的两指标强鞅 $f = (f_n, n \in N^2)$, 本文用 f^* , $S^{(p)}(f)$ 及 $\sigma^{(p)}(f)$ 表示极大算子、 p 均方算子及条件 p 均方算子:

$$f_n^* = \sup_{i \leq n} \|f_i\|, \quad f^* = \sup_{n \in N^2} \|f_n\|,$$

$$S_n^{(p)}(f) = (\sum_{0 \leq i \leq n} \|d_i f\|^p)^{1/p},$$

$$S^{(p)}(f) = \sup_{n \in N^2} S_n^{(p)}(f), 0 < p < \infty,$$

$$\sigma_n^{(p)}(f) = (\sum_{0 \leq i \leq n} E_{i-1} \|d_i f\|^p)^{1/p},$$

$$\sigma^{(p)}(f) = \sup_{n \in N^2} \sigma_n^{(p)}(f), 0 < p < \infty.$$

此外, 几类平削算子分别表示为:

$$T_n^{(p)}(f) = \sup_{m \geq n} (E_n (\sum_{i=n}^m \|d_i f\|^p)^{1/p}),$$

$$T^{(p)}(f) = \sup_{n \in N^2} T_n^{(p)}(f), 0 < p < \infty,$$

$$T_{n+}^{(p)}(f) = \sup_{m \geq n} (E_n (\sum_{i=n+1}^m \|d_i f\|^p)^{1/p}),$$

$$T_+^{(p)}(f) = \sup_{n \in N^2} T_{n+}^{(p)}(f), 0 < p < \infty,$$

$$\begin{aligned} S_n^{(p)\#}(f) &= (E_n(S^{(p)}(f)^p - S_{n-1}^{(p)}(f)^p))^{1/p}, \\ S^{(p)\#}(f) &= \sup_{n \in N^2} S_n^{(p)\#}(f), 0 < p < \infty, \\ \sigma_n^{(p)\#}(f) &= (E_n(\sigma^{(p)}(f)^p - \sigma_{n-1}^{(p)}(f)^p))^{1/p}, \\ \sigma^{(p)\#}(f) &= \sup_{n \in N^2} \sigma_n^{(p)\#}(f), 0 < p < \infty. \end{aligned}$$

文中用 sH_α^* , $s\tilde{H}_\alpha^p$, $s\Sigma_\alpha^p$, sR_α^p , $s\mathfrak{R}_\alpha^p$, sK_α^p 及 sk_α^p 表示下列两指标 B 值强鞅空间:

$$\begin{aligned} sH_\alpha^* &= \{f : \|f\|_{sH_\alpha^*} = \|f^*\|_\alpha < \infty\}, 0 < \alpha \leq \infty, \\ s\tilde{H}_\alpha^p &= \{f : \|f\|_{s\tilde{H}_\alpha^p} = \|S^{(p)}(f)\|_\alpha < \infty\}, 0 < p < \infty, \\ 0 < \alpha &\leq \infty, \\ s\Sigma_\alpha^p &= \{f : \|f\|_{s\Sigma_\alpha^p} = \|\sigma^{(p)}(f)\|_\alpha < \infty\}, 0 < p < \infty, \\ 0 < \alpha &\leq \infty, \\ sR_\alpha^p &= \{f, \exists \gamma \in L_\alpha, \gamma \geq 0, E_n(\sum_{i=n}^m d_i f \|^p) \leq E_n(\gamma^p), \forall 0 \leq n \leq m < \infty\}, \\ \|f\|_{sR_\alpha^p} &= \inf_\gamma \| \gamma \|_\alpha, 0 < p < \infty, p \leq \alpha \leq \infty, \\ s\mathfrak{R}_\alpha^p &= \{f : \exists \gamma \in L_\alpha, \gamma \geq 0, E_n(\sum_{i=n+1}^m d_i f \|^p) \leq E_n(\gamma^p), \forall 0 \leq n \leq m-1 < \infty\}, \\ \|f\|_{s\mathfrak{R}_\alpha^p} &= \inf_\gamma \| \gamma \|_\alpha, 0 < p < \infty, p \leq \alpha \leq \infty, \\ sK_\alpha^p &= \{f : \exists \gamma \in L_\alpha, \gamma \geq 0, (S_n^{(p)\#}(f))^p \leq E_n(\gamma^p), \forall n \geq 0\}, \\ \|f\|_{sK_\alpha^p} &= \inf_\gamma \| \gamma \|_\alpha, 0 < p < \infty, \\ p &\leq \alpha \leq \infty, \\ sk_\alpha^p &= \{f : \exists \gamma \in L_\alpha, \gamma \geq 0, (\sigma_n^{(p)\#}(f))^p \leq E_n(\gamma^p), \forall n \geq 1\}, \\ \|f\|_{sk_\alpha^p} &= \inf_\gamma \| \gamma \|_\alpha, \\ 0 < p < \infty, p &\leq \alpha \leq \infty, \end{aligned}$$

其中, L_α 为 L_α 可积的随机变量全体.

关于 Banach 空间的 p 可光滑性和 q 可凸性的定义见文献[1].

2 主要结果和证明

引理 1 设 B 为 Banach 空间, $1 < p \leq 2$, 则 B 是 p 可光滑的充分必要条件是存在常数 $C = C_p > 0$, 使得对任一两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2)$ 有

$$E_n(\sum_{k=n}^m d_k f \|^p) \leq CE_n(\sum_{k=n}^m \|d_k f\|^p); \quad (1)$$

或者(并且),

$$E_n(\sum_{k=n+1}^m d_k f \|^p) \leq CE_n(\sum_{k=n+1}^m \|d_k f\|^p). \quad (2)$$

证明 引理 1 对单指标 B 值鞅的情形^[5-6]是成立的. 充分性可由单指标结论直接得到.

必要性 设 B 是 p 可光滑的, 对于两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2)$, 记 $n = (n_1, n_2)$, $m = (m_1, m_2)$, 利用单指标的结论有:

$$\begin{aligned} E_n(\sum_{k=n}^m d_k f \|^p) &= E_{n_1 m_2}[E_{m_1 n_2}(\sum_{j=n_2}^{m_2} \sum_{i=n_1}^{m_1} d_{ij} f \|^p)] \leq \\ E_{n_1 m_2}[CE_{m_1 n_2}(\sum_{j=n_2}^{m_2} \| \sum_{i=n_1}^{m_1} d_{ij} f \|^p)] &= \\ C \sum_{j=n_2}^{m_2} E_{m_1 n_2}[E_{n_1 j}(\sum_{i=n_1}^{m_1} d_{ij} f \|^p)] &< \\ C \sum_{j=n_2}^{m_2} E_{m_1 n_2}[CE_{n_1 j}(\sum_{i=n_1}^{m_1} \|d_{ij} f\|^p)] &= \\ C^2 E_n(\sum_{k=n}^m \|d_k f\|^p). \end{aligned}$$

此即(1)式. 类似可证(2)式. 引理 1 得证.

引理 2 设 B 为 Banach 空间, $2 \leq q < \infty$, 则 B 是 q 可凸的充分必要条件是存在常数 $C = C_q > 0$ 使得对任一两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2)$ 有:

$$E_n(\sum_{k=n}^m \|d_k f\|^q) \leq CE_n(\sum_{k=n}^m d_k f \|^q), \quad (3)$$

或者(并且),

$$E_n(\sum_{k=n+1}^m \|d_k f\|^q) \leq CE_n(\sum_{k=n+1}^m d_k f \|^q). \quad (4)$$

引理 2 的证明与引理 1 类似.

引理 3^[7] 设 B 为 Banach 空间, $1 < p \leq 2$, 则 B 是 p 可光滑的充分必要条件是存在对任一两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2)$, 若 $\sum_{n \in N^2} \|d_n f\|^p < \infty$, 则 f_n 依概率收敛.

引理 4^[7] 设 B 为 Banach 空间, $2 \leq q < \infty$, 则 B 是 q 可凸的充分必要条件是存在对任一两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2)$, 若 $\|f\|_\infty < \infty$, 则 $S^{(q)}(f) < \infty$, a.e..

定理 1 设 B 为 Banach 空间, $1 < p \leq 2$, $p \leq \alpha \leq \infty$, 则下列陈述等价:

(i) B 是 p 可光滑的.

(ii) $s\tilde{H}_\alpha^p \subset sR_\alpha^p$, 且存在常数 $C = C_{p\alpha} > 0$ 使得对任一两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2) \in s\tilde{H}_\alpha^p$ 有:

$$\|f\|_{sR_\alpha^p} \leq C \|f\|_{s\tilde{H}_\alpha^p}. \quad (5)$$

(iii) $s\Sigma_\alpha^p \subset s\mathfrak{R}_\alpha^p$, 存在常数 $C = C_{p\alpha} > 0$ 使得对任一两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2) \in s\Sigma_\alpha^p$ 有:

$$\|f\|_{s\mathfrak{R}_\alpha^p} \leq C \|f\|_{s\Sigma_\alpha^p}. \quad (6)$$

证明 (i) $\Rightarrow$ (ii) 设 B 是 p 可光滑空间, 两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2) \in s\tilde{H}_\alpha^p$. 则由引理 1 的(1)

式, 存在常数 $C = C_{p\alpha} > 0$ 使得:

$$E_n(\|\sum_{k=n}^m d_k f\|^p) \leq CE_n(\sum_{k=n}^m \|d_k f\|^p) \leq CE_n(S^{(p)}(f)^p).$$

由此可知, $f \in sR_\alpha^p$ 且(5)式成立.

(i) $\Rightarrow$ (iii) 设 B 是 p 可光滑空间, 两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2) \in s\Sigma_\alpha^p$, 则由引理 1 的(2)式可知, 存在常数 $C = C_{p\alpha} > 0$ 使得:

$$E_n(\|\sum_{k=n+1}^m d_k f\|^p) \leq CE_n(\sum_{k=n+1}^m \|d_k f\|^p) = CE_n[\sum_{k=n+1}^m E_{k-1}(\|d_k f\|^p)] \leq CE_n(\sigma^{(p)}(f)^p).$$

此即, $f \in sR_\alpha^p$ 且(6)式成立.

(ii) $\Rightarrow$ (i) 和 (iii) $\Rightarrow$ (i) 由单指标 B 值鞅的结果^[8]可立即得到.

定理 1 得证.

定理 2 设 B 为 Banach 空间, $2 \leq q < \infty$, $q \leq \alpha \leq \infty$, 则下列陈述等价:

(i) B 是 q 可凸的.

(ii) $sR_\alpha^q \subset s\tilde{H}_\alpha^q$, 且存在常数 $C = C_{q\alpha} > 0$ 使得对任一两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2) \in sR_\alpha^q$ 有:

$$\|f\|_{s\tilde{H}_\alpha^q} \leq C \|f\|_{sR_\alpha^q}. \quad (7)$$

(iii) $sR_\alpha^q \subset s\Sigma_\alpha^q$, 存在常数 $C = C_{q\alpha} > 0$ 使得对任一两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2) \in sR_\alpha^q$ 有:

$$\|f\|_{s\Sigma_\alpha^q} \leq C \|f\|_{sR_\alpha^q}. \quad (8)$$

定理 2 的证明与定理 1 类似.

定理 3 设 B 为 Banach 空间, $1 < p \leq 2$, $p \leq \alpha \leq \infty$, 则下列陈述等价:

(i) B 是 p 可光滑的.

(ii) $sK_\alpha^p \subset sR_\alpha^p$, 且存在常数 $C = C_{p\alpha} > 0$ 使得对任一两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2) \in sK_\alpha^p$ 有:

$$\|f\|_{sR_\alpha^p} \leq C \|f\|_{sK_\alpha^p}. \quad (9)$$

(iii) $sK_\alpha^p \subset sR_\alpha^p$, 存在常数 $C = C_{p\alpha} > 0$ 使得对任一两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2) \in sK_\alpha^p$ 有:

$$\|f\|_{sR_\alpha^p} \leq C \|f\|_{sK_\alpha^p}. \quad (10)$$

证明 (i) $\Rightarrow$ (ii) 设 B 是 p 可光滑空间, 两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2) \in sK_\alpha^p$, 则 $\exists \gamma \in L_\alpha(R)$, $\gamma > 0$, 使得:

$$E_n(\|\sum_{k=n}^\infty d_k f\|^p) \leq E_n(S^{(p)}(f)^p - S_{n-1}^{(p)}(f)^p) \leq E_n(\gamma^p), \forall n \geq 1.$$

根据 B 的 p 可光滑性, 由引理 1 的(1)式, 存在常数 $C = C_{p\alpha} > 0$ 使得:

$$E_n(\|\sum_{k=n}^m d_k f\|^p) \leq CE_n(\sum_{k=n}^m \|d_k f\|^p) \leq CE_n(\gamma^p), \forall 1 \leq n \leq m < \infty.$$

故 $\|f\|_{sR_\alpha^p} \leq C^{1/p} \|f\|_{sK_\alpha^p}$, 从而(ii)得证.

(i) $\Rightarrow$ (iii) 证明与(i) $\Rightarrow$ (ii)类似.

(ii) $\Rightarrow$ (i) 假定(9)式成立, 设两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2)$ 满足 $\sum_{n \in N^2} \|d_n f\|^p < \infty$, 则 $f \in sK_\alpha^p \subset sK_\alpha^p \subset sR_\alpha^p$, 由 sR_α^p 定义可知, 对于任意 $\varepsilon > 0$, $\exists \gamma \geq 0$, $\gamma \in L_\alpha(R)$, 使得 $E_n(\|\sum_{i=n}^m d_i f\|^p) \leq E_n(\gamma^p)$, $\forall 1 \leq n \leq m < \infty$ 及 $\|\gamma\|_\alpha \leq \|f\|_{sR_\alpha^p} + \varepsilon$.

两边取期望, 并由(9)式得 $E\|\sum_{i=n}^m d_i f\|^p \leq E(\gamma^p) \leq (C\|f\|_{sK_\alpha^p} + \varepsilon)^p$. 注意到 $S^{(p)}(f)^p = \sum_{n \in N^2} \|d_n f\|^p < \infty$

及 $E_n(S^{(p)}(f)^p - S_{n-1}^{(p)}(f)^p) \leq E_n(S^{(p)}(f)^p)$, $\forall n \geq 1$.

由 sK_α^p 的定义有:

$$\|f\|_{sK_\alpha^p} \leq \|S^{(p)}(f)\|_\alpha = \left(\sum_{n \in N^2} \|d_n f\|^p\right)^{1/p}.$$

由以上算式可得:

$$E\|\sum_{i=n}^m d_i f\|^p \leq (C\left(\sum_{n \in N^2} \|d_n f\|^p\right)^{1/p} + \varepsilon)^p,$$

令 $\tilde{f}_i = f_{(n-1)\wedge i} - f_{n-1}$, $i \geq 0$, 用 $\tilde{f} = (\tilde{f}_i)$ 代替上式 $f = (f_i)$, 得:

$$E\|\sum_{i=n}^m d_i f\|^p \leq (C\left(\sum_{k=n}^\infty \|d_k f\|^p\right)^{1/p} + \varepsilon)^p.$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时, 不等号右边第一部分趋于零.

由 Fatou 引理可知 f_n 在 $L_p(B)$ 中收敛, 从而 f_n 依概率收敛, 由引理 3 可知 B 是 p 可光滑的.

(iii) $\Rightarrow$ (i) 证明与(ii) $\Rightarrow$ (i)类似. 定理 3 得证.

定理 4 设 B 为 Banach 空间, $2 \leq q < \infty$, $q \leq \alpha \leq \infty$, 则下列陈述等价:

(i) B 是 q 可凸的.

(ii) $sR_\alpha^q \subset sK_\alpha^q$, 且存在常数 $C = C_{q\alpha} > 0$ 使得对任一两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2) \in sR_\alpha^q$ 有:

$$\|f\|_{sK_\alpha^q} \leq C \|f\|_{sR_\alpha^q}. \quad (11)$$

(iii) $sR_\alpha^q \subset sK_\alpha^q$, 且存在常数 $C = C_{q\alpha} > 0$ 使得对任一两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2) \in sR_\alpha^q$ 有:

$$\|f\|_{sK_\alpha^q} \leq C \|f\|_{sR_\alpha^q}. \quad (12)$$

证明 (i) $\Rightarrow$ (ii) 设 B 是 q 可凸空间, 两指标 B

值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2) \in sR_\alpha^q$, 则 $\exists \gamma \in L_\alpha(R), \gamma \geq 0$, 使得 $E_n(\|\sum_{i=n}^m d_i f\|^q) \leq E_n(\gamma^q), \forall 1 \leq n \leq m < \infty$.

由 B 的 q 可凸性及引理 2 可得:

$$E_n(\sum_{k=n}^m \|d_k f\|^q) \leq CE_n(\sum_{k=n}^m d_k f\|^q) \leq E_n(\gamma^q),$$

$$\forall 1 \leq n \leq m < \infty.$$

由 m 的任意性可得:

$$E_n(S^{(q)}(f)^q - S_{n-1}^{(q)}(f)^q) \leq CE_n(\gamma^q), \forall n \geq 1,$$

此即 $\|f\|_{sK_\alpha^q} \leq C^{1/q} \|f\|_{sR_\alpha^q}$, 从而(ii)得证.

(i) $\Rightarrow$ (iii) 证明与(i) $\Rightarrow$ (ii) 类似.

(ii) $\Rightarrow$ (i) 假定(11)式成立, 设两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2)$ 满足 $\|f\|_\infty < \infty$, 则 $f \in sR_\alpha^q$, 且 $E_n(\sum_{k=n}^m \|d_k f\|^q) \leq 2^q E_n(f^*)^q, \forall 1 \leq n \leq m < \infty$.

由 sK_α^q 定义可知, 对于任意 $\varepsilon > 0$, 存在 $\gamma \geq 0, \gamma \in L_\alpha(R)$ 使得 $E_n(S^{(q)}(f)^q - S_{n-1}^{(q)}(f)^q) \leq E_n(\gamma^q)$ 及 $\|\gamma\|_\alpha \leq \|f\|_{sK_\alpha^q} + \varepsilon$, 当 $n=0$ 时, 取期望得:

$$E(S^{(q)}(f)^q) \leq E_n(\gamma^q) \leq (C \|f\|_{sK_\alpha^q} + \varepsilon)^q < \infty,$$

于是 $S^{(q)}(f) < \infty, a.e.$ 由引理 4 知 B 是 q 可凸的.

(iii) $\Rightarrow$ (i) 证明与(ii) $\Rightarrow$ (i) 类似.

定理 4 得证.

由定理 3 及定理 4 可得下面推论.

推论 1 设 B 为 Banach 空间, $2 \leq \alpha \leq \infty$, 则下列陈述等价.

(i) B 同构于 Hilbert 空间.

(ii) $sR_\alpha^2 \approx sK_\alpha^2$, 且存在常数 $C_\alpha > 0$ 和 $C'_\alpha > 0$ 使

得对任一两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2)$ 有:

$$C_\alpha \|f\|_{sR_\alpha^2} \leq \|f\|_{sK_\alpha^2} \leq C'_\alpha \|f\|_{sR_\alpha^2}. \quad (13)$$

(iii) $sR_\alpha^2 \approx sK_\alpha^2$, 且存在常数 $C_\alpha > 0$ 和 $C'_\alpha > 0$, 使得对任一两指标 B 值强鞅 $f = (f_n, n \in N^2)$ 有:

$$C_\alpha \|f\|_{sR_\alpha^2} \leq \|f\|_{sK_\alpha^2} \leq C'_\alpha \|f\|_{sR_\alpha^2}. \quad (14)$$

参考文献:

- [1] Ye Chen, Gan Shixin, Zhang Feng. Davis's inequalities for two-parameter Banach space valued strong martingales and geometrical properties of Banach spaces[J]. Wuhan University Journal of Natural Sciences, 2000, 5(2): 131-136.
- [2] 叶臣. 两指标 B 值强鞅空间与 Banach 空间的几何性质[J]. 宁波大学学报: 理工版, 2002, 15(4):13-17.
- [3] Fefferman C, Stein E M. H^p spaces of several variables[J]. Acta Math, 1972, 129:137-194.
- [4] 于林. 平削算子生成的 B 值鞅空间及其原子分解[J]. 应用数学, 2004, 17(1):108-114.
- [5] 刘培德. 鞅与 Banach 空间几何学[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 1993.
- [6] 刘培德. 鞅空间与 Banach 空间的几何性质[J]. 中国科学, 1990, 7(A):694-704.
- [7] 李宏, 叶臣. 两指标 B 值强鞅的收敛性与 Banach 空间几何性质[J]. 宁波大学学报: 理工版, 2011, 24(4):41-44.
- [8] Yu lin. Duals of Banach-space-valued martingale Hardy spaces[J]. Kyungpook Mathematical Journal, 2001, 41(2): 259-275.

Sharp Operator Inequalities for Two-parameter Banach Space Valued Strong Martingale and Geometric Properties of Banach Space

YE Chen

(College of Science and Technology, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: Some sharp operator inequalities for two-parameter Banach space valued strong martingale are proved. The embedding relationships between the two-parameter Banach space valued strong martingale spaces generated by sharp operator are discussed. The results obtained in this paper are associated closely with the geometric properties of the Banach space.

Key words: two-parameter Banach space valued strong martingale; sharp operator; p -smoothable; q -convexifiable

(责任编辑 章践立)