

DOI: 10.20098/j.cnki.1001-5132.2024.0138

结构可靠性拓扑优化的深度学习协同方法

阮相当¹, 许孟辉^{1,2*}, 李 萍², 蒋章宇², 贺元强², 刘天旭¹, 陶 磊¹

(1. 宁波大学 机械工程与力学学院, 浙江 宁波 315211; 2. 新疆理工学院 理学院, 新疆 阿克苏 843100)

摘要: 在给定约束条件下, 结构拓扑优化以最优化性能获得设计域内材料的最佳布局. 传统拓扑优化面临两大挑战: 其一, 未定量计入参数不确定性的影响, 导致优化后结构在服役中常常不满足性能约束; 其二, 基于有限元模型的拓扑优化分辨率严重依赖于有限元网格. 本文以随机参数定量计及固有不确定性, 基于顺序优化与可靠性分析实现可靠性优化模型的确定性转化. 进一步, 基于网络训练与拓扑优化的过程相似性, 以深度神经网络表达单元相对密度与网络参数之间的映射, 通过构造计及可靠性的损失函数, 将拓扑优化过程转换为网络训练过程. 算例验证了所提方法获得的拓扑优化结构能够在满足性能可靠性要求的前提下实现较高的拓扑分辨率.

关键词: 拓扑优化; 可靠性优化; 深度神经网络; 有限元分析

中图分类号: O34; O39

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2024) 04-0103-07

结构拓扑优化旨在获得材料的最优分布方式和传力路径, 使结构的某种性能达到最优. 从设计变量物理属性看, 它有两个主要分支: 其一, 基于桁架设计理论提出的离散结构拓扑优化^[1], 以有限数量桁架杆件的横截面积作为设计变量, 在“离散参数系统”中通过改变桁架间节点的连通性和杆件布置实现桁架结构的拓扑优化设计; 其二, 基于均匀化理论提出的连续体结构拓扑优化^[2], 以结构中任意单元区域材料的有/无为设计变量, 实现设计域及边界的材料最优布局. 针对连续体结构拓扑优化问题, 通过引入假设的可变密度材料, 以单元相对密度作为设计变量提出的固体各向同性材料惩罚法(Solid Isotropic Material with Penalization, SIMP)^[3]相比于均匀化方法更为便捷.

随着机器学习蓬勃兴起, 利用神经网络或深度学习加速拓扑优化进程的探索快速增加. Sosnovik 等^[4]利用卷积编码器/解码器实现了拓扑优化过程中的密度收敛. Yu 等^[5]使用卷积神经网络(Convolutional Neural Network, CNN)对低分辨率训练数据集进行训练, 并利用条件生成对抗网络

(cGAN)进行细化. Chi 等^[6]利用定制的双尺度拓扑优化完成局部在线训练. Wang 等^[7]提出了具有可感知泛化能力的拓扑优化深度 CNN 方法, 其中 U-Net 网络显著降低了计算代价. Yue 等^[8]构造了有限元卷积神经网络(FE-CNNs), 并利用其作为高分辨率与低分辨率有限元模型之间的映射函数, 减少了优化过程中有限元分析的规模. Chandrasekhar 等^[9]提出了一种利用神经网络直接执行拓扑优化的策略. 然而, 物理驱动和数据驱动的结构拓扑优化都是在点值参数条件下完成的, 参数不确定性对拓扑优化结果的影响并未定量计入.

不确定性广泛存在于结构分析、设计、优化与控制等全生命周期中, 随着结构精细化分析要求不断提高, 不确定性效应愈发不可忽视. 为便于描述, 根据不确定性的来源, 本文将其归纳为“MAIL MENU”: “MA” (Machining errors)表示因工艺水平限制引起的加工或装配误差; “I” (Imperfect knowledge)表示因知识水平限制引起的非完备认知, 如边界条件的理想简化; “L” (Loadings)表示外部荷载波动; “ME” (MEasurement noise)表示测量

收稿日期: 2024-01-26.

宁波大学学报(理工版)网址: <http://journal.lg.nbu.edu.cn/>

基金项目: 宁波大学省属高校基本业务费项目 (SJLY2022003); 新疆维吾尔自治区天山青年计划 (2020Q083); 新疆维吾尔自治区自然科学基金 (2021D01B46).

第一作者: 阮相当, 硕士研究生, 主要研究方向: 结构可靠性拓扑优化. E-mail: nanjiang_nbu@163.com

*通信作者: 许孟辉, 副教授, 主要研究方向: 结构拓扑优化、可靠性分析. E-mail: xumenghui@nbu.edu.cn

误差或噪声,如结构参数辨识所需的响应测量数据通常包含不同程度的测量噪声;“N”(Numerical calculation)表示因数值计算引入的计算误差,如有限元离散或有限差分的数值计算误差;“U”(Usage conditions)表示因服役条件波动导致的环境不确定性.这些不确定性可以分为随机不确定性和认知不确定性,前者是固有且不可减小的,后者可通过样本容量的增加而减小.从数学角度而言,随机不确定性通常可用样本容量较大,可以采用概率密度函数、随机场、随机过程等建模;认知不确定性通常可用样本容量较小,可以采用凸模型(包括区间数模型)、隶属度函数模型等建模.此外,对于中等样本容量的不确定性,可以采用混合模型建模,如具有区间数型参数的概率密度函数模型、P-box模型等.可靠性是实现定量不确定性对结构性能影响的最有效途径之一. Jung等^[10]考虑了与位移相关的概率约束,提出了可靠性拓扑优化(Reliability-Based Topology Optimization, RBTO)模型以实现结构体积最小化. Jalalpour等^[11]提出了一种高效的RBTO算法,降低了拓扑优化中不确定性分析的时间成本. Pham等^[12]提出了一种基于随机场材料模型的线弹性连续体可靠性拓扑优化算法. Meng等^[13]提出了一种组合考虑模糊和概率不确定性的混合RBTO算法. Bruggi等^[14]提出了复合材料结构可靠性拓扑优化算法. Cheng等^[15]提出了一种在满足全局概率应力约束的情况下最小体积分数的可靠性最优化模型.为简洁描述,本文将不确定性参数称为设计参数(如材料弹性模量),用以优化的结构参数称为设计变量.若将结构分析作为基本单元, RBTO表现为三层嵌套模型,内层为给定设计参数与设计变量取值条件下的结构分析,中层为给定设计变量取值条件下的可靠性分析,外层为实现设计变量取值更新的优化流程.因此,优化流程与可靠性分析的嵌套导致结构分析次数骤增,进一步导致RBTO效率大幅降低.当前,如何利用深度学习提高RBTO效能的研究正处于起步阶段,特别对于复杂结构而言,拓扑优化基于有限元分析模型完成,导致优化后结构的拓扑分辨率完全依赖于有限元网格.

针对以上两个问题,以随机参数建模不确定性,以结构体积最小化为目标,以结构柔顺度要求

为约束,本文建立了结构可靠性拓扑优化模型,利用顺序优化与可靠性分析(Sequential Optimization and Reliability Assessment, SORA)算法^[16]完成了可靠性优化模型的不确定性转化,进一步构造了新的损失函数,利用网络训练过程完成了模型求解.

1 结构可靠性拓扑优化模型

在有限元分析框架下,以结构体积最小化为目标、以结构柔顺度为约束的拓扑优化模型可以表示为

$$\begin{aligned} \min V(\bar{\rho}) &= \sum_e \rho_e v_e, \\ \mathbf{K}(\bar{\rho}) \bar{\mathbf{u}} &= \bar{\mathbf{f}}, \\ \text{s.t. } c(\bar{\rho}) &\leq c_{\text{cr}}, \\ 0 &\leq \rho_{\min} \leq \rho_e \leq 1, \end{aligned} \quad (1)$$

式中:优化目标 $V(\bar{\rho})$ 为结构总体积; ρ_e 为单元相对密度; v_e 为单元体积; $\mathbf{K}$ 、 $\bar{\mathbf{u}}$ 、 $\bar{\mathbf{f}}$ 分别是结构刚度矩阵、位移向量以及荷载向量; c_{cr} 为结构柔顺度阈值; c 为结构柔顺度,即

$$c = \sum_e \rho_e^p c_e = \sum_e \rho_e^p \bar{\mathbf{u}}_e^T \mathbf{K}_e \bar{\mathbf{u}}_e, \quad (2)$$

其中 p 是惩罚参数,用于控制材料密度分布的平滑性和精细度, c_e 为结构的单元柔顺度, $\bar{\mathbf{u}}_e$ 、 $\mathbf{K}_e$ 分别为单元 e 的节点位移向量和单元刚度矩阵.单元弹性模量可表示为

$$E(\rho_e) = E_{\min} + \rho^p (E_{\max} - E_{\min}), \quad (3)$$

式中: $E_{\max}$ 表示实体单元中材料的弹性模量,引入 $E_{\min}$ 避免奇异性.

1.1 RBTO模型及其确定性转化

不确定性以随机参数向量 $\bar{\mathbf{q}}$ 表示,可靠性拓扑优化模型可以表示为

$$\begin{aligned} \min V(\bar{\rho}) &= \sum_e \rho_e v_e, \\ \mathbf{K}(\bar{\rho}, \bar{\mathbf{q}}) \bar{\mathbf{u}}(\bar{\mathbf{q}}) &= \bar{\mathbf{f}}(\bar{\mathbf{q}}), \\ \text{s.t. } P_f \{g(\bar{\rho}, \bar{\mathbf{q}}) < 0\} &\leq p_{\text{cri}}, \\ 0 &\leq \rho_{\min} \leq \rho_e \leq 1, \end{aligned} \quad (4)$$

式中: p_{cri} 为失效概率阈值; $P_f \{g(\bar{\rho}, \bar{\mathbf{q}}) < 0\}$ 表示失效概率, $g(\bar{\rho}, \bar{\mathbf{q}})$ 定义为性能函数,即

$$g(\bar{\rho}, \bar{\mathbf{q}}) = c_{\text{cr}} - c(\bar{\rho}, \bar{\mathbf{q}}). \quad (5)$$

根据一阶可靠性分析方法^[17],性能函数近似表示为随机参数向量的线性函数.将随机参数向量 $\bar{\mathbf{q}}$ 作标准化,方程(4)中概率约束条件可转化为

$$P_{\tau}\{g(\bar{\rho}, \bar{q}) < 0\} = \Phi(-\beta_{\tau}) = 1 - \Phi(\beta_{\tau}) \leq p_{\text{cri}}, \quad (6)$$

从而, 可靠性指标 β_{τ} 满足

$$\beta_{\tau} \geq \Phi^{-1}(1 - p_{\text{cri}}). \quad (7)$$

根据性能测量分析方法, 最大可能目标点 (Most Probable Target Point, MPTP) 计算为

$$\bar{\mathbf{y}}_{\text{MPTP}} = \arg \min_{\bar{\mathbf{y}} \in \beta_{\tau}} g(\bar{\rho}, \bar{\mathbf{y}}), \quad (8)$$

因此, 方程(4)中概率约束条件可等价

$$g(\bar{\rho}, \bar{\mathbf{y}}_{\text{MPTP}}) \geq 0. \quad (9)$$

最终, 可靠性拓扑优化模型(4)可转化为如下确定性拓扑优化模型:

$$\begin{aligned} \min V(\bar{\rho}) &= \sum_e \rho_e v_e, \\ K(\bar{\rho}, \bar{\mathbf{y}}_{\text{MPTP}}) \bar{\mathbf{u}}(\bar{\rho}, \bar{\mathbf{y}}_{\text{MPTP}}) &= \bar{\mathbf{f}}(\bar{\rho}, \bar{\mathbf{y}}_{\text{MPTP}}), \quad (10) \\ \text{s.t. } g(\bar{\rho}, \bar{\mathbf{y}}_{\text{MPTP}}) &\geq 0, \\ 0 &\leq \rho_{\min} \leq \rho_e \leq 1. \end{aligned}$$

1.2 代理模型

在求解 MPTP 的模型(8)中, 函数 $g(\bar{\rho}, \bar{\mathbf{y}})$ 通过有限元分析获得随机参数向量的隐式函数. 为提高模型求解效率, 需要建立函数 $g(\bar{\rho}, \bar{\mathbf{y}})$ 关于 $\bar{\mathbf{y}}$ 的响应面代理模型. 本文以 Hermite 正交多项式为基底, 代理模型^[12]可以表示为

$$\begin{aligned} g(\bar{\rho}, \bar{\mathbf{y}}) &= a_0 + \sum_{i1=1}^n a_{i1} H_1(y_{i1}) + \sum_{i1=1}^n \sum_{i2=1}^n a_{i1,i2} H_2(y_{i1}, y_{i2}) + \\ &\sum_{i1=1}^n \sum_{i2=1}^n \sum_{i3=1}^n a_{i1,i2,i3} H_3(\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \alpha_{i3}) + \dots \quad (11) \end{aligned}$$

式中: n 为随机参数个数; $a_0, a_{i1}, a_{i1,i2}, a_{i1,i2,i3} \dots$ 为未知待求系数; $H_p(\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \dots, \alpha_{ip})$ 是 p 阶 Hermite 多项式, 即

$$\begin{aligned} H_p(\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \dots, \alpha_{ip}) &= \\ (-1)^p e^{\bar{\alpha}^T \bar{\alpha}/2} \frac{\partial^p}{\partial \alpha_{i1} \partial \alpha_{i2} \dots \partial \alpha_{ip}} e^{-\bar{\alpha}^T \bar{\alpha}/2}, \quad (12) \end{aligned}$$

其中 $\bar{\alpha} = \{\alpha_{ik}\}_{k=1}^p$ 是标准正态分布下的随机向量.

2 深度学习协同方法

从数学角度而言, 在有监督学习中, 神经网络的训练是在给定自定义损失函数条件下实现对网络参数(权重与偏置)优化的. 结构拓扑优化是在给定性能约束条件下(如结构柔顺度约束或结构柔顺度概率约束)实现对单元相对密度优化的. 因此, 若将单元相对密度表示为网络参数(权重与偏置)的函数, 利用拓扑优化所需的结构性能构造损失

函数, 从而在网络训练中获得最佳权重与偏置后可同步获得最佳单元相对密度^[9]. 在计及随机参数效应的条件下, 本文构造了新的损失函数, 利用深度神经网络构造了由空间坐标到单元相对密度的映射, 将单元相对密度优化归结为网络参数优化, 实现网络训练与拓扑优化的协同. 同时, 由于所训练的深度神经网络是空间坐标到单元相对密度的函数, 该函数可进一步实现单元相对密度关于空间坐标的插值, 即实现在粗网格高效率优化的前提下获得高分辨率拓扑结构.

2.1 深度神经网络构型

深度神经网络构型如图1所示. 输入层为二维平面上点的空间坐标(即有限元模型的单元中心点坐标); 隐含层共计5层, 神经元个数为(22, 22, 22, 22, 2), 前4个隐含层由全连接层、归一化层和激活函数层(Leaky ReLU)^[18]构成, 最后1个隐含层由全连接层和激活函数层(SoftMax)构成, 其中采用 SoftMax 作为激活函数是由单元相对密度位于[0, 1]之间的物理约束决定的; 输出层为该点所在单元的相对密度, 原则上 SoftMax 函数的2个输出都满足相关输出条件, 但在单一材料设定下, 本文只需选取 SoftMax 层第1个数值.

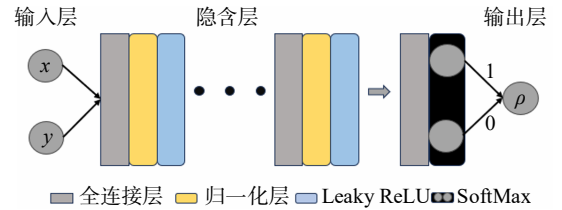


图1 深度神经网络构型

因此, 深度神经网络驱动的可靠性拓扑优化模型可表示为

$$\begin{aligned} \min V(\bar{\omega}) &= \sum_e \rho_e(\bar{\omega}) v_e, \\ K(\bar{\omega}, \bar{\mathbf{y}}_{\text{MPTP}}) \bar{\mathbf{u}}(\bar{\omega}, \bar{\mathbf{y}}_{\text{MPTP}}) &= \bar{\mathbf{f}}(\bar{\omega}, \bar{\mathbf{y}}_{\text{MPTP}}), \quad (13) \\ \text{s.t. } g(\bar{\omega}, \bar{\mathbf{y}}_{\text{MPTP}}) &\geq 0, \\ 0 &\leq \rho_{\min} \leq \rho_e \leq 1, \end{aligned}$$

式中: $\bar{\omega}$ 为深度神经网络参数向量, 网络学习率为0.01^[19].

2.2 计及可靠性的损失函数

为实现网络训练与拓扑优化的协同, 本文利用拓扑优化模型的目标函数与可靠性约束构造了新的损失函数:

$$L(\bar{\omega}) = \sum_e \rho_e(\bar{\omega}) v_e + \alpha^* (\min(0, g(\bar{\omega}, \bar{y}_{\text{MPTP}})))^2, \quad (14)$$

其中 α^* 为动态惩罚因子, 其更新方式为随优化迭代等量递增, 初始值 $\alpha_0 = 0$, 增量 $\Delta\alpha = 0.1$, 最大值 $\alpha_{\max} = 100$.

2.3 灵敏度分析

在深度神经网络中, 损失函数关于网络参数的灵敏度^[20-21]可表示为

$$\frac{\partial L}{\partial \omega_i} = \sum_e \frac{\partial L}{\partial \rho_e} \frac{\partial \rho_e}{\partial \omega_i}, \quad (15)$$

式中: ω_i 为 $\bar{\omega}$ 的分量. 为避免梯度爆炸问题, 本文采用了梯度裁剪方法^[22], 结合式(14)和式(2), 式(15)可展开为

$$\frac{\partial L}{\partial \omega_i} = \begin{cases} \sum_e \frac{\partial \rho_e}{\partial \omega_i} v_e, & c \leq c_{\text{cr}}, \\ \sum_e \frac{\partial \rho_e}{\partial \omega_i} v_e - 2\alpha p \sum_e \rho_e^{p-1} c_e \frac{\partial \rho_e}{\partial \omega_i} (c - c_{\text{cr}}), & c > c_{\text{cr}}. \end{cases} \quad (16)$$

2.4 主要流程

结构可靠性拓扑优化的深度学习协同方法(NN-RBTO)的流程如图2所示.

(1)初始化网络参数、相对密度场和随机参数向量.

(2)基于深度学习的确定性拓扑优化: 利用深度神经网络建立由空间坐标到单元相对密度的映射, 将单元相对密度表示为网络参数的函数, 结合有限元求解器构造计及拓扑优化所需结构性能的损失函数, 在网络训练的同时实现拓扑优化迭代.

(3)可靠性分析: 利用随机参数样本和优化得到的相对密度场, 结合有限元分析来训练构建近似有限元过程的代理模型, 利用式(8)获得指定可靠性指标下的 MPTP, 若满足相关收敛准则, 则算

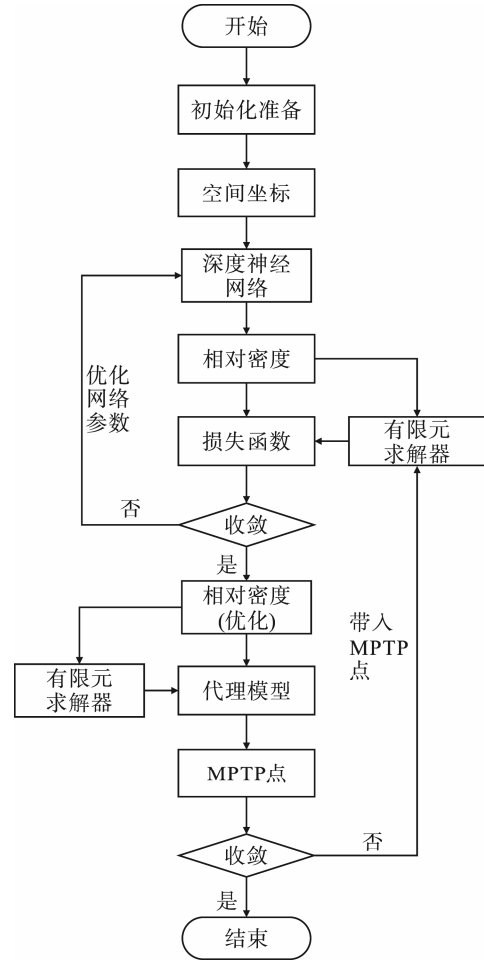


图2 NN-RBTO 的流程

法终止, 反之, 重置深度神经网络参数, 并重复(2)~(3).

3 二维梁结构的拓扑优化

本节利用可靠性拓扑优化的深度学习协同方法完成了不同边界条件下的二维梁结构(图3)的拓扑优化. 深度神经网络超参数列于2.1节, 有限元网格分辨率设置为 60×20 , 梁结构所承受荷载为随机参数, 满足 $f \sim N(1, 0.05^2)$.

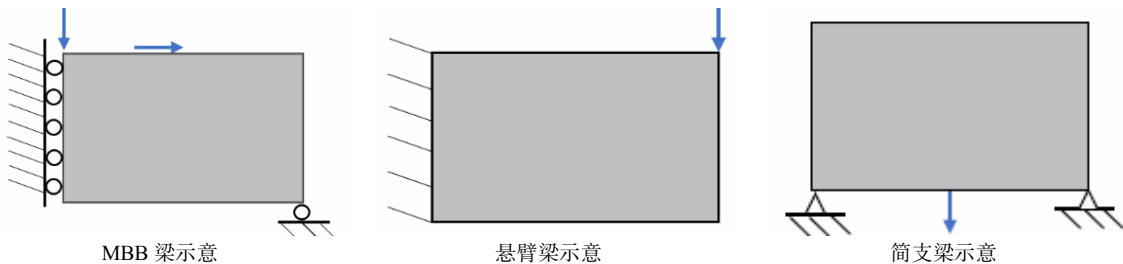


图3 不同边界条件下二维梁结构

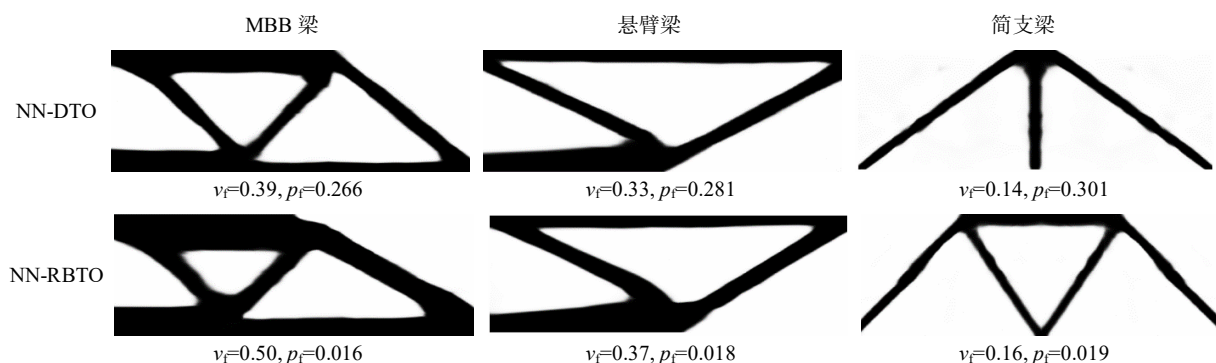


图4 确定性拓扑优化与可靠性拓扑优化结果

3.1 优化后结构的可靠性分析

在3个工况下, 二维梁结构的确定性拓扑优化 (NN-DTO) 与 NN-RBTO 结果如图4所示, 其中 v_f 表示优化后结构的体积分数, 确定性拓扑优化模型(1)默认安全系数为1, 可靠性拓扑优化模型(10)设置可靠性指标为 $\beta_t = 2$. 基于 Kriging 代理模型, 利用蒙特卡罗法计算拓扑优化后的结构失效概率 (p_f).

由图4可知, 在3个工况下, 确定性拓扑优化后的结构失效概率(即实际不满足柔顺度约束的概率)均高于可靠性拓扑优化后的结构失效概率. 因此, 在结构拓扑优化中定量计及参数不确定性是必要的, 特别是对结构安全性/可靠性要求较高的高价值结构. 导致这一结果的原因可归结为: 确定性拓扑优化将全部参数视为点值型参数, 未考虑参数波动对结构性能的影响, 导致优化后的结构在点值型参数发生波动时易由“安全状态”向“失效状态”偏移, 结构失效概率偏大, 即模型未对点值型参数的波动效应施加约束. 具体而言, 确定性拓扑优化的结构柔顺度当随机参数在一定集合内取值时满足柔顺度约束, 在其他范围内取值时不满足柔顺度约束.

3.2 优化后结构的分辨率结果

本节利用所提出的 NN-RBTO 和传统上基于物理驱动的 RBTO^[12]完成了在不同可靠性要求条件下的二维梁结构的拓扑优化, 优化结果如图5~7所示. 由图5~7可知, 在有限元网格分辨率相同 (60×20)条件下, 基于物理驱动的传统可靠性拓扑优化结果的分辨率依赖于有限元网格分辨率, 提高优化结果分辨率需要细化有限元网格并重新完

成可靠性拓扑优化. 特别对复杂结构而言, 获得高分辨率的拓扑优化结果需要更高的计算代价. 在文中所提方法中, 深度学习建立了空间坐标与对应位置的相对密度的映射, 在一定范围内实现了单元相对密度的空间插值, 可以在低分辨率有限元网格条件下获得较高分辨率的拓扑结构. 此外, 随着可靠性要求的提高, 优化后结构的体积分数增加.

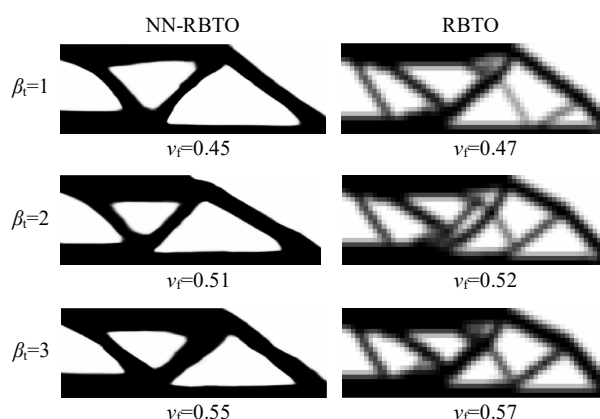


图5 MBB梁可靠性拓扑优化结果

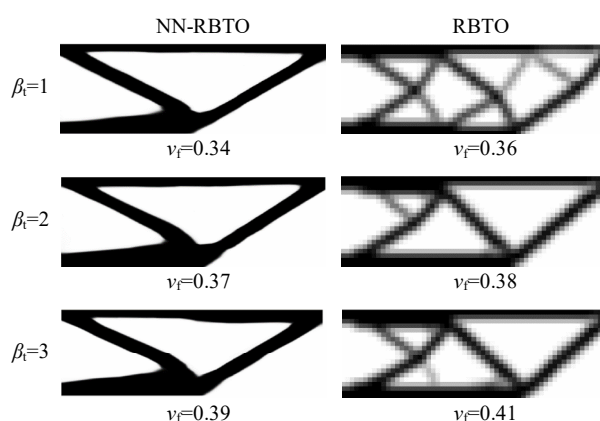


图6 悬臂梁可靠性拓扑优化结果

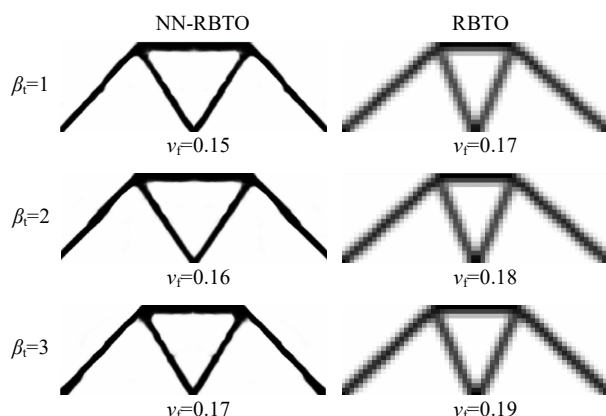


图7 简支梁可靠性拓扑优化结果

4 结论

本文提出了一种结构可靠性拓扑优化的深度学习协同方法,以随机参数定量计入参数不确定性效应,利用顺序优化与可靠性评估策略实现了可靠性拓扑优化模型的不确定性转化。进一步,以深度神经网络将空间坐标映射为该坐标所在单元的相对密度,即把单元相对密度表示为网络参数(权重和偏置)的函数,通过构造计及可靠性的损失函数,将单元相对密度的优化转换为网络参数优化,即实现了拓扑优化与网络训练的协同。在二维梁结构的拓扑优化中,与传统确定性拓扑优化相比,所提方法以牺牲一定的目标性能保证了结构具有更高可靠性,表明在结构拓扑优化过程中需要充分考虑不确定性效应,特别是对于高价值结构系统。进一步,与传统可靠性拓扑优化模型相比,在相同的可靠性约束条件下,所提方法可实现单元相对密度在空间的插值,在一定范围内实现了拓扑分辨率与有限元网格分辨率的剥离,从而可获得拓扑分辨率更高的结构优化方案。

参考文献:

- [1] MICHELL A G M. LVIII. The limits of economy of material in frame-structures[J]. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 1904, 8(47):589-597.
- [2] BENDSOE M P, KIKUCHI N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1988, 71(2):197-224.
- [3] ROZVANY G. The SIMP method in topology optimization: theoretical background, advantages and new applications[C]//8th Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization. Long Beach, CA: AIAA, 2000:4738.
- [4] SOSNOVIK I, OSELEDETS I. Neural networks for topology optimization[J]. Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling, 2019, 34(4):215-223.
- [5] YU Y, HUR T, JUNG J, et al. Deep learning for determining a near-optimal topological design without any iteration[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2019, 59(3):787-799.
- [6] CHI H, ZHANG Y Y, TANG T L E, et al. Universal machine learning for topology optimization[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2021, 375:112739.
- [7] WANG D L, XIANG C, PAN Y, et al. A deep convolutional neural network for topology optimization with perceptible generalization ability[J]. Engineering Optimization, 2022, 54(6):973-988.
- [8] YUE T L, YANG H, DU Z L, et al. A mechanistic-based data-driven approach to accelerate structural topology optimization through finite element convolutional neural network (FE-CNN)[EB/OL]. [2023-12-14]. <http://arxiv.org/abs/2106.13652>.
- [9] CHANDRASEKHAR A, SURESH K. TOuNN: topology optimization using neural networks[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2021, 63(3):1135-1149.
- [10] JUNG H S, CHO S. Reliability-based topology optimization of geometrically nonlinear structures with loading and material uncertainties[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2004, 41(3):311-331.
- [11] JALALPOUR M, TOOTKABONI M. An efficient approach to reliability-based topology optimization for continua under material uncertainty[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2016, 53(4):759-772.
- [12] PHAM T, HOYLE C. Reliability-based topology optimization under random-field material model[EB/OL]. [2023-12-14]. <http://arxiv.org/abs/2112.14802>.
- [13] MENG Z, PANG Y S, PU Y X, et al. New hybrid reliability-based topology optimization method combining fuzzy and probabilistic models for handling epistemic and aleatory uncertainties[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2020, 363:112886.
- [14] BRUGGI M, ISMAIL H, LÓGÓ J. Topology optimization with graded infill accounting for loading uncertainty[J]. Composite Structures, 2023, 311:116807.
- [15] CHENG C Z, YANG B, WANG X, et al. Reliability-based

- topology optimization using the response surface method for stress-constrained problems considering load uncertainty [J]. *Engineering Optimization*, 2023, 55(11):1923-1939.
- [16] DU X P, CHEN W. Sequential optimization and reliability assessment method for efficient probabilistic design[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2004, 126(2): 225-233.
- [17] LOPEZ R H, BECK A T. Reliability-based design optimization strategies based on FORM: a review[J]. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2012, 34(4):506-514.
- [18] LU L, SHIN Y, SU Y H, et al. Dying ReLU and initialization: theory and numerical examples[EB/OL]. [2023-12-14]. <http://arxiv.org/abs/1903.06733>.
- [19] SMITH L N. A disciplined approach to neural network hyper-parameters: part 1: learning rate, batch size, momentum, and weight decay[EB/OL]. [2023-12-14]. <http://arxiv.org/abs/1803.09820>.
- [20] RUMELHART D E, HINTON G E, WILLIAMS R J. Learning representations by back-propagating errors[J]. *Nature*, 1986, 323:533-536.
- [21] PASZKE A, GROSS S, MASSA F, et al. PyTorch: an imperative style, high-performance deep learning library [EB/OL]. [2023-12-14]. <http://arxiv.org/abs/1912.01703>.
- [22] PASCANU R, MIKOLOV T, BENGIO Y. On the difficulty of training recurrent neural networks[EB/OL]. [2023-12-14]. <http://arxiv.org/abs/1211.5063>.

Reliability-based topology optimization collaborated with deep learning

RUAN Xiangdang¹, XU Menghui^{1,2}, LI Ping², JIANG Zhangyu², HE Yuanqiang², LIU Tianxu¹, TAO Lei¹

(1.Faculty of Mechanical Engineering & Mechanics, Ningbo University, Ningbo 315211, China;

2.School of Science, Xinjiang Institute of Technology, Aksu 843100, China)

Abstract: Structural topology optimization obtains the best layout of materials in the design domain with optimal performance under given constraints. Two challenges faced by the traditional topology optimization include: (1) the effects of parameter uncertainties are not quantitatively accounted for, resulting in optimized structures that often do not satisfy performance constraints in service; (2) the resolution of topology optimization based on finite element models is heavily dependent on the finite element mesh. In this paper, the deterministic transformation of reliability-based topology optimization (RBTO) model is realized based on sequential optimization and reliability assessment method by quantitatively accounting for the inherent uncertainty with stochastic parameters. Further, based on the process similarity between the neural network training and the topology optimization, the network parameters (including weights and bias) are mapped to the relative density of all elements by a deep neural network. As a result, the topology optimization process is converted into a network training process by constructing a loss function that accounts for reliability. Finally, it is demonstrated that the proposed method can achieve higher resolution of the optimized structure while meeting the reliability requirement.

Key words: topology optimization; reliability-based optimization; deep neural network; finite element analysis

(责任编辑 韩 超)