

基于信号分解降低 OFDM 信号峰均比的优化建模

赵澄澄, 刘太君*, 叶 焱

(宁波大学 信息科学与工程学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 针对正交频分复用(OFDM)系统时域信号具有较高峰均比(PAR)的特点, 提出一种新的减小 PAR 方法. 首先经过削峰处理削去幅度大于阈值的信号, 然后利用信号分解理论对 OFDM 削峰信号进行分解, 从有用信号中分离出噪声, 最后通过限定信号幅度阈值和频谱发射模板来建立误差向量幅度(EVM)优化模型. 计算机仿真实验结果表明: 新方法在性能上优于传统的非优化建模方法; 且与已有的 PAR 减小优化模型相比, 新方法在减小计算复杂度的同时还保持了与已有文献中提出的优化模型的性能.

关键词: 正交频分复用; 峰均比; 误差向量幅度; 最优化方法

中图分类号: TN919.3

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2014) 03-0050-05

正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)这种多载波调制技术被广泛用于现在的无线通信系统, 是由于其具有较高的频谱利用效率和较强的对频率选择性衰落信道的抗干扰能力. 然而, OFDM 系统的其中一个主要缺点是传输信号具有较高的峰均比(Peak-to-Average Ratio, PAR), 而高 PAR 信号对于大功率放大器这种非线性器件就比较敏感. 由于功放一般工作在靠近饱和区域来提高其效率, 高 PAR 信号通过功放时, 将产生截顶失真, 不仅对带内信号产生干扰, 而且带外将产生频谱泄漏. 为减小信号通过功放产生的非线性失真, 输入信号将采取功率回退处理, 使功放工作在线性区域, 然而这样就大大降低了功放效率. 此外, 具有较高 PAR 的信号需有较大动态范围的数模转换器(Digital to Analog Converter, DAC), 这又将增加硬件成本. 因此, 有必要采取措施降低 OFDM 信号的 PAR.

PAR 减小技术可分为无失真和失真两大类^[1-3]. 为了避免在接收端进行结构调整, 可用只在发送端做出修改的失真 PAR 减小技术. 最常用的失真 PAR 减小技术是削峰滤波法^[4-6], 信号经削峰后将

产生带外频谱泄漏, 通过滤波后消除带外噪声信号, 然而滤波后信号又会峰值再生, 这就需重复循环进行削峰滤波, 使得信号的误差向量幅度(Error Vector Magnitude, EVM)无法控制. 为了控制带内信号 EVM, 限制削峰法^[7]被提出来, 它能在控制 EVM 和带外噪声的同时, 降低 PAR. 近年来最优化建模方法^[8-12]被用于 PAR 减小技术, 因为最优化方法能非常有效地解决信号高 PAR 问题, 但传统 PAR 最优化建模的计算量很大. 因此, 笔者提出了一个新的最优化 PAR 减小模型, 在减小计算量的同时确保信号 PAR、带内 EVM 和带外噪声得到有效的控制.

1 OFDM 系统参数

1.1 EVM 定义

通信系统中, EVM 通常用来描述 OFDM 信号在发送端频带内的失真程度, 它直接影响接收端的性能(如比特误码率). 发送端的任何非理想器件如功放、DAC 和混频器等都能引起 EVM 增加, 同样失真法 PAR 减小技术也能引起 EVM 增加. 因此在失真法 PAR 减小技术中要留有充分的 EVM 冗余

收稿日期: 2013-09-23.

宁波大学学报(理工版)网址: <http://journalg.nbu.edu.cn/>

基金项目: 国家自然科学基金(61171040); 浙江省重大专项重点国际合作项目(2010C14007); 浙江省自然科学基金(Y1101270).

第一作者: 赵澄澄(1989-), 男, 浙江宁波人, 在读硕士研究生, 主要研究方向: 射频功放线性化. E-mail: 891026892@qq.com

*通信作者: 刘太君(1965-), 男, 四川绵阳人, 教授, 主要研究方向: 射频功放建模和线性化. E-mail: liutaijun@nbu.edu.cn

给予非线性器件。

OFDM 系统中, 定义 $X = [X_0, X_1, \dots, X_{N-1}]$ 为 1 个具有 N 个子载波的频率域 OFDM 符号。一般情况下有 2 种定义来描述 EVM, 其中 1 个 OFDM 符号的 EVM 定义为:

$$R_{\text{EVM}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} |X'(i) - X(i)|^2}{\sum_{i=0}^{N-1} |X(i)|^2}} = \frac{\|X' - X\|_2}{\|X\|_2}, \quad (1)$$

式中, X' 表示经过峰均比减小技术处理后的频率域 OFDM 符号, $\|\cdot\|_2$ 表示模-2 范数。然而实际通信系统中, 通常我们用均方根 EVM (RMS EVM) 整体来描述信号的失真程度, 对于 K 个 OFDM 符号, 可定义为:

$$A = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K R_{\text{EVM},i}^2}. \quad (2)$$

显然, 较大的 RMS EVM 对应较大的 OFDM 信号失真和较高的比特误码率, 是为了满足通信标准要限定 RMS EVM 的数值。

1.2 PAR 定义

峰均比用来计算时域 OFDM 信号的动态范围, 并与功放效率有着紧密联系。为了使 OFDM 采样信号峰值幅度更加接近实际连续信号, 信号通过 L ($L \geq 4$) 倍过采样处理, 在频率域表现为补 $(L-1)N$ 个零点, 即:

$$X^{(L)} = [X_0^{(L)}, X_1^{(L)}, \dots, X_{LN-1}^{(L)}] = [X_0, \dots, X_{N/2-1}, 0, \dots, 0, X_{N/2}, \dots, X_{N-1}]. \quad (3)$$

通过 IFFT 变换即可得到 1 个时域 OFDM 符号, 其表达式为:

$$x(n) = \frac{1}{\sqrt{LN}} \sum_{i=0}^{LN-1} X^{(L)}(i) e^{\frac{j2\pi n i}{LN}}, \quad (4)$$

其中, $n = 0, 1, \dots, LN-1$ 。另外的 1 个时域 OFDM 符号 PAR 可定义为:

$$R_{\text{PAR}} = 10 \lg \frac{\max_{n=0, \dots, LN-1} |x(n)|^2}{\frac{1}{LN} \sum_{i=0}^{LN-1} |x(i)|^2}. \quad (5)$$

根据中心极限定理, 当 N 较大时, 时域信号近似呈复高斯分布, 幅度包络呈瑞利分布, 因此有可能信号最大幅度值超出平均幅度很多, 导致较大的峰均比。通常用互补累计分布函数 (Complementary Cumulative Distribution Function, CCDF) 统计

描述 PAR 特性:

$$R_{\text{CCDF},x}(R_{\text{PAR},0}) = \text{Prob}\{R_{\text{PAR},x} > R_{\text{PAR},0}\}, \quad (6)$$

即 CCDF 图像上在 $R_{\text{PAR},x}$ 点的值为峰均比, 其大于 $R_{\text{PAR},0}$ 的概率值。

2 PAR 减小建模

OFDM 信号经削峰处理后, 使时域信号的包络幅度限定在预先设定的阈值内, 信号表达式为:

$$y(n) = \begin{cases} x(n), & |x(n)| \leq A, \\ Ae^{j\theta(n)}, & |x(n)| > A, \end{cases} \quad (7)$$

其中, $0 \leq n \leq LN-1$; $\theta(n)$ 表示为 $x(n)$ 的相位; A 为预先设定的阈值, 即:

$$A = \sqrt{\frac{1}{LN} \sum_{i=0}^{LN-1} |x(i)|^2 \times 10^{\frac{R_{\text{PAR}}^*}{10}}}, \quad (8)$$

其中, R_{PAR}^* 为期望得到的峰均比。

然而经过削峰处理后, 将产生带内信号失真和带外频谱泄漏, 后者可以通过滤波来进行控制, 另带外频谱分量为 D_k , $k \in \Omega_0$ 为信号带外频谱分量集合, 即 $\Omega_0 = \{N/2, N/2+1, \dots, LN-N/2-1\}$ 。为满足信号频谱发射模板 (Spectrum Emission Mask, SEM) 的限制, 则有:

$$|D_k| \leq \sqrt{M_k}, k \in \Omega_0, \quad (9)$$

其中, M_k 为 SEM 要求。滤波后的信号将会峰值再升, 而且多次滤波使带内 EVM 无法控制, 因此需要进行改进。

根据 Bussgang 理论, OFDM 信号经过削峰处理后的输出信号可表示为:

$$y(n) = \alpha x(n) + b(n), \quad (10)$$

其中, $0 \leq n \leq LN-1$, α 表示衰减因子; $b(n)$ 是与 $x(n)$ 不相关的噪声, 即 $E\{xy^H\} = 0$ 。根据 (10) 式变换可得:

$$E\{xy^H\} = E\{x(\alpha x^H + b^H)\} = \alpha E\{xx^H\} + E\{xb^H\}, \quad (11)$$

$$\alpha = \frac{E\{xy^H\}}{E\{xx^H\}} = \frac{\sum_{i=0}^{LN-1} x(i)y(i)^*}{\sum_{i=0}^{LN-1} x(i)x(i)^*}, \quad (12)$$

则 $b(n) = y(n) - \alpha x(n)$, 并可得到频率域表达式为 $B(k) = Y(k) - \alpha X^L(k)$, $0 \leq k \leq LN-1$ 。我们将 $B(k)$ 分解为带内部分和带外部分, 即 $B(k) = C(k) + D(k)$, 此外 Ω_i 为带内频率集合, $\Omega_i = \{0, 1, \dots, N/2-1\} \cup$

$\{LN - N/2, LN - N/2 + 1, \dots, LN - 1\}$, 则带内部分:

$$C(k) = \begin{cases} B(k), k \in \Omega_i, \\ 0, k \in \Omega_o. \end{cases} \quad (13)$$

带外部分为:

$$D(k) = \begin{cases} 0, k \in \Omega_i, \\ B(k), k \in \Omega_o. \end{cases} \quad (14)$$

再经过 IFFT 变换可以得到:

$$y(n) = \alpha x(n) + c(n) + d(n), 0 \leq n \leq LN - 1, \\ c = f_{\text{IFFT}}(C), d = f_{\text{IFFT}}(D), \quad (15)$$

从(15)式中我们可以看到原始 OFDM 信号经过削峰处理后变成了三部分——经过衰减的原始信号、带内噪声信号和带外噪声信号, 而且带内噪声信号和带外噪声信号与原始信号互不相关. 对(15)式进行修改:

$$y(n) = w_1 x(n) + w_2 c(n) + w_3 d(n), \quad (16)$$

式中, w_1 、 w_2 和 w_3 为加权系数因子, 显然当 $w_1 = \alpha$, $w_2 = 1$, $w_3 = 1$ 时, $y(n)$ 即为只是简单进行削峰处理后的信号. 因此, 阈值 A 和系数 w_1 、 w_2 和 w_3 最终决定了输出信号的 PAR、带内失真程度和带外失真程度. 阈值 A 和 w_1 决定了有多少有用信号被用于最终传输; w_2 和 w_3 决定将有多少与原始信号不相关的带内噪声和带外噪声被输出. 例如令 $w_3 = 0$, 这将完全消除信号带外噪声, 使带外失真程度降为零.

滤掉一部分噪声信号相当于从原始信号传输较少的能量给噪声, 这将增加信号的 PAR. 增大加权系数因子 w_2 和 w_3 的值相当于传输较多的能量从原始信号给噪声, 将会降低 PAR, 但是增加了带内失真和带外失真. 因此, 要对阈值 A 和系数因子 w_1 、 w_2 和 w_3 选择做出权衡, 不仅要能降低原始信号的 PAR, 而且还要保证带内信号 EVM 和带外频谱发射模板的要求, 而如何确定阈值 A 和系数因子 w_1 、 w_2 和 w_3 是需要认真考虑的问题.

借助最优化问题求解方法, 建立 OFDM 信号 PAR 减小最优化数学模型如下:

Minimize e

Subject to

$$|w_1 x(n) + w_2 c(n)| \leq A, 0 \leq n \leq LN - 1, \quad (17)$$

$$\frac{\|w_1 X^{(L)}(k) + w_2 C(k) - X^{(L)}(k)\|_2}{\|X^{(L)}(k)\|_2} \leq e,$$

$$0.95\alpha \leq w_1 \leq 1.$$

优化模型中 $w_1 \in \mathbb{R}$, $w_2 \in \mathbb{C}$, $e \in \mathbb{R}$ 为优化变量, $k \in \Omega_i$, A 是预先设定的阈值常数. 值得注意的是, 最优化模型(17)式没有明确 SEM 的限制要求, 因为笔者将(16)式中 w_3 设为零, 即完全消除带外噪声以满足 SEM 要求; 而且没有预先设定 EVM 值满足通信标准, 相反地, 搜索最小 EVM 数值 e , 使 EVM 满足所要求限制; 一般而言, 比较大的 A 和较大的 w_1 最终得到的 EVM 将较小. 如果考虑到一定的余量, 例如某个 OFDM 符号可削峰幅度比预先设定幅值 A 小, 而且 e 还能满足 EVM 要求, 可以设定 w_1 的下限为原值 α 的 0.95, 显然 w_1 小于 1, 上限即设定为 1.

3 结果和分析

仿真参数设置, 10 000 个独立随机的 OFDM 信号采用 $N = 256$ 个子载波, 过采样率为 $L = 4$, 调制方式为 QPSK. 称文献[7]提出的方法为限制削峰法, 作者提出的方法为方法(1), 文献[11]提出的方法为方法(2), 文献[12]提出的方法为方法(3).

3.1 PAR 性能比较

图 1 为笔者提出的方法与文献方法在 PAR 减小性能上相互比较的互补累计分布函数曲线 (CCDF). 方法(1)、方法(2)和方法(3)根据期望达到的 PAR 为 7 dB 设定为阈值 A , 而限制削峰分别设定 $R_{\text{PAR}} = 7$ dB 和 $R_{\text{EVM}} = 4\%$ 的情况下, 得到的最优 PAR 减小曲线.

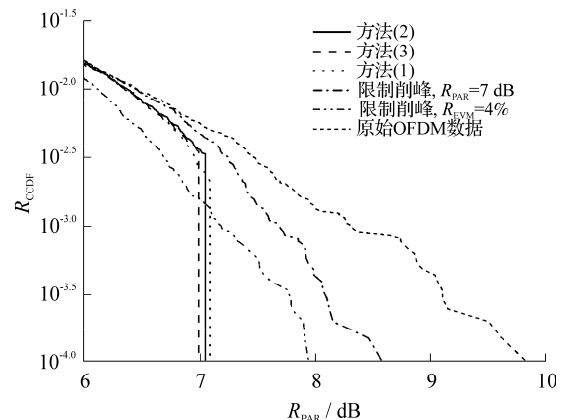


图 1 PAR 减小技术 CCDF 的比较

从图 1 可见, 期望阈值设定 $R_{\text{PAR}} = 7$ dB 的限制削峰产生了较大峰值再生情况, 在 R_{CCDF} 为 10^{-4} 水平下, $R_{\text{PAR}} = 8.5$ dB; 限制削峰在 $R_{\text{EVM}} = 4\%$ 的最优化状态下, 在 R_{CCDF} 为 10^{-4} 水平下, $R_{\text{PAR}} = 7.9$ dB,

期望阈值为 $R_{\text{PAR}} = 5.5$ dB 时达到, 还是产生了较大的峰值. 方法(3)在 R_{CCDF} 为 10^{-4} 时, $R_{\text{PAR}} = 7$ dB, 方法(2)的 $R_{\text{PAR}} = 7.05$ dB, 方法(1)的 $R_{\text{PAR}} = 7.1$ dB. 方法(1)比方法(3)性能恶化了 0.1 dB, 但是与限制削峰相比, PAR 的减小性能还是有很大提高; 方法(1)与方法(3)和方法(2)相比, 性能分别降低了 0.1 dB 和 0.05 dB, 但是方法(1)的计算复杂度远远低于方法(2)和方法(3).

3.2 EVM 结果比较

值得注意的是只有方法(3)能确保输出信号 PAR 与期望相同, 而方法(1)和方法(2)和限制削峰都存在不同程度输出信号 PAR 大于预期设定状态. 限制削峰法中由于滤波而产生峰值再生, 由图 1 可知, 限制削峰输出信号 $R_{\text{PAR}} = 8.5$ dB 在 R_{CCDF} 为 10^{-4} 水平下, 虽然期望 R_{PAR} 设定为 7 dB. 因此为了比较不同算法的 EVM 性能, 需要在 R_{CCDF} 在 10^{-4} 水平下, 输出信号 PAR 情况相同, 才能比较不同算法的 EVM 性能. 因此, 需要对方法(1)和方法(2)阈值进行调整, 使其达到输出要求, 并且在限制削峰中同时调节阈值和 EVM 设定来获得满足条件的最优输出状态.

图 2 为笔者提出的算法和文献算法在 RMS EVM 性能的比较曲线. 从图 2 可见, 方法(1)、方法(2)和方法(3)曲线几乎重合, 且在性能上远远超越限制削峰法. 当 $R_{\text{PAR}} = 5.5$ dB 时, 方法(1)为 8.35%, 方法(2)为 8.10%, 方法(3)为 8.25%, 而限制削峰法则为 17.61%. 虽然方法(1)的 RMS EVM 比方法(2)和方法(3)分别高 0.25% 和 0.15%, 但是在性能降低非常小的情况下, 其计算复杂度却远远低于其他 2 种方法.

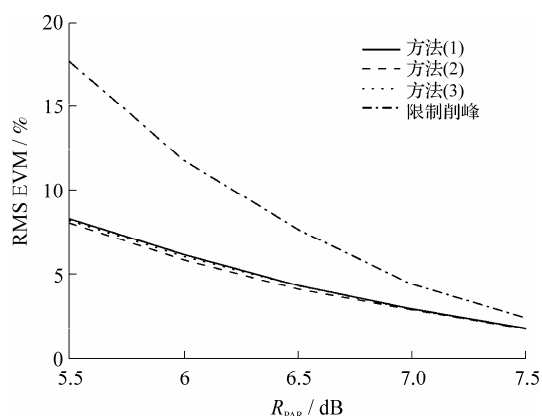


图 2 不同算法的 RMS EVM 比较

3.3 计算复杂度分析

对 3 种利用最优化模型求解 PAR 减小性能方法进行算法复杂度分析, 可用标准内点法解决最优化模型问题. 方法(2)的计算复杂度为 $O(N^3 + 2LN \log_2 LN)$, 方法(3)的计算复杂度为 $O(N^3 + N^2 + LN \log_2 LN)$. 对笔者提出的方法(1)计算复杂度进行分析, 其主要运算量分为两部分, 为了获得 $c(n)$ 进行的 1 次 FFT 和 1 次 IFFT 操作, 以及加上为解决(17)式进行的计算. (17)式中由于不需要像方法(2)、方法(3)进行频域-时域相互变换, 并且最优化变量只有 3 个, 这就大大降低了计算复杂度. 根据分析得到方法(1)计算复杂度为 $O(LN \log_2 LN + LN)$, 比其他两种优化模型有了较大的改进.

4 结论

鉴于 OFDM 通信系统存在信号 PAR 较高的缺点, 笔者提出了一种新方法, 通过信号分解理论建立最优化模型结构解决高 PAR 问题, 并在减小 PAR 同时确保信号 EVM 最小化以满足通信要求. 通过仿真结果表明, 该方法可以有效地降低 PAR, 与传统非优化建模方法相比, 笔者提出的方法在性能上有较大的提高, 而且在大幅度降低计算复杂度的同时, 确保性能近似于文献中提出的优化结构模型.

参考文献:

- [1] Jiang Tao, Wu Yiyan. An overview peak to average power ratio reduction techniques for OFDM signals[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2008, 54(2):257-268.
- [2] Han S H, Lee J H. An overview of peak-to-average power ratio reduction techniques for multicarrier transmission[J]. IEEE Wireless Communications, 2005, 12(2):56-65.
- [3] Kulkarni V M, Bhalchandra A S. An overview of various techniques to reduce the peak-to-average power ratio in multicarrier transmission systems[C]. 2012 IEEE International Conference on ICCIC, 2012:1-5.
- [4] Wang Luqing, Tellambura C. A simplified clipping and filtering technique for PAR reduction in OFDM systems [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(6):453-456.
- [5] Armstrong J. Peak-to-average power reduction for OFDM by repeated clipping and frequency domain filtering[J]. Electronics Letters, 2002, 38(5):246-246.
- [6] Kitaek B, Andrews J G, Powers E J. Quantifying an

- iterative clipping and filtering technique for reducing PAR in OFDM[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(5):1558-1563.
- [7] Baxley R J, Zhao Chunming, Zhou G. Constrained clipping for crest factor reduction in OFDM[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2006, 52(4):570-575.
- [8] Luo Zhi Quan, Yu Wei. An introduction to convex optimization for communications and signal processing[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2006, 24(8):1426-1438.
- [9] Wang Y C, Yi K C. Convex optimization method for quasi-constant peak-to-average power ratio of OFDM signals[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2009, 16(6): 509-512.
- [10] Aggarwal A, Meng T H. Minimizing the peak-to-average power ratio of OFDM signals using convex optimization [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(8): 3099-3110.
- [11] Wang Y C, Luo Z Q, optimized iterative clipping and filtering for PAPR reduction of OFDM signals[J]. IEEE Transactions on Communications, 2011, 59(1):33-37.
- [12] Liu Qijia, Baxley R J, Ma Xiaoli, et al. error vector magnitude optimization for OFDM systems with a deterministic peak to average power ratio constraint[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2009, 3(3):418-429.

PAR Reduction in OFDM Based on Signal Decomposition Through Optimization Programming

ZHAO Cheng-cheng, LIU Tai-jun*, YE Yan

(College of Information Science and Engineering, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: In this paper, we propose a new method for reducing the high time-domain peak to average power ratio (PAR) of orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) signals. First, simple hard limited clipping is used to reduce PAR of a signal by limiting the magnitude of the signal to a threshold value. Then, in order to separate noises from useful signals, we use signal decomposition theory to decompose clipped OFDM signals. Finally, we formulate the problem into an Error Vector Magnitude (EVM) optimization model subject to a deterministic amplitude threshold constraint and spectral mask constraint. Simulation results show that the new method is superior in performance to the traditional non-optimized modeling method. Compared with the existing optimization model, the computational complexity of the proposed method is lower at the expense of insignificant performance degradation.

Key words: orthogonal frequency division multiplexing; peak to average power ratio; error vector magnitude; optimization method

(责任编辑 章践立)