

DOI: 10.20098/j.cnki.1001-5132.2024.1216

三重以上混合威布尔分布参数估计方法的研究

陈文鹏¹, 吕 阳², 屠建飞¹, 王钢明^{1*}

(1. 宁波大学 先进储能技术与装备研究院, 浙江 宁波 315211; 2. 宁波中车时代传感技术有限公司, 浙江 宁波 315021)

摘要: 针对三重以上的两参数混合威布尔分布卷入参数过多导致求解困难的问题, 使用模糊 C 均值聚类算法与最小二乘线性回归法相结合的方法, 求出形状参数与尺度参数的初值, 通过 KS 检验 (Kolmogorov-Smirnov test) 证明该方法得出的初值具有良好的精度。根据得出的初值制定合理的参数待估范围, 以最小化标准均方根误差为优化目标, 使用遗传算法求解不同重数混合威布尔分布的参数值。实例分析证明该方法有效解决了传统方法初值依赖性较强的问题, 增加重数可以有效改善拟合效果, 求出的概率密度函数能够准确反映数据的实际分布规律。

关键词: 模糊 C 均值聚类; 可靠性建模; 遗传算法; 威布尔分布

中图分类号: TB114.3

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2025) 05-0105-08

在可靠性建模方法的研究中, 多重混合威布尔分布因可对具有多种故障模式的复杂系统精准建模而得到了广泛的应用^[1-4]。目前, 最常用的是两重混合模型, 其参数估计方法可以分为图解法、解析法和智能算法三大类。图解法^[5]主观性强且精度较低, 不适合多参数复杂模型的求解, 因此, 常被用于确定优化算法的初始值。解析法包含极大似然估计法^[6]、贝叶斯估计法^[7]、非线性最小二乘法^[8]和矩量法^[9]等。这类方法针对简单模型求解效率较高且结果准确, 但在面对更多重数的混合模型时因卷入参数较多, 计算过程过于复杂。智能算法^[10-12]具有较强的全局搜索能力, 在求解两重混合模型时展现出独特的优势, 但该方法对于初始值的精度有一定的要求。由于参数估计困难, 三重以上的混合威布尔分布应用较少, 其最常用的参数估计方法是期望最大化 (EM) 算法。Bučar 等^[13]推导出了完整的参数估计方法, 通过五组算例证明该方法求得的概率密度函数图和实际数据的直方图具有良好的一致性, 缺点是迭代的收敛性和最终结果会受到参数初始值的影响, 容易陷入局部最优状况。王继利等^[14]使用贝叶斯随机分类法初始化待估参数, 采

用径向基函数插值法求解 EM 算法极大化步中的超越方程, 有效提高了结果的准确性。

针对三重以上混合威布尔分布参数估计的问题, 本文使用模糊 C 均值 (Fuzzy C-Means, FCM) 聚类算法处理故障数据, 将聚类得出的每一簇集作为混合模型的一个子分布, 使用最小二乘线性回归 (Least Squares Linear Regression, LSLR) 法求出各子分布的参数值, 将其作为混合威布尔分布的初始值。在此基础上制定合理的参数待估范围, 以最小化标准均方根误差 (Normalized Root Mean Square Error, NRMSE) 为优化目标, 使用遗传算法进一步优化参数。最后, 通过分析拖拉机的故障时间数据验证了本文参数识别方法的有效性。

1 混合威布尔分布模型概述

混合威布尔分布在形式上是多个单一威布尔分布的加权组合, m 重混合威布尔分布的概率密度函数为

$$f(t_i) = \sum_{j=1}^m \omega_j \frac{\beta_j}{\eta_j} \left(\frac{t_i}{\eta_j} \right)^{\beta_j-1} \exp \left[- \left(\frac{t_i}{\eta_j} \right)^{\beta_j} \right] \quad (1)$$

收稿日期: 2024-12-27

宁波大学学报(理工版)网址: <http://journal.lg.nbu.edu.cn/>

基金项目: 国家自然科学基金 (22078164); 宁波市重点研发计划 (2023Z153, 2023Z061)

第一作者: 陈文鹏, 硕士研究生, 主要研究方向为可靠性建模。E-mail: c15298@foxmail.com

*通信作者: 王钢明, 高级实验师, 主要研究方向为数字化制造。E-mail: wanggangming@nbu.edu.cn

式中: t_i 为产品寿命; β_j 和 η_j 分别为第 i 个子分布的形状参数和尺度参数, 均大于零; ω_j 为子分布权重, 满足大于零且和为一的约束条件。

累积失效分布函数为

$$F(t_i) = 1 - \sum_{j=1}^m \omega_j \exp \left[- \left(\frac{t_i}{\eta_j} \right)^{\beta_j} \right] \quad (2)$$

可靠度函数为

$$R(t_i) = 1 - F(t_i) = \sum_{j=1}^m \omega_j \exp \left[- \left(\frac{t_i}{\eta_j} \right)^{\beta_j} \right] \quad (3)$$

2 参数估计方法

为了解决三重以上混合威布尔分布的参数估计问题, 本文提出一种将 FCM 算法、LSLR 法和遗传算法结合使用的参数识别方法, 具体实现步骤如图 1 所示。

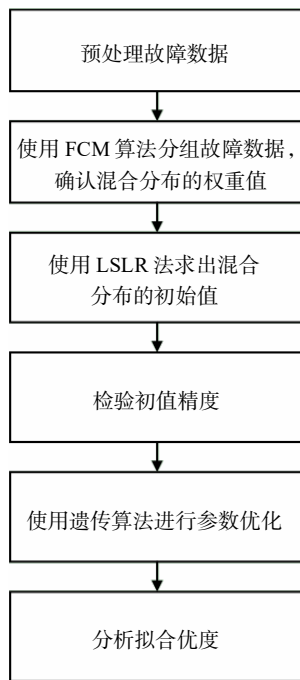


图 1 参数识别方法流程

2.1 聚类分析与混合分布初始值的求解

现有的多重混合威布尔分布参数估计方法对参数的初始值有一定的依赖性, 初值精度好坏对算法结果的精确性和效率均具有一定影响。图解法作为常用的初值估计方法应用于混合分布时, 结果精度不高且求解过程较为烦琐。混合模型的实际分布一般为多个独立分布的叠加, 各独立分布之间存在

交集^[14]。聚类分析的目的是将故障数据分为多个簇集, 将每一簇集视为混合分布的一个子分布, 通过预估各子分布的 $\ln(-\ln(1-F(t_i))) = \beta(\ln t_i - \ln \eta)$ 和 η_j 作为混合分布的参数初始值。而实际故障数据往往跨度较大, 其概率密度分布图可能具有多峰、偏峰和多个离散点等特征, 直接使用 Kmean 分类、Binning 分类等硬聚类方法可能导致分组结果不佳。贝叶斯随机分类法需要在 Kmean 聚类后使用极大似然估计法来得出先验分布参数, 再在此基础上迭代优化后验概率和分布参数得出最优解, 计算较为复杂。FCM 算法使用模糊集理论将隶属度扩展为 0 和 1 之间的任意值, 使得一个样本以不同的隶属度归属于不同的簇集, 相较于硬聚类方法, 其更加适用于簇集间有重叠或不明确分组边界的情况。

LSLR 法^[15]是求解一重两参数威布尔分布的常用方法之一, 实施起来较为简单便捷。对寿命分布函数取两次对数后可得:

$$\ln(-\ln(1-F(t_i))) = \beta(\ln t_i - \ln \eta) \quad (4)$$

使用最小二乘法拟合上述形如 $y = Ax + B$ 的方程, 其中 $A = \beta$, $B = -\beta \ln \eta$, $x_i = \ln t_i$, $y_i = \ln \ln(1-F(t_i))^{-1}$, 可得 β 与 η 的表达式:

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} \quad (5)$$

$$\eta = \exp \left(- \frac{\bar{y} - \beta \bar{x}}{\beta} \right) \quad (6)$$

$F(t_i)$ 一般采用中位秩公式估计,

$$F(t_i) = \frac{i - 0.3}{N + 0.4} \quad (7)$$

式中: i 为故障数据的序数; N 为样本数量。

综上所述, 本文提出一种将 FCM 与 LSLR 法结合的新型初值预估方法, 计算过程如图 2 所示。

2.2 初值精度检验

为了证明本文 FCM-LSLR 法的准确性, 采用分布模型合理性检验中常用的 KS 检验法进行拟合优度检验。KS 检验法不依赖数据的分布形式, 适用于小样本数据, 具有更好的鲁棒性^[16]。KS 检验法通过理论拟合分布和经验分布之间的最大距离判定拟合优度, 其公式为

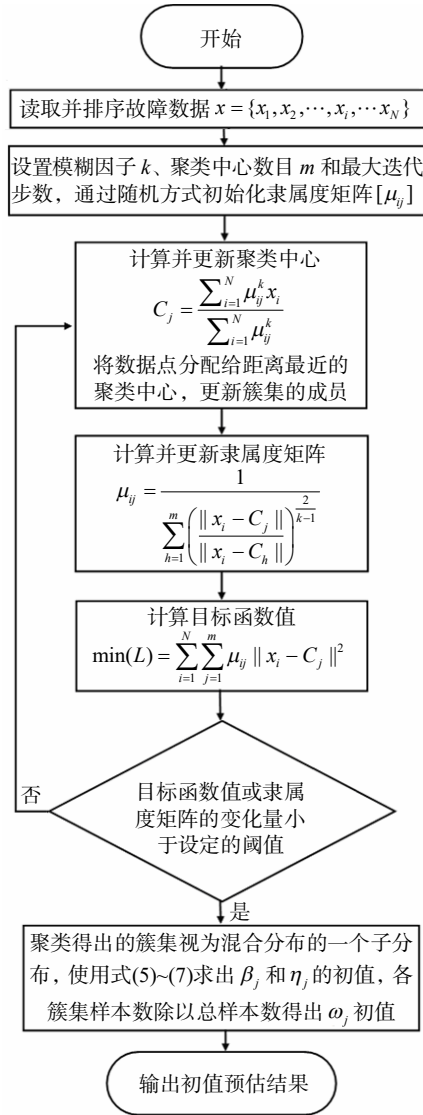


图2 初值预估方法流程

$$D = \sup_{-\infty < t < +\infty} |F_n(t) - F_0(t)| < d_\alpha \quad (8)$$

其中 $F_n(t)$ 是容量为 n 、顺序化的随机样本的经验分布函数, 其表达式为

$$F_n(t) = \begin{cases} 0, & t < t_1 \\ i/n, & t_i \leq t < t_{i+1} \\ 1, & t \geq t_n \end{cases} \quad (9)$$

$F_0(t)$ 为待验证的分布函数, d_α 为临界值, 根据给定的显著性水平 α 和样本个数 n , 查单样本 KS 检验统计量表得出。此外, 对数似然函数值可用于比较相同样本之间不同模型的拟合程度, 越大的对数似然函数值表示拟合效果越好^[14], 其表达式为

$$L = \sum_{i=1}^n \ln \sum_{j=1}^m w_j f_j(t_i) \quad (10)$$

2.3 遗传算法优化参数

统计学中常用 NRMSE 作为对比不同方法对同一样本拟合精确程度的定量评价标准^[17]。

$$E_{\text{NRMSE}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [\tilde{R}(t_i) - \hat{R}(t_i)]^2}{\sum_{i=1}^n \tilde{R}(t_i)^2}} \quad (11)$$

式中: $\hat{R}(t_i)$ 为通过优化得出参数值后, 根据式(3)计算得出的可靠度; $\tilde{R}(t_i)$ 为实际故障数据的可靠度中位秩估计值^[18]; NRMSE 越小代表拟合效果越好。遗传算法是一种启发式搜索算法, 具有很强的适应性和全局寻优能力, 常用于复杂优化问题的求解。为避免求解过程陷入局部最优, 本文以式(11)作为算法的适应度函数, 采用遗传算法优化参数, 算法步骤如图3所示。

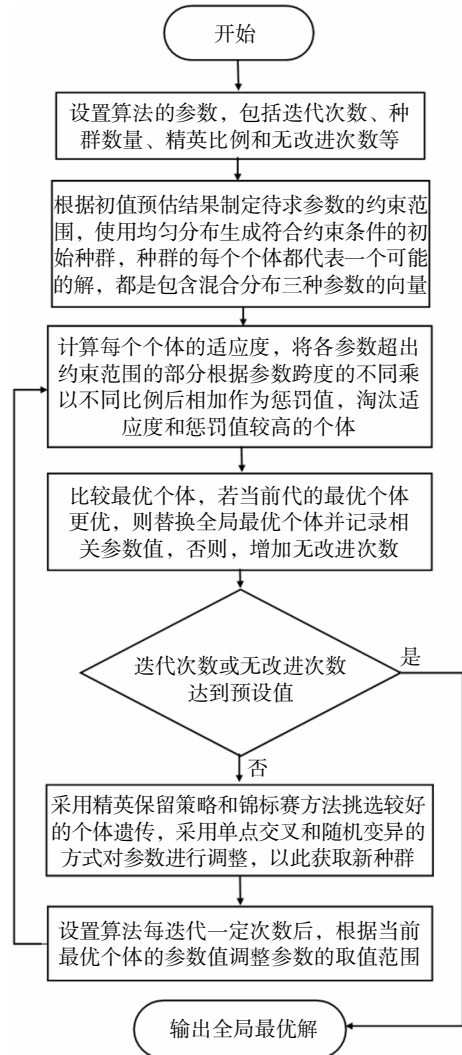


图3 遗传算法流程

3 实例分析

为验证本文方法的有效性,以 10 台拖拉机 113 次故障时间数据^[19]为算例,对故障数据进行预处理(表 1),其威布尔分布(WPP)图如图 4 所示。

表 1 算例数据预处理结果

<i>i</i>	<i>t_i/h</i>	<i>x_i</i>	<i>y_i</i>	<i>i</i>	<i>t_i/h</i>	<i>x_i</i>	<i>y_i</i>
1	175	5.165	-5.085	51	1 181	7.074	-0.523
2	186	5.226	-4.193	52	1 185	7.077	-0.497
3	191	5.252	-3.726	53	1 384	7.233	-0.470
4	227	5.425	-3.406	54	1 389	7.236	-0.444
5	241	5.485	-3.162	55	1 461	7.287	-0.418
6	323	5.778	-2.965	56	1 514	7.323	-0.392
7	343	5.838	-2.799	57	1 536	7.337	-0.367
8	389	5.963	-2.655	58	1 550	7.346	-0.341
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
45	1 143	7.041	-0.691	108	3 715	8.220	1.095
46	1 146	7.044	-0.662	109	3 835	8.252	1.158
47	1 159	7.055	-0.634	110	3 872	8.262	1.230
48	1 162	7.058	-0.605	111	3 894	8.267	1.318
49	1 172	7.066	-0.578	112	3 975	8.288	1.435
50	1 177	7.071	-0.550	113	4 083	8.315	1.627

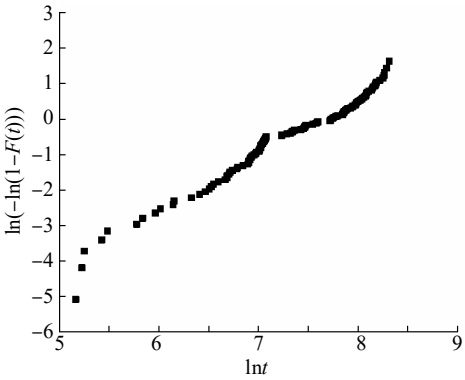


图 4 实例数据的 WPP 图

已知一重两参数威布尔分布的 WPP 图为一 条直线,而三参数的为一条曲线^[20]。图 4 的 变化趋势是具有多个拐点的曲线,都不吻合, 因此本文的算例需要采用多重混合威布尔分 布来进行参数估计。

3.1 初始值估计

根据选择的 重数大小定义聚类中心数目,将 得到的二维数据点使用 FCM 算法进行聚类分 析,将数据分组后形成多个单一的子分布来 处理。使用式(5)~(7)求出形状参数和尺度 参数,将这些单一模型加权组合成多重混合 模型,其参数值可作为混合威布尔分布的待 估初值,结果见表 2。

表 2 参数值对比

<i>m</i>	FCM-LSLR			GA			EM		
	β_j	η_j	ω_j	β_j	η_j	ω_j	β_j	η_j	ω_j
2	2.041	1 190.326	0.611	2.689	1 089.825	0.540	2.115	1 207.716	0.614
	6.865	3 242.439	0.389	4.639	3 102.154	0.460	5.997	3 232.819	0.386
	$E_{NRMS}=0.043\ 6; L=-931.000$			$E_{NRMS}=0.033\ 5; L=-930.938$			$E_{NRMS}=0.037\ 8; L=-930.182$		
3	2.148	992.584	0.486	6.554	1 102.067	0.262	2.404	1 043.144	0.518
	5.823	2 291.078	0.257	1.272	1 240.736	0.326	4.827	2 383.819	0.221
	10.020	3 486.096	0.257	4.684	3 117.899	0.412	8.203	3 452.683	0.261
4	$E_{NRMS}=0.051\ 7; L=-933.944$			$E_{NRMS}=0.021\ 9; L=-927.421$			$E_{NRMS}=0.039\ 0; L=-930.419$		
	2.150	615.790	0.212	2.184	452.281	0.133	1.981	666.289	0.199
	5.287	1 351.045	0.363	7.053	1 101.897	0.313	4.036	1 296.585	0.363
5	8.664	2 663.044	0.239	2.883	2 616.143	0.337	7.115	2 667.555	0.248
	12.474	3 625.232	0.186	5.778	3 266.403	0.217	10.428	3 595.298	0.190
	$E_{NRMS}=0.049\ 4; L=-934.573$			$E_{NRMS}=0.020\ 8; L=-926.334$			$E_{NRMS}=0.036\ 4; L=-929.685$		
5	2.278	488.824	0.150	2.161	433.744	0.117	2.223	507.191	0.150
	7.570	1 106.280	0.327	7.435	1 096.060	0.276	8.222	1 076.650	0.310
	10.891	1 804.033	0.133	2.266	1 657.743	0.157	9.653	1 751.513	0.139
5	11.120	2 794.064	0.230	5.473	3 213.904	0.301	9.025	2 786.487	0.232
	13.619	3 681.891	0.160	2.953	2 746.053	0.149	11.514	3 642.633	0.169
	$E_{NRMS}=0.021\ 8; L=-925.375$			$E_{NRMS}=0.020\ 1; L=-925.273$			$E_{NRMS}=0.021\ 2; L=-922.080$		

为验证该方法得出初值的准确性,对其进行KS检验,取显著性水平 $\alpha=0.05$,查阅KS检验统计量表得出 $d_{0.05}=0.1278$ 。将本文的样本数据代入式(8)可得出不同重数的混合威布尔分布的统计量分别为0.0756($m=2$)、0.0812($m=3$)、0.1087($m=4$)、0.0427($m=5$),均可通过KS检验。结合表2中的对数似然函数值和NRMSE,可见由本文FCM-LSLR法得出的初值具有良好的精度。

3.2 遗传算法求解混合威布尔分布参数值

设置权重参数的初始范围统一为(0,1),尺度参数的初始范围根据FCM-LSLR的结果上下浮动50。形状参数的大小会极大地影响概率密度分布图的形状,而二重混合威布尔分布的参数估计过程中形状参数对计算结果影响不大^[21]。所以先以[0,15]的范围求解二重混合模型的形状参数,再以此为依据得出形状参数的初始范围为[2,5]。设置迭代次数为5000,无改进次数为50,每迭代100次后按照当前最优解调整3个参数的取值范围, ω_j 、 β_j 和 η_j 的范围分别为最优解上下偏移0.1、0.01和20的区

间。分别使用本文的遗传算法和EM算法求解重数 $m=2、3、4、5$ 时混合威布尔分布的参数值,结果见表2。

3.3 拟合优度分析

根据表2的结果,求出不同重数下混合威布尔分布的对数似然函数值和NRMSE。可以看出在数值的角度上遗传算法的精度整体高于EM算法,并且随着混合模型重数的增大,模型精度逐步提高。这说明增大重数可以有效地改善分布模型和故障数据之间的拟合效果。

使用LSLR法求出一重两参数威布尔的形状参数为1.633,尺度参数为2037.950,结合表2中两种算法的结果分别做出不同重数下的混合威布尔分布的概率密度函数图和可靠度函数与失效经验数据的对比图,如图5~8所示。

从图5和图7可以看出遗传算法的可靠度函数拟合效果更佳,当重数大于3后,可靠度函数曲线几乎重合,相较于一重威布尔分布也更加契合失效经验数据。

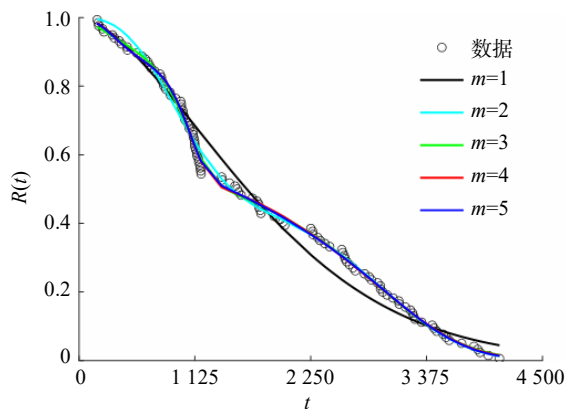


图5 遗传算法的可靠度函数对比

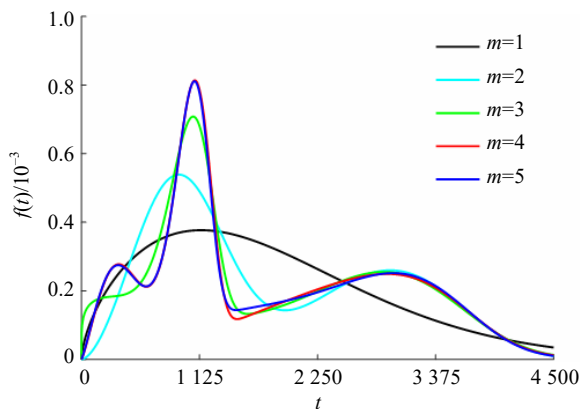


图6 遗传算法的概率密度函数对比

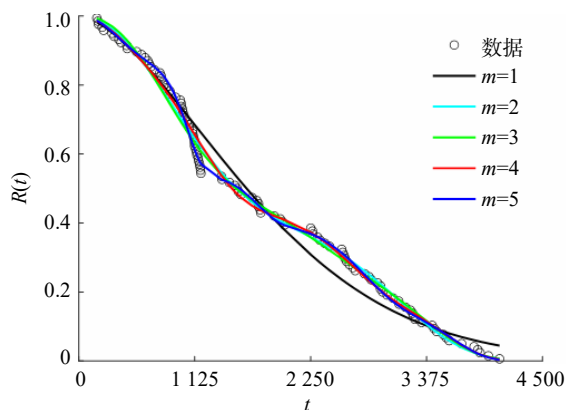


图7 EM算法的可靠度函数对比

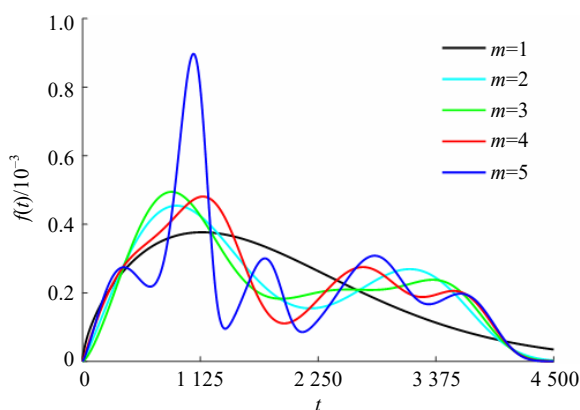


图8 EM算法的概率密度函数对比

从图 6 和图 8 可以看出,随着重数的增大,遗传算法得出的概率密度函数数据分布趋向于稳定。EM 算法的结果则随着重数的改变呈现出不同的分布规律,其中五重混合模型的概率密度函数和遗传算法结果的分布规律有一定的相似性。这是由于 EM 算法有较高的初值依赖性,求解过程中容易收敛于局部最优解^[14]。将遗传算法得出的精度更好的参数值作为初值代入到 EM 算法中则可以得出图 9。可见本文方法相较于 EM 算法可以有效地克服初值带来的影响。

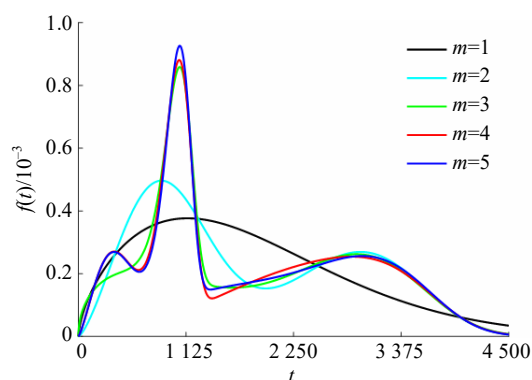


图 9 修正后的概率密度函数对比

为了证明本文参数识别方法的有效性和通用性,再采用 3 组不同类型的样本数据作为算例进行验证。

算例 1 64 个柴油机中燃油泵的故障里程数据^[22]。

算例 2 60 个电器在寿命测试中发生故障的循环次数^[23]。

算例 3 使用蒙特卡罗方法生成的容量为 100 的数据样本。

结果如图 10~15 所示,可见本文方法在应对不同类型的样本数据时均可取得良好的效果。

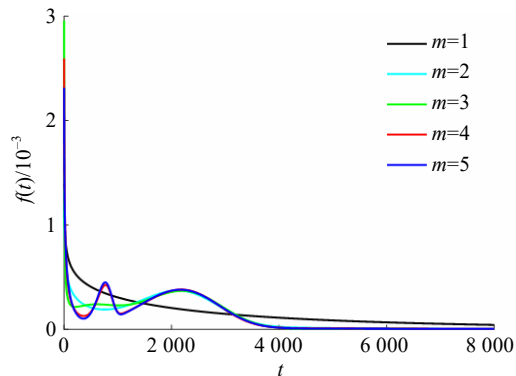


图 10 算例 1 的概率密度函数对比

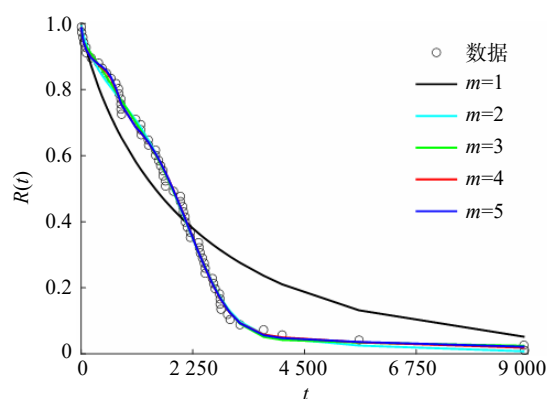


图 11 算例 1 的可靠度函数对比

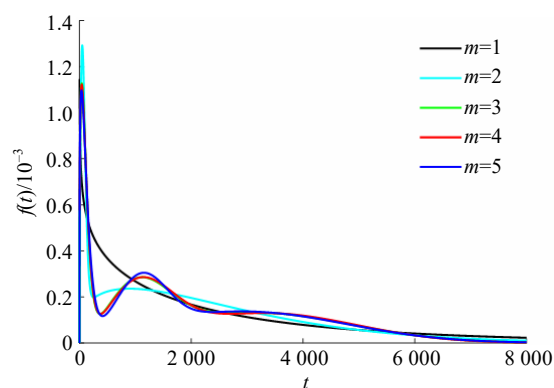


图 12 例 2 的概率密度函数对比

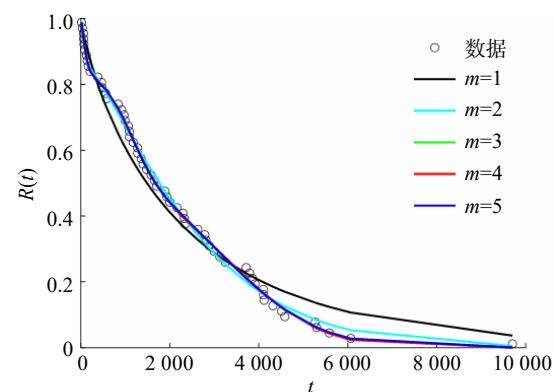


图 13 算例 2 的可靠度函数对比

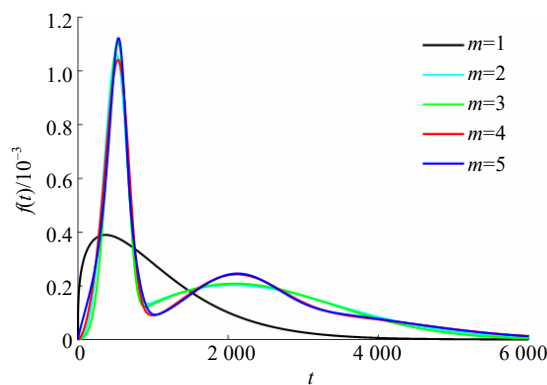


图 14 算例 3 的概率密度函数对比

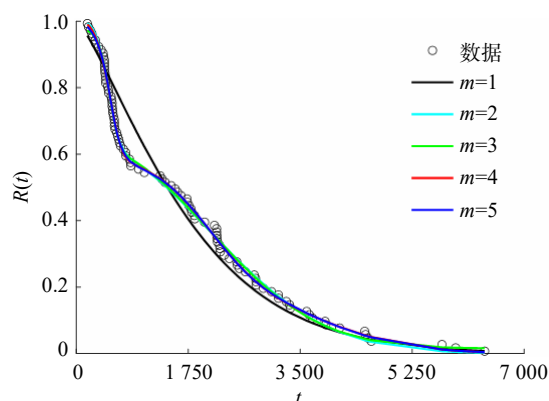


图15 算例3的可靠度函数对比

4 结论

针对可靠性建模中多重混合威布尔模型求解困难的问题提出了解决方法,使用模糊C均值算法将故障数据分组,将每一组数据作为混合分布的一个子分布求解。以拖拉机的故障数据为应用案例,求解了重数分别为2、3、4、5时的结果,均可通过拟合优度检验。该方法没有复杂的计算过程,易于实施,可为后续求解提供精度较高的初值。

根据上述方法的结果制定合理的搜索范围,以拖拉机故障数据为算例,使用遗传算法求解模型。相较于传统的EM算法,遗传算法没有复杂的推导过程,可以有效地降低初值依赖性的影响。此外,随着混合模型重数增大,NRMSE逐渐减小,而极大似然函数值增大,这说明增大重数可以有效提高样本数据的拟合效果。

对比两种算法结果做出的可靠度函数和概率密度函数图,可以看出两者可靠度函数图拟合效果有差距但是并不大。遗传算法得出的概率密度函数图随着重数的增大趋于稳定,而EM算法运行时受到初值依赖性的影响,容易收敛于局部最优点,因此求出的概率密度函数图并不稳定,本文方法更能反映出样本数据的实际分布规律。最后,使用3种不同类型的样本数据作为算例,验证了本文方法具有泛用性。

参考文献:

- [1] 吴雨婷, 陆中, 宋海靖, 等. 面向多重耗损失效的民用飞机运行风险评估[J]. 北京航空航天大学学报, 2023, 49(10):2807-2816.
- [2] 孟景辉. 基于影响因子聚类与分布拟合的补偿电容剩

余寿命预测[J]. 铁道科学与工程学报, 2024, 21(7): 2897-2906.

- [3] GU D W, GAO J H, ZHONG Y H, et al. Scale parameter assessment based on pivot quantity for reliability analysis of a complex system[J]. Journal of mechanical science and technology, 2021, 35(3):1007-1015.
- [4] WU Y T, LU Z, WU J Y, et al. Reliability evaluation of components with multiple failure modes based on mixture Weibull distribution using expectation maximization algorithm[J]. Journal of mechanical science and technology, 2024, 38(2):649-660.
- [5] JIANG S, KECECIOGLU D. Graphical representation of two mixed-Weibull distributions[J]. IEEE transactions on reliability, 1992, 41(2):241-247.
- [6] JIANG S, KECECIOGLU D. Maximum likelihood estimates, from censored data, for mixed-Weibull distributions[J]. IEEE transactions on reliability, 1992, 41(2):248-255.
- [7] TOUW A E. Bayesian estimation of mixed Weibull distributions[J]. Reliability engineering & system safety, 2009, 94(2):463-473.
- [8] 凌丹, 黄洪钟, 张小玲, 等. 混合威布尔分布参数估计的L-M算法[J]. 电子科技大学学报, 2008, 37(4):634-636, 640.
- [9] KHAN M S A, KHALIQUE A, ABOUAMMOH A M. On estimating parameters in a discrete Weibull distribution[J]. IEEE Transactions on reliability, 1989, 38(3):348-350.
- [10] 董力, 陆中, 周伽. 基于遗传算法的混合威布尔分布参数最小二乘估计[J]. 南京航空航天大学学报, 2019, 51(5):711-718.
- [11] ACITAS S, ALADAG C H, SENOGLU B. A new approach for estimating the parameters of Weibull distribution via particle swarm optimization: an application to the strengths of glass fibre data[J]. Reliability engineering & system safety, 2019, 183:116-127.
- [12] 刘巧斌, 史文库, 陈志勇, 等. 混合可靠性模型参数的核密度和引力搜索估计[J]. 吉林大学学报(工学版), 2019, 49(6):1818-1825.
- [13] BUČAR T, NAGODE M, FAJDIGA M. Reliability approximation using finite Weibull mixture distributions [J]. Reliability engineering & system safety, 2004, 84(3): 241-251.
- [14] 王继利, 杨兆军, 李国发, 等. 基于改进EM算法的多重威布尔可靠性建模[J]. 吉林大学学报(工学版), 2014, 44(4):1010-1015.

- [15] 游达章. 最小二乘法在威布尔分布的可靠性评估[J]. 湖北工业大学学报, 2009, 24(4):34-35, 45.
- [16] 冯振宇, 诸德培. 威布尔分布的拟合优度检验[J]. 机械强度, 1996, 18(4):28-31.
- [17] NOCEDAL J, WRIGHT S J. Numerical optimization[M]. Berlin: Springer, 1999.
- [18] PRABHAKAR MURTHY D N, BULMER M, ECCLESTON J A. Weibull model selection for reliability modelling[J]. Reliability engineering & system safety, 2004, 86(3):257-267.
- [19] WANG Y F, AO C L. Non-parameter estimation of failures intensity of tractor based on bootstrap[J]. International journal of smart home, 2016, 10:181-190.
- [20] 丛明, 王冠雄, 谢书文, 等. 加工中心早期故障的两重威布尔模型研究[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2015(4):78-82.
- [21] 赵继俊, 邹经湘, 张锡清. 混合威布尔分布的参数优化估计[J]. 机械科学与技术, 2001, 20(1):14-16.
- [22] LING D, HUANG H Z, LIU Y. A method for parameter estimation of mixed Weibull distribution[C]//2009 Annual Reliability and Maintainability Symposium. Fort Worth, TX. IEEE, 2009:129-133.
- [23] ELMAHDY E E, ABOUTAHOUN A W. A new approach for parameter estimation of finite Weibull mixture distributions for reliability modeling[J]. Applied mathematical modelling, 2013, 37(4):1800-1810.

A study of parameter estimation method for more than threefold mixed Weibull distributions

CHEN Wenpeng¹, LÜ Yang², TU Jianfei¹, WANG Gangming¹

(1.Advanced Energy Storage Technology and Equipment Research Institute, Ningbo University, Ningbo 315211, China;

2.Ningbo CRRC Times Transducer Technology Co., Ltd., Ningbo 315021, China)

Abstract: To address the problem that the two-parameter mixed Weibull distribution with more than three-time folds is difficult to be solved due to the reason that too many parameters are involved, this paper employs the fuzzy C-mean clustering algorithm combined with the least squares linear regression method to find out the initial values of the shape parameters and the scale parameters, which are proved to have good accuracy by using the KS test (Kolmogorov-Smirnov test). Based on the initial values obtained, the parameters to be estimated are specified with reasonable ranges respectively, and the parameter values of different reweighted mixed Weibull distributions are solved by using genetic algorithm, with its optimization objective being set as minimizing the standard root mean square error. Example analysis proves that the proposed method is effective in solving the problem of those traditional methods for their strong dependency on the initial values. By increasing the number of the weights, the fitting effect can be effectively improved. The probability density function can accurately reflect the actual distribution law of the data.

Keywords: fuzzy C-means clustering; reliability modeling; genetic algorithm; Weibull distribution

(责任编辑 韩 超)