

DOI: 10.20098/j.cnki.1001-5132.2024.1003

一类具有弱迷向旗曲率的芬斯勒度量

乔海滨, 李本伶*

(宁波大学 数学与统计学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 为研究一类特殊的芬斯勒度量, 即具有弱迷向旗曲率的弱 Landsberg 度量, 首先研究了这类特殊度量的一些特殊性质, 其次给出了这类特殊度量的畸变, 最后证明这类度量在特定情形下会退化成黎曼度量。

关键词: 芬斯勒度量; 旗曲率; 弱 Landsberg 度量; 弱迷向旗曲率

中图分类号: O186

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2025) 03-0111-05

芬斯勒几何中的几何量被分为两类: 黎曼型曲率量和非黎曼型曲率量。旗曲率是黎曼型曲率量中一个非常重要的曲率量, 是黎曼流形中截面曲率在芬斯勒流形上的一个自然推广。考虑 n 维芬斯勒流形 (M, F) , $F = F(x, y)$ 为微分流形 M 上的一个芬斯勒度量。 (M, F) 的旗曲率一般不仅仅与 $(x, y) \in TM_0$ 有关, 还与一个 2 维平截面 P 有关, 即 $K = K(x, y, P)$ 。若旗曲率 K 是一个常数, 则称 F 具有常旗曲率; 若旗曲率 $K = K(x)$ 仅是 $x \in M$ 的函数, 则称 F 具有迷向旗曲率; 若旗曲率 $K = K(x, y)$ 仅是 $(x, y) \in TM_0$ 的函数, 则称 F 具有数量旗曲率。

目前, 针对数量旗曲率已有许多研究结果。Cheng^[1]研究了具有数量旗曲率的 (α, β) 度量; Mo^[2]研究了具有弱迷向旗曲率的芬斯勒度量与具有常旗曲率的芬斯勒度量之间的关系; Chen 等^[3]刻画了具有迷向 S 曲率的局部射影平坦 Randers 度量; Chen 等^[4]研究了一类具有数量旗曲率的弱 Berwald 度量; Mo 等^[5]刻画了一类特殊的具有数量旗曲率的 (α, β) 度量; 张淑洁等^[6]在研究具有 m 次根的射影平坦芬斯勒度量时, 也考虑了度量具有零旗曲率的情况; 郑大小^[7]和 Zheng^[8]研究了两类具有常旗曲率和零旗曲率的芬斯勒卷积分量。近些年, 有学者^[9-10]在研究数量旗曲率性质的同时, 构造了许多新的具有数量旗曲率的度量。

特别地, 若 F 的旗曲率满足以下形式:

$$K = \frac{3\theta}{F} + \sigma(x) \quad (1)$$

其中: $\sigma(x)$ 是一个纯量函数, θ 是 M 上的一个 1-形式, 则称 F 具有弱迷向旗曲率。

目前, 关于弱迷向旗曲率的研究已有较大进展。Cheng 等^[1]研究了具有弱迷向旗曲率的 Randers 度量的局部结构; Xia^[12]刻画了具有弱迷向旗曲率的 Kropina 度量; Li^[13]对 3 维及以上具有弱迷向旗曲率的芬斯勒度量进行了刻画, 证明此类度量必为 Randers 度量。但是, 有关 2 维的情形尚未见有分类刻画报道。

笔者通过对弱 Landsberg 度量的数量旗曲率以及弱迷向旗曲率研究, 得到以下结果。在下文中, 下标 “ $\cdot$ ” 表示关于度量 F 的共变导数, 下标 “ $\cdot^k$ ” 表示关于 y^k 的偏导数。

定理 1 设 $F = F(x, y)$ 是 n 维流形 M 上的一个弱 Landsberg 度量 ($n \geq 2$)。如果 F 具有非零数量旗曲率 $K = K(x, y)$, 那么 F 的畸变 τ 满足

$$\tau = -\frac{n+1}{3} \ln |K| + c$$

其中: $c = c(x)$ 是一个关于 x 的 C^∞ 函数。

基于定理 1, 在弱迷向旗曲率情形下, 可以得到定理 2。

收稿日期: 2024-10-16 宁波大学学报(理工版)网址: <http://journalg.nbu.edu.cn/>

基金项目: 国家自然科学基金 (12471045); 浙江省自然科学基金 (LY23A010012); 宁波市自然科学基金 (2024J017)

第一作者: 乔海滨, 硕士研究生, 主要研究方向: 微分几何、Finsler 几何。E-mail: 2443663404@qq.com

*通信作者: 李本伶, 教授, 主要研究方向: 微分几何、Finsler 几何。E-mail: libenling@nbu.edu.cn

定理 2 设 $F = F(x, y)$ 是 n 维流形 M 上的一个弱 Landsberg 度量 ($n \geq 2$)。如果 F 具有非零弱迷向数量旗曲率 $K = 3\theta / F + \sigma(x)$, 且 F 的 $h\nu$ -曲率满足 $P_{jklm}^i y^m = 0$, 那么 F 是一个黎曼度量。

1 预备知识

首先介绍有关芬斯勒几何的基本知识^[14]。

设 M 是一个 n 维光滑流形, $F = F(x, y): TM \rightarrow [0, +\infty)$ 是其切丛上的非负函数。若 F 满足

(1) 光滑性: $F = F(x, y)$ 是 $TM \setminus \{0\}$ 上的一个

C^∞ 函数。

(2) 正齐性:

$$\forall \lambda > 0, y \in T_x M, F(x, \lambda y) = \lambda F(x, y)$$

(3) 强凸性: $\forall y \neq 0$,

$$g_{ij}(x, y) = \frac{1}{2} [F^2]_{y^i y^j} \text{ 构成正定矩阵,}$$

其中:

$$[F^2]_{y^i y^j} = \frac{\partial^2 F^2}{\partial y^i \partial y^j}$$

则称 F 为 M 上一个芬斯勒度量。 (M, F) 的 Cartan 张量 $C: TM \otimes TM \otimes TM \rightarrow R$ 定义为

$$C = C_{ijk} dx^i \otimes dx^j \otimes dx^k$$

其中:

$$C_{ijk} = \frac{1}{4} \frac{\partial F^2}{\partial y^i \partial y^j \partial y^k} = \frac{1}{2} \frac{\partial g_{ij}}{\partial y^k}$$

(M, F) 的平均 Cartan 张量 $I: TM \rightarrow R$ 定义为

$$I = I_k dx^k$$

其中: $I_k = g^{ij} C_{ijk}$ 。

若 (M, F) 的 Cartan 张量和平均 Cartan 张量满足

$$C_{jkm} = \frac{1}{n+1} (h_{jm} I_k + h_{km} I_j + h_{jk} I_m) \quad (2)$$

则称 F 是 C -可约的, 其中 $h_{kj} = g_{kj} - F^{-2} y_k y_j$ 表示 F 的角度量张量的分量。

(M, F) 的体积元可表示为

$$dV_F := \sigma_F(x) dx^1 \wedge \cdots \wedge dx^n$$

其中: $\sigma_F(x)$ 是测度函数。

芬斯勒度量 F 的畸变 τ 定义为

$$\tau = \ln \frac{\sqrt{\det(g_{ij})}}{\sigma_F} \quad (3)$$

显然, F 是一个黎曼度量, 当且仅当 $\tau = \tau(x)$ 。

(M, F) 的测地方程为

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} + 2G^i \left(x, \frac{dx}{dt} \right) = 0$$

其中:

$$G^i = \frac{1}{4} g^{il} \left\{ [F^2]_{x^m y^l} y^m - [F^2]_{x^l} \right\}$$

称为 (M, F) 的测地系数。 (M, F) 的 Cartan 张量沿测地线的变化率称为 Landsberg 曲率 L , 定义为

$$L = L_{jkl} dx^j \otimes dx^k \otimes dx^l$$

其中:

$$L_{jkl} = -\frac{1}{2} F F_{y^i} [G^i]_{y^j y^k y^l}$$

F 被称为一个 Landsberg 度量, 当且仅当 $L = 0$ 。其平均称为平均 Landsberg 曲率 $J: TM \rightarrow R$, 定义为

$$J = J_l dx^l$$

其中: $J_l = g^{jk} L_{jkl}$ 。

F 被称为一个弱 Landsberg 度量, 当且仅当 $J = 0$ 。

对任意一点 $x \in M$ 和 $y \in T_x M \setminus \{0\}$, 黎曼曲率 R 定义为

$$R = R_k^i \frac{\partial}{\partial x^i} \otimes dx^k$$

其中:

$$R_k^i = 2 \frac{\partial G^i}{\partial x^k} - \frac{\partial^2 G^i}{\partial x^m \partial y^k} y^m + 2G^m \frac{\partial^2 G^i}{\partial y^m \partial y^k} - \frac{\partial G^i}{\partial y^m} \frac{\partial G^m}{\partial y^k}$$

陈联络 ∇ 的曲率 2-形式为

$$\Omega_j^i = d\omega_j^i - \omega_j^k \wedge \omega_k^i = \frac{1}{2} R_{jkl}^i \omega^k \wedge \omega^l + P_{jkl}^i \omega^k \wedge \omega^{n+l}$$

其中: R_{jkl}^i 和 P_{jkl}^i 分别为 hh -曲率张量的分量和 $h\nu$ -曲率张量的分量。

第二 Bianchi 恒等式的张量表示为

$$R_{jklm}^i + R_{jlmk}^i + R_{jmk l}^i =$$

$$P_{jms}^i R_{kl}^s + P_{js}^i R_{lm}^s + P_{jls}^i R_{mk}^s$$

$$R_{jkl;m}^i = P_{jkm;l}^i - P_{jlm;k}^i - P_{jks}^i L_{lm}^s + P_{jls}^i L_{km}^s$$

$$P_{jkl;m}^i - P_{jkm;l}^i = 0 \quad (4)$$

芬斯勒流形中的旗曲率是黎曼流形中截面曲率的自然延伸。固定切丛 $T_x M$ 中的任意一点 (x, y) , 设 $P = \text{span}\{y, v\}$ 是 $T_x M$ 中包含 y 的 2 维平截面, 其中 $y = y^i \partial_i$, $v = v^i \partial_i$, 则以 y 为旗杆的 P 的旗曲率定义为

$$K(x, y, P) = \frac{g_y(R_y(v), v)}{g_y(y, y)g_y(v, v) - [g_y(y, v)]^2}$$

可以看出, 旗曲率不仅仅取决于 2 维平截面 P , 同样取决于旗杆 y 。特别地, 如果 K 是一个常数, F 被称为具有常旗曲率。如果 $K = K(x)$, F 被称为具有迷向旗曲率。在局部坐标系下, F 具有数量旗曲率当且仅当

$$R_k^i = K(x, y)\{F^2 \delta_k^i - FF_{y^k} y^i\} \quad (5)$$

进一步, 当 K 满足式(1)时, F 被称为具有弱迷向旗曲率。

2 具有数量旗曲率的弱 Landsberg 度量

研究具有数量旗曲率的弱 Landsberg 度量的一些性质, 为主要定理的证明铺垫。

引理 1 设 $F = F(x, y)$ 是 n 维流形 M 上的一个弱 Landsberg 度量 ($n \geq 2$)。如果 F 具有非零数量旗曲率 $K = K(x, y)$, 那么 F 满足

$$K_{;k} = -\frac{3}{n+1} KI_k \quad (6)$$

特别地, 若 F 为 Landsberg 度量, 则其必为 C -可约的度量。

证明 对式(5)关于 y^l 求导, 可得

$$R_{k;l}^i = K_{;l}(F^2 \delta_k^i - y_k y^i) + K(2y_l \delta_k^i - F^{-2} y_l y_k y^i - FF_{y^k} y^i - y_k \delta_l^i)$$

再由 $R_{kl}^i = \frac{1}{3}(R_{k;l}^i - R_{l;k}^i)$ [14] 可得

$$R_{kl}^i = \frac{1}{3}\{K_{;l} h_k^i - K_{;k} h_l^i\} + K \xi_{lk}^i \quad (7)$$

其中:

$$\xi_{lk}^i = y_l \delta_k^i - y_k \delta_l^i$$

$$h_j^i = F^2 g^{ik} h_{kj} = F^2 \delta_j^i - g_{jk} y^k y^i$$

$$h_{kj} = g_{kj} - F^{-2} y_k y_j$$

为简便起见, 约定

$$\xi_{lk;j}^i = \frac{\partial \xi_{lk}^i}{\partial y^j} = g_{jl} \delta_k^i - g_{kj} \delta_l^i$$

$$\xi_{lk;j;m}^i = \frac{\partial \xi_{lk;j}^i}{\partial y^m} = 2C_{jlm} \delta_k^i - 2C_{jkm} \delta_l^i$$

$$h_{k;j}^i = \frac{\partial h_k^i}{\partial y^j} = 2y_j \delta_k^i - g_{kj} y^i - y_k \delta_j^i$$

$$h_{k;j;m}^i = \frac{\partial h_{k;j}^i}{\partial y^m} =$$

$$2g_{jm} \delta_k^i - g_{km} \delta_j^i - g_{kj} \delta_m^i - 2C_{kjm} y^i$$

对式(7)关于 y^j 求导, 可得

$$R_{kl;j}^i = K \xi_{lk;j}^i + K_{;j} \xi_{lk}^i + \frac{1}{3} K_{;l;j} h_k^i + \frac{1}{3} K_{;l;j} h_{k;j}^i - \frac{1}{3} K_{;k;j} h_l^i - \frac{1}{3} K_{;k;j} h_{l;j}^i \quad (8)$$

对式(8)关于 y^m 求导, 可得

$$R_{kl;j;m}^i = K \xi_{lk;j;m}^i + K_{;m} \xi_{lk;j}^i + K_{;j} \xi_{lk;m}^i + K_{;j;m} \xi_{lk}^i + \frac{1}{3} K_{;l;j;m} h_k^i + \frac{1}{3} K_{;l;j;m} h_{k;m}^i + \frac{1}{3} K_{;l;j;m} h_k^i + \frac{1}{3} K_{;l;j;m} h_{k;j;m}^i + \frac{1}{3} K_{;l;m} h_{k;j}^i - \frac{1}{3} K_{;k;j;m} h_l^i - \frac{1}{3} K_{;k;j;m} h_{l;j}^i - \frac{1}{3} K_{;k;j;m} h_l^i - \frac{1}{3} K_{;k;j;m} h_{l;j}^i \quad (9)$$

此外, 已知^[14]

$$R_{jkl}^i = R_{kl;j}^i + L_{kj;l}^i - L_{lj;k}^i - L_{ks}^i L_{lj}^s + L_{ls}^i L_{kj}^s \quad (10)$$

其中: $L_{ks}^i = g^{il} L_{lks}$, 即上指标由 g^{il} 作用所得。下文同。对式(10)关于 y^m 求导, 可得

$$R_{jkl;m}^i = R_{kl;j;m}^i + L_{kj;l;m}^i - L_{lj;k;m}^i - L_{ks}^i L_{lj;m}^s - L_{ks;m}^i L_{lj}^s + L_{ls}^i L_{kj;m}^s + L_{ls;m}^i L_{kj}^s \quad (11)$$

由式(11)和式(4)中的第二个式子, 可得

$$R_{kl;j;m}^i = P_{jkm;l}^i - P_{jlm;k}^i - P_{jks}^i L_{lm}^s + P_{jls}^i L_{km}^s - L_{kj;l;m}^i + L_{lj;k;m}^i + L_{ks}^i L_{lj;m}^s + L_{ks;m}^i L_{lj}^s - L_{ls}^i L_{kj;m}^s - L_{ls;m}^i L_{kj}^s \quad (12)$$

由式(9)和式(12), 可得

$$K \xi_{lk;j;m}^i + K_{;m} \xi_{lk;j}^i + K_{;j} \xi_{lk;m}^i + K_{;j;m} \xi_{lk}^i + \frac{1}{3} (K_{;l;j} h_{k;m}^i + K_{;l;j;m} h_k^i + K_{;l;j} h_{k;j;m}^i + K_{;l;m} h_{k;j}^i - K_{;k;j;m} h_l^i - K_{;k;j} h_{l;m}^i - K_{;k;j} h_{l;j}^i - K_{;k;m} h_l^i - K_{;k;m} h_{l;j}^i) =$$

$$\begin{aligned} & P_{jkm}^i - P_{jlm}^i - P_{jks}^i L_{lm}^s + P_{jls}^i L_{km}^s - \\ & L_{kjl}^i L_{;m} + L_{lj|k;m}^i + L_{ks}^i L_{lj;m}^s + \\ & L_{ks;m}^i L_{lj}^s - L_{ls}^i L_{kj;m}^s - L_{ls;m}^i L_{kj}^s \end{aligned} \quad (13)$$

通过简单计算可知, $\xi_{lk}^i y_i = 0$, $h_l^i y_i = 0$, $h_{l;m}^i y_i = -h_{lm} F^2$ 。因此, 将式(13)和 $y_i = g_{is} y^s$ 作缩并, 可得

$$\begin{aligned} & 2(C_{jlm} y_k - C_{jkm} y_l) K + (g_{jl} y_k - g_{kj} y_l) K_{;m} + \\ & (g_{lm} y_k - g_{km} y_l) K_{;j} + \frac{1}{3} (2F^2 C_{jlm} - \\ & 2g_{jm} y_l + g_{lm} y_j + g_{jl} y_m) K_{;k} + \\ & \frac{1}{3} K_{;l} h_{k;j;m}^i y_i + \frac{1}{3} F^2 (-h_{km} K_{;l;j} - h_{jk} K_{;l;m} + \\ & h_{jl} K_{;k;m} + h_{lm} K_{;k;j}) = 2(L_{jkm} - L_{jlm}) \end{aligned} \quad (14)$$

再将式(14)与 y^l 作缩并, 可得

$$\begin{aligned} & L_{jkm} y^l + KF^2 C_{jkm} + \\ & \frac{1}{3} F^2 (h_{jm} K_{;k} + h_{km} K_{;j} + h_{jk} K_{;m}) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

已知:

$$\begin{aligned} & L_{jkm} g^{im} = J_k, \quad h_{jm} g^{jm} = n-1 \\ & h_{km} K_{;j} g^{jm} = K_{;k}, \quad h_{jk} K_{;m} g^{jm} = 0 \end{aligned}$$

将式(15)和 g^{jm} 作缩并, 可得

$$J_{k;l} y^l + KF^2 I_k + \frac{1}{3} F^2 (n+1) K_{;k} = 0 \quad (16)$$

由式(16)和假设 $J=0$, 可得

$$K_{;k} = -\frac{3}{n+1} KI_k$$

即式(6)。

特别地, 当 F 为 Landsberg 度量, 即 $L=0$ 时, 将式(6)代入式(15)可得

$$C_{jkm} = \frac{1}{n+1} (h_{jm} I_k + h_{km} I_j + h_{jk} I_m)$$

因此, 由式(2)可知 F 是 C -可约的。至此, 引理 1 得证。

3 主要定理的证明

通过引理 1 和式(3)中畸变 τ 关于 y^i 的导数

$$\tau_{y^i} = \frac{\partial}{\partial y^i} (\ln \sqrt{\det(g_{ij})}) = I_i$$

给出了主要结果定理 1 和定理 2 的证明。

定理 1 证明 由假设 $J=0$ 以及 $F \neq 0$ 可知, 式(16)等价于

$$KI_k + \frac{n+1}{3} K_{y^k} = 0 \quad (17)$$

由式(17)和假设 $K \neq 0$, 可得

$$\tau_{y^k} = I_k = -\frac{n+1}{3} \frac{K_{y^k}}{K} = -\frac{n+1}{3} (\ln |K|)_{y^k}$$

因此,

$$\tau = -\frac{n+1}{3} \ln |K| + c$$

其中: $c=c(x)$ 是一个关于 x 的 C^∞ 函数。至此, 定理 1 得证。

定理 2 证明 当流形的维数为 2, 即 $n=2$ 时, $J=0$ 等价于 $L=0$ 。当流形的维数大于 2, 即 $n \geq 3$ 时, 具有非常数弱迷向旗曲率的度量 F 一定是 Randers 度量^[13]。已知当 Randers 度量是弱 Landsberg 度量时, β 关于 α 平行, 即 β 关于 α 的黎曼联络等于 0, 此时 F 是一个 Landsberg 度量^[15-16], 即 $L=0$ 。因此, 将式(13)与 δ_i^k 作缩并, 可得

$$\begin{aligned} & 2C_{jlm} (n-1) K + g_{lm} (n-1) K_{;j} + \\ & g_{jl} (n-1) K_{;m} + \frac{2}{3} g_{jm} (n-2) K_{;l} + \\ & y_l (n-1) K_{;j;m} + \frac{1}{3} (n-2) \cdot \\ & (2y_m K_{;j;l} + 2y_j K_{;l;m} + F^2 K_{;j;l;m}) = \\ & P_{jim}^i - P_{jlm}^i \end{aligned} \quad (18)$$

将式(18)与 y^l 作缩并, 可得

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} (n+1) (K_{;j} y_m + K_{;m} y_j + F^2 K_{;j;m}) = \\ & P_{jim}^i y^l \end{aligned} \quad (19)$$

再将式(19)与 g^{jm} 作缩并, 可得

$$\frac{1}{3} (n+1) F^2 K_{;j;m} g^{jm} = P_{jim}^i y^l g^{jm} \quad (20)$$

对 $K=3\theta/F+\sigma(x)$ 关于 y^j 和 y^m 求一阶和二阶导数, 可得

$$\begin{aligned} & K_{;j} = 3F^{-1} \theta_j - 3F^{-3} \theta y_j \\ & K_{;j;m} = -3F^{-3} (y_j \theta_m + y_m \theta_j + g_{jm} \theta) + \\ & 9F^{-5} y_j y_m \theta \end{aligned} \quad (21)$$

由假设 $P_{jim}^i y^m = 0$, 将式(21)代入式(20), 可得 $-(n^2-1)F^{-1}\theta=0$

当 $n \geq 2$ 时, $\theta = 0$, 此时 $K = \sigma(x)$ 与 y 无关, 即 F 具有迷向旗曲率。通过定理 1 可知, τ 也与 y 无关, 因此, F 是一个黎曼度量。至此, 定理 2 得证。

参考文献:

- [1] CHENG X Y. The (α, β) -metrics of scalar flag curvature [J]. Differential geometry and its applications, 2014, 35: 361-369.
- [2] MO X H. Finsler metrics with constant (or scalar) flag curvature[J]. Proceedings-mathematical sciences, 2012, 122(3):411-427.
- [3] CHEN X Y, MO X H, SHEN Z M. On the flag curvature of Finsler metrics of scalar curvature[J]. Journal of the london mathematical society, 2003, 68(3):762-780.
- [4] CHEN G Z, HE Q, PAN S L. On weak Berwald (α, β) -metrics of scalar flag curvature[J]. Journal of geometry and physics, 2014, 86:112-121.
- [5] MO X H, YU C T. On some explicit constructions of Finsler metrics with scalar flag curvature[J]. Canadian journal of mathematics, 2010, 62(6):1325-1339.
- [6] 张淑洁, 祖豆蔻, 李本伶. 具有 m 次根的射影平坦芬斯勒度量[J]. 宁波大学学报(理工版), 2011, 24(3):48-52.
- [7] 郑大小. 具有常旗曲率的芬斯勒扭曲积度量[J]. 数学进展, 2022, 51(6):1093-1102.
- [8] ZHENG D X. Landsberg Finsler warped product metrics with zero flag curvature[J]. Differential geometry and its applications, 2024, 93:102082.
- [9] CHEN B, ZHAO L L. A note on Randers metrics of scalar flag curvature[J]. Canadian mathematical bulletin, 2012, 55(3):474-486.
- [10] SHEN Z, XIA Q L. A class of Randers metrics of scalar flag curvature[J]. International journal of mathematics, 2013, 24:1350055.
- [11] CHENG X Y, SHEN Z M. Randers metrics of weakly isotropic flag curvature[M]. Berlin: Springer, 2012:91-109.
- [12] XIA Q L. On Kropina metrics of scalar flag curvature[J]. Differential geometry and its applications, 2013, 31(3): 393-404.
- [13] LI B L. Finsler metrics of weakly isotropic flag curvature[J]. Communications in analysis and geometry, 2020, 28(1):113-139.
- [14] 沈一兵, 沈忠民. 现代芬斯勒几何初步[M]. 北京: 高等教育出版社, 2013.
- [15] CHEN X Y, SHEN Z M. Randers metrics with special curvature properties[J]. Osaka journal of mathematics, 2003, 40(1):87-101.
- [16] MATSUMOTO M. On Finsler spaces with Randers' metric and special forms of important tensors[J]. Kyoto journal of mathematics, 1974, 14(3):477-498.

A class of Finsler metrics with weakly isotropic flag curvature

QIAO Haibin, LI Benling

(School of Mathematics and Statistics, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: A specific class of Finsler metrics, namely weakly Landsberg metrics with weakly isotropic flag curvature, is studied. Firstly, some special properties of this specific class of metrics are studied. Secondly, the distortion of these specific metrics is given. Finally, it is proved that such metrics degenerate into Riemannian metrics under certain conditions.

Keywords: Finsler metric; flag curvature; weakly Landsberg metric; weakly isotropic flag curvature

(责任编辑 史小丽)