

空间公共品博弈中种群密度的影响

肖尧, 刘进军*, 文爱兵

(宁波大学 理学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 采用 Monte Carlo 数值模拟方法, 对周期性边界条件下空间公共品博弈进行了研究, 讨论了在学习和迁移两种策略的共同作用下, 种群密度对空间分布和合作演化的影响. 密度较低时, 合作者与背叛者共存; 随着密度的增大, 合作者的比例增加; 密度较高时, 系统由共存态转变为纯粹的合作态; 但密度足够高时, 合作行为完全消失. 并通过研究空间形貌, 对这些不同的合作演化行为进行了分析.

关键词: 公共品博弈; 种群密度; 空间分布; 合作演化

中图分类号: O414.22; O414.13 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5132 (2012) 03-0083-05

公共品博弈广泛存在于各种复杂社会系统之中, 公共品几乎包含了所有的社会要素, 构成了我们社会赖以形成的基石. 由于公共品的非排他性, 所以集体中的每个个体都会希望由其他人来提供, 而自己坐享其成, 从而导致合作者的湮灭和背叛者的大量涌现. 背叛者的这种行为也被称为搭便车, 搭便车问题的存在解释了很多社会困境^[1]. 然而在社会系统中, 个体间的自发合作又是一种普遍现象, 其合作行为的出现一直是令人困惑的问题, 受到了广泛关注. 为了解释公共品博弈中合作行为的产生及稳定演化, 提出了许多理论, 例如亲缘选择理论^[2]、直接互惠^[3]和间接互惠^[4]、空间效应^[5]、群选择理论^[6]以及强互惠理论^[7].

在传统公共品博弈模型中, 合作者由于其利他行为在竞争中处于弱势, 从而导致灭亡. Hauert 等人^[8]提出了自愿参与的公共品博弈模型, 孤立者的引入使得合作行为得以涌现, 但是这种模型有其局限性, 自愿参与原则与许多公共品的特性是相矛盾的. 而 Helbing 等人^[9]研究表明, 由于空间效应中局部相互作用的影响, 个体的流动性能有效地促进合作的演化 and 维持. 近年来, 群体密度的影响也逐渐开始受到了人们的关注, 研究表明, 当种群密度取决于平均收益时, 合作行为可以在生

态动力学和博弈动力学的相互作用下得以维持^[10], 但种群密度影响的动力学过程并不明确. 笔者对不同密度下空间公共品博弈中合作行为的演化进行了研究, 发现在不同的学习和迁移能力下, 种群密度对空间分布及合作演化存在重要影响.

1 模型建立

我们考虑 $L \times L$ 的周期性边界条件的二维正方形格子, N 个个体随机分布其上, 则种群密度为 $\rho = N/L^2$. 初始条件下, 每个个体随机选取一种策略合作或欺骗. 每个个体最多有 4 个最近邻, 个体仅和其最近邻进行公共品博弈, 由于空位的存在, 设每次博弈的个体总数为 $n (2 \leq n \leq 5)$, 其中有 n_c 个合作者和 n_d 个背叛者. 每个合作者的投资 $a (a=1)$ 经过 $r (1 < r < 5)$ 倍乘后得到总收益, 然后平均分配给全体参与者, 则合作者和背叛者的收益分别为 $p_c = (rn_c/n) - 1, p_d = rn_c/n$. 对于某些孤立的个体, 由于没有参与公共品博弈, 设定其投资的收益为 ε , 则孤立个体的收益依据其策略分别为合作者 $p_c = \varepsilon - 1 (1 < \varepsilon < r)$, 背叛者 $p_d = 0$.

模拟过程中, 随机选取 1 个位于 (i_0, j_0) 的个体, 与其最近邻进行一次公共品博弈, 并计算其收益, 然后, 个体以 $\omega (0 \leq \omega \leq 1)$ 的概率在范围 $(i - i_0)^2 +$

收稿日期: 2012-04-16.

宁波大学学报(理工版) 网址: <http://3xb.nbu.edu.cn>

基金项目: 国家自然科学基金 (10575055).

第一作者: 肖尧 (1987-), 男, 河南信阳人, 在读硕士研究生, 主要研究方向: 非平衡统计与复杂系统. E-mail: xy1987_2006@yahoo.com.cn

*通讯作者: 刘进军 (1980-), 男, 山西阳泉人, 硕士/助理研究员, 主要研究方向: 非平衡统计与复杂系统. E-mail: liujinjun@nbu.edu.cn

$(j - j_0)^2 \leq R_s$ 内学习最大收益个体的策略, 或以 $1 - \omega$ 的概率在范围 $(i - i_0)^2 + (j - j_0)^2 \leq R_m$ 内迁移到最大收益的空位, 个体收益都由以自己为中心的公共品博弈来计算. 模拟过程中设定 $L = 200$, $\varepsilon = 1.5$, 每个 Monte Carlo 步中系统进行 N 次随机选择.

2 模拟结果

通过计算机模拟, 我们讨论了不同密度对合作行为演化的影响, 图 1 给出了系统中两种条件下合作者比例随种群密度的变化, 其中, 参加博弈的合作者的比例反映了系统中合作行为的演化状态. 在图 1(a)中, $R_s > R_m$ 时, 合作行为随密度 ρ 增大而得到促进, 直至系统达到纯粹的合作态, 此时系统中只有极个别的背叛者存在. 孤立合作者的比例随 ρ 增大降低, 说明个体间相互作用随 ρ 增大而逐渐增强, 合作策略在博弈中有较大的吸引力; 当 ρ 增大到一定程度, 系统中合作者比例又会迅速降低, 合作行为消失. 孤立合作者的数量在 $\rho = 0.45$ 时出现 1 个极大值, 此时系统正处于合作者比例下降的中间状态. 如图 1(b)所示, 当 $R_s < R_m$ 时, 密度 ρ 增大, 合作者比例经过短暂的上升后逐渐降低为零. 这是因为 ρ 刚开始增加时, 参加博弈的

合作者比例会随个体间相互作用而提高, 相互作用逐渐增强, 合作策略尚未传播, 合作团队就已经被背叛者侵入, 合作行为受到抑制. 随着 ρ 继续增大, 合作行为再次出现, 并随密度的增加而得到促进. 伴随着合作行为的涌现, 系统中出现了少量的孤立合作者.

为了认识上述不同密度条件下合作行为的演化, 我们研究了不同密度下合作行为演化的时空斑图, 发现了 3 种促进合作行为稳定演化的种群空间分布. 从图 2 中可以发现, 在 R_s 较大的情况下, 群体密度较低时, 个体相对均匀地分布在网格上, 从而使博弈团队的规模保持在尽量小的水平上, 众多小团队的空间结构极为有效地促进了合作行为. 在这种空间分布下, 尽管每次博弈中背叛者收益都大于合作者的收益, 但系统中收益最大的往往是合作者. 这个结果和 Hauert 等人的结论相吻合: 群体较小时, 合作者占优势地位; 群体较大时, 背叛者占优势地位; 孤立的选择影响力很小, 却为合作行为的演化提供了支撑^[11].

随着密度 ρ 继续增大, 网格上大量小团队的格局将难以维持, 团队规模增大, 背叛者将占据优势地位, 合作行为消失. 在系统合作者比例下降的过程中, 存在图 3 所示的中间状态. 从 $t = 100$ 到

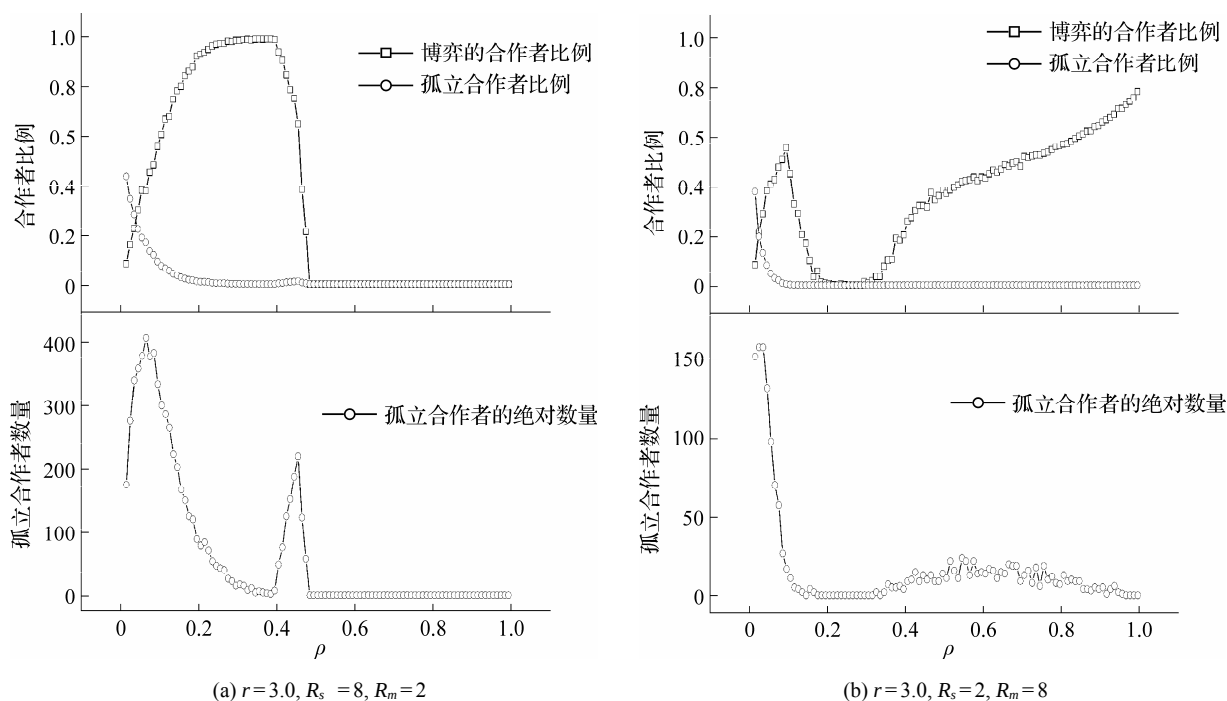
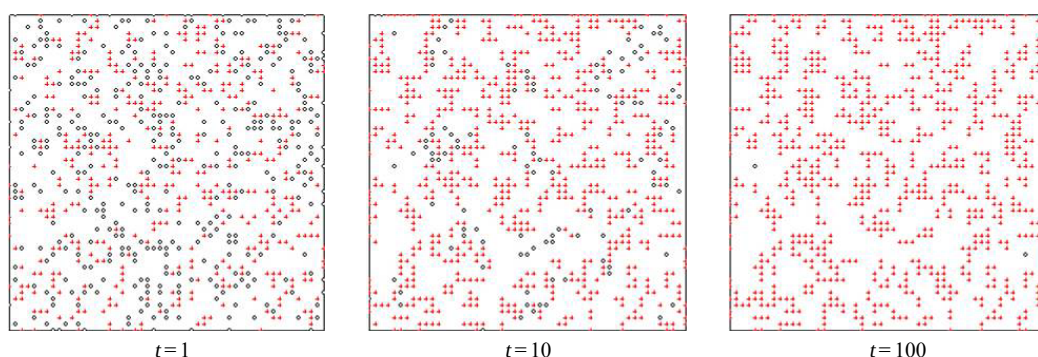


图 1 合作行为随种群密度的变化



图中十字点代表合作者, 圆圈代表背叛者, t 表示系统经历的 Monte Carlo 步数(图 2~图 4 相同)

图 2 种群密度较低时, 系统合作行为的演化($r=3.0, R_s=8, R_m=2$)

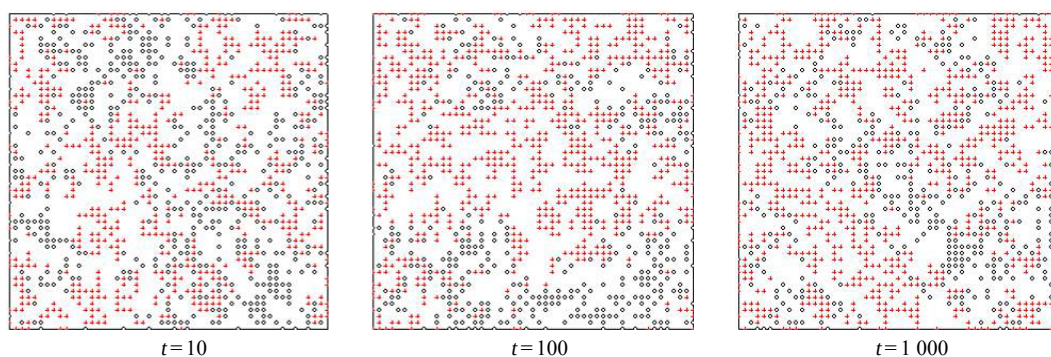


图 3 合作者比例随种群密度增加而降低过程中的空间形貌演化($r=3.0, R_s=8, R_m=2$)

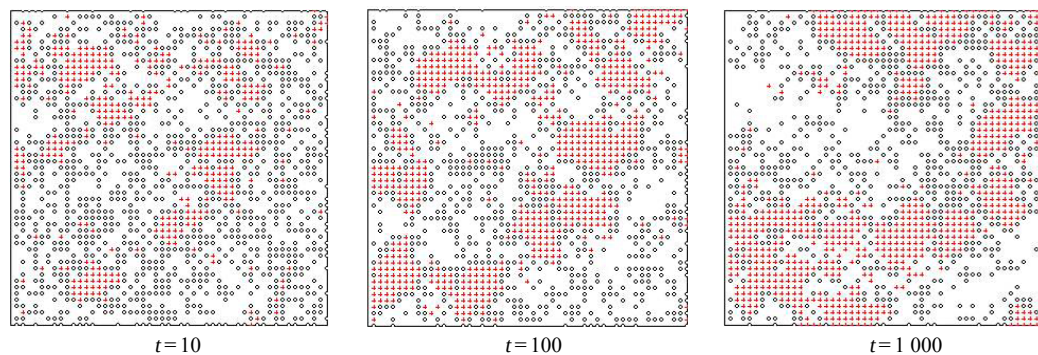


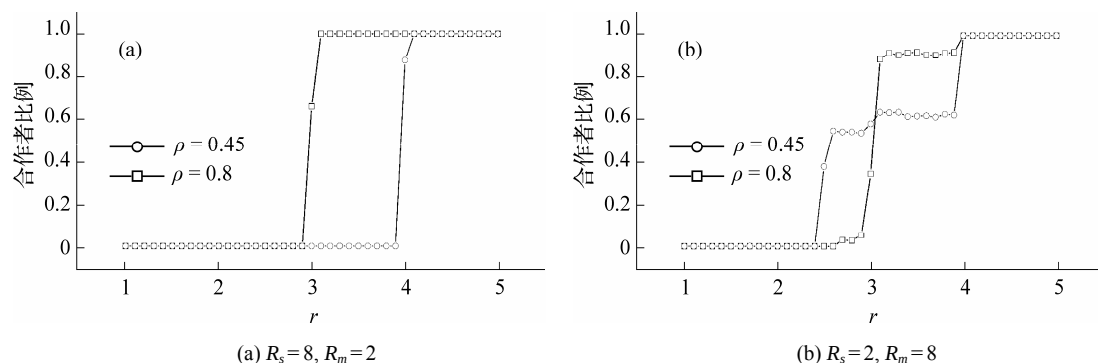
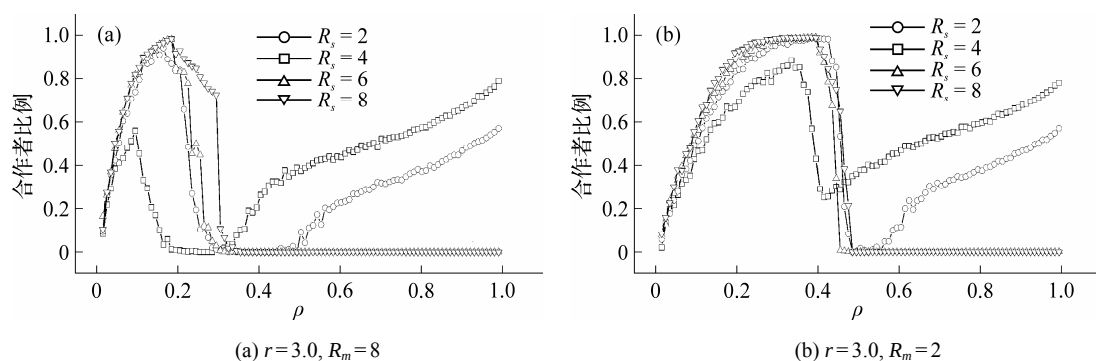
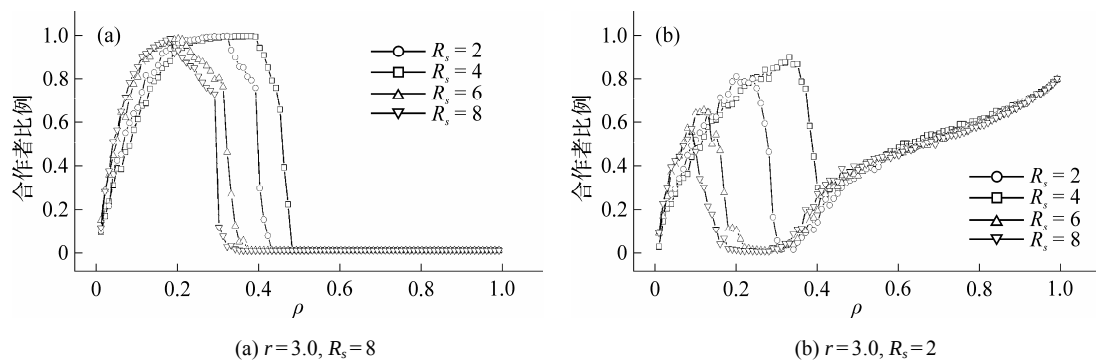
图 4 种群密度较高时空间形貌的演化($r=3.0, R_s=8, R_m=8$)

$t=1000$, 系统中合作者的比例一直保持稳定, 合作者有相互聚集的趋势, 这种聚集是不稳定的, 并且在网格上不断流动. 合作者的聚集和背叛者的入侵形成一种动态的平衡, 此时孤立的合作者比例也相对较高. 在局部区域, 合作者与背叛者的比例将不断变化, 但对于整个群体, 合作者与背叛者的比例达到一个稳定的平衡.

而图 4 显示群体密度较高时, 在 R_m 较大的情况下, 合作者可以聚集成稳定的畴, 从而共同抵御背叛者的入侵, 在图 4 中, $t=10$ 时显示了畴开始形成的状态. 由于 R_s 较小, 策略的传播能力较弱, 合

作行为的扩散和背叛者的入侵在畴的边缘达到一个动态的平衡, 而畴的中心区域则能够保持稳定合作. 随着密度增加, 合作者比例就越高, 合作者形成的畴越大, 也越稳定.

为了进一步研究上述合作机制, 我们考察了各个参数对合作行为的影响. 图 5 说明合作者的比例并不是随 r 变化连续增大的, 而是当 r 增大到一定程度时, 系统从一种状态突变为另一种状态. 这种突变正是由上述合作演化机制造成的. 当 R_s 较大时, 系统转变的中间状态极为短暂(图 3). 当 R_m 较大时, 畴的形成使系统中的合作者与背叛者稳

图5 总合作者比例随 r 的变化曲线图6 学习范围 R_s 对合作演化的影响图7 迁移范围 R_m 对合作演化的影响

定共存(图4).

在图6中,我们讨论了 R_s 对合作行为的影响.当密度较低时,团队规模较小,合作者往往成为最大收益者,所以 R_s 的增大提高了策略的传播能力,从而扩大了合作者的影响力,导致合作策略在系统中广泛传播.密度较高时,背叛者取代了合作者的优势地位, R_s 反过来又促进了背叛策略的传播,抑制了合作行为.

正如图7所示,对于 R_m 来说,当密度较低时, R_m 的增大提高了系统的连通性,增大了小规模团队的维持难度,从而抑制了合作行为;但迁移效应

很难影响到成畴的合作团队,所以密度较高时, R_m 对合作行为影响不大.

我们还讨论了选择概率 ω 的影响,结果表明提高某种选择的概率与增大相应范围有类似的效果.当 $L=100$ 时,重复以上模拟实验可以得到完全一致的结果,说明群体密度对合作行为的影响并不受网格尺寸的限制.

3 结论

在现实社会中,由于公共品的性质,公共品博弈的自愿参与往往很难做到,但区域空间上的差

异给个体提供了一种选择的机会,而这种选择又会对区域空间的异质性形成反馈,例如各个城市的环境和政策的不同会影响人口的流动,而人口的流动又会导致城市的环境和政策的改变.我们通过对可选择参与的公共品博弈模型的研究,讨论了这种相互反馈的作用下,种群密度对合作行为演化动力学的影响.结果表明:密度不同时,合作行为的支撑机制不同.密度较低时,个体聚集成众多的小团体,促进了合作策略的传播;当密度增大,且 R_s 较大时,欺骗策略快速传播,不利于合作的稳定,合作行为消失.只有在适当密度范围内,合作者可以通过不断的迁移而形成一种松散的、流动的群体,此时系统处于动态平衡之中;反之,当 R_m 较大 R_s 较小时,在高密度下,合作者可以聚集成稳定的合作团队来共同抵御背叛者的入侵,从而保持优势地位.

参考文献:

- [1] Hardin G. The tragedy of the commons[J]. Science, 1968, 162:1243-1248.
- [2] Hamilton W D. The evolution of social behavior[J]. J Theor Biol, 1964, 7:1-16.
- [3] Trivers R L. The evolution of reciprocal altruism[J]. Q Rev Biol, 1971, 46:35-57.
- [4] Nowak M A, Sigmund K. Evolution of indirect reciprocity by image scoring[J]. Nature, 1998, 393:573-577.
- [5] Reichenbach T, Mobilia M, Frey E. Mobility promotes and jeopardizes biodiversity in rock-paper-scissors games[J]. Nature, 2007, 448:1046-1049.
- [6] Traulsen A, Nowak M A. Evolution of cooperation by multilevel selection[J]. Proc Natl Acad Sci, 2006, 103: 10952-10955.
- [7] Rand D G, Dreber A, Ellingsen T, et al. Positive interactions promote public cooperation[J]. Science, 2009, 325: 1272-1275.
- [8] Hauert C, Monte S D, Hofbauer J, et al. Replicator dynamics in optional public goods games[J]. J Theor Biol, 2002, 218:187-194.
- [9] Helbing D, Yu Wenjian. The outbreak of cooperation among success-driven individuals under noisy conditions[J]. Proc Natl Acad Sci, 2009, 106:3680-3685.
- [10] Hauert C, Holmes M, Doebeli M. Evolutionary games and population dynamics: Maintenance of cooperation in public goods games[J]. Proc R Soc B, 2006, 273:2565-2570.
- [11] Hauert C, Monte S D, Hofbauer J, et al. Volunteering as red queen mechanism for cooperation in public goods games[J]. Science, 2002, 296:1129-1132.

Effect of Population Density in Spatial Public Goods Game

XIAO Yao, LIU Jin-jun*, WEN Ai-bing

(Faculty of Science, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: With effects of the imitation and migration of the individuals in the spatial public goods game, the influence of population density on cooperation is studied using Monte Carlo simulation. When the density is low, the cooperators and defectors can coexist. As the density increases, the proportion of cooperator augments and the cooperation may thrive. On the contrary, the cooperation vanishes in circumstances with adequately high density. The evolutions of the spatial patterns of cooperators are investigated and the different evolution mechanisms of cooperation is analyzed.

Key words: public goods game; population density; spatial distribution; cooperation evolution

(责任编辑 章践立)