

一种基于压缩感知的信道缩短滤波器设计

刘小青, 李有明*, 朱 星, 陈 斌, 雷 鹏, 季 彪

(宁波大学 通信技术研究, 浙江 宁波 315211)

摘要: 鉴于使用信道缩短滤波器的系统的复杂度会随着滤波器中非零抽头的增加而快速增大, 运用盲自适应子空间追踪(Blind Adaptive Subspace Pursuit, BASP)算法设计了一种稀疏滤波器来减少非零抽头. 首先在最小均方误差(Minimum Mean Square Error, MMSE)准则下, 将信道缩短问题转化为稀疏滤波器的设计问题, 然后通过加入稀疏度盲估计过程, 使滤波器可以自适应地改变稀疏度, 最后在子空间追踪算法(Subspace Pursuit, SP)的框架下实现非零抽头不连续的稀疏滤波器设计. 仿真结果表明, 设计的稀疏滤波器有效地实现了信道缩短, 运用该滤波器的系统可在更低的复杂度下获得更高的精度.

关键词: 压缩感知; 信道缩短; 子空间追踪; 稀疏滤波器; 稀疏度自适应

中图分类号: TN713

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2015) 01-0047-05

宽带通信信道的冲激响应较长, 会延伸至数十个符号周期, 并引起严重的码间干扰(Inter Symbol Interference, ISI); 在正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)系统中, 需要在每个符号前加入循环前缀以减小码间干扰, 并且循环前缀的长度应不小于信道冲激响应的长度. 宽带通信信道下需要较长的循环前缀, 这会严重降低系统的传输速率^[1]. 为此, 在接收前端加入一个滤波器, 使信道和滤波器的联合冲激响应缩短, 从而缩短循环前缀的长度, 降低由循环前缀所造成的传输速率的损失. 然而系统复杂度与滤波器中非零抽头个数的平方成正比, 因此如何减少滤波器的非零抽头个数, 即稀疏滤波器的设计越来越受到人们的关注.

早期稀疏滤波器是选取滤波器中强度最大的几个抽头构成稀疏滤波器^[2], 然而用这种方法首先需要计算出滤波器的抽头向量中所有的元素值, 这个过程会增加计算复杂度. 在文献[3-4]中, 分别用贪婪搜索和循序搜索的方法确定了稀疏滤波器的非零抽头, 但是由于算法收敛速度慢, 用此类方法实现稀疏滤波器的复杂度高. 为了降低稀疏滤

波器的设计复杂度, 文献[5-8]在不同的约束条件下通过不同的方法设计得到了稀疏滤波器. 而在已有的研究中, 除文献[6], 其他研究设计的稀疏滤波器的非零抽头的位置均是连续的, 但是当滤波器的非零抽头位置不受连续限制时, 确定滤波器时可搜索的空间更大, 滤波器能够获得更大的自由度, 设计的滤波器性能会更好^[6]. 文献[9]运用正交匹配追踪算法(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)设计了非零抽头不连续的稀疏滤波器, 但是OMP算法收敛速度慢, 精度不高^[10], 用这种方法实现稀疏滤波器的复杂度和滤波器的精度都有待改进. 与OMP算法相比, SP算法^[11]的复杂度低, 精度高, 但是使用该算法的前提是稀疏度已知.

针对以上问题, 笔者用BASP方法设计了一种非零抽头位置不连续的稀疏滤波器, 前期通过加入稀疏度估计方法, 使该稀疏滤波器可以自适应地改变稀疏度. 后期在SP算法的框架下, 以较低的复杂度实现了稀疏滤波器的设计.

1 CS 背景

定义稀疏向量 $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N$ 和测量向量 $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^M$, 压

收稿日期: 2013-12-05.

宁波大学学报(理工版)网址: <http://journallg.nbu.edu.cn/>

基金项目: 国家自然科学基金(60874083); 浙江省教育厅科研项目(Y200907622); 宁波大学科技学院预研项目(003-21021003).

第一作者: 刘小青(1991-), 男, 湖北襄阳人, 在读硕士研究生, 主要研究方向: 压缩感知技术及其应用. E-mail: 1025006979@qq.com

*通信作者: 李有明(1963-), 男, 陕西扶风人, 博导/教授, 主要研究方向: 宽带接入技术. E-mail: liyouming@nbu.edu.cn

缩感知理论可以在 $M \ll N$ 时, 将 x 从 y 中精确地恢复出来. 用 $z \in C^M$ 表示一个零均值随机噪声, A 表示一个 $M \times N$ 的观测矩阵, x 可以用下面 l_0 范数约束的最小化问题进行求解:

$$\min \|\tilde{x}\|_0 \text{ s.t. } \|y - A\tilde{x}\|_2^2 \leq \varepsilon, \quad (1)$$

其中: ε 是一个很小的正数, 加入 ε 是为了抑制测量过程中的绝大部分噪声; $\|\tilde{x}\|_0$ 是 $\tilde{x}$ 的 l_0 范数, 代表 $\tilde{x}$ 的稀疏度; $\|y - A\tilde{x}\|_2$ 代表 $y - A\tilde{x}$ 的 l_2 范数.

求解(1)式的优化问题, 就是要找到满足 $\|y - A\tilde{x}\|_2^2 \leq \varepsilon$ 的稀疏度最小的 x , 然而 l_0 范数问题是一个难解的优化问题. 为了解决这个问题, 压缩感知中一般采用 l_1 范数代替 l_0 范数. 这时问题可以描述为:

$$\min \|\tilde{x}\|_1 \text{ s.t. } \|y - A\tilde{x}\|_2^2 \leq \varepsilon, \quad (2)$$

这样问题变成了一个二阶锥凸优化问题, 求解过程变得简单.

2 基于压缩感知的稀疏滤波器设计

首先在 MMSE 准则下, 将信道缩短问题转化为稀疏滤波器的设计问题, 然后通过加入稀疏度盲估计过程, 使该稀疏滤波器可以自适应地改变稀疏度, 最后在 SP 算法的框架下以较低的复杂度实现非零抽头位置不连续的稀疏滤波器的设计. 下面为具体实现过程.

2.1 稀疏滤波器设计准则

在 OFDM 系统中, 接收信号的均方误差可以表示为^[9]:

$$\xi \triangleq E[e_i^2] = \varepsilon_x - \omega^H r_\Delta - r_\Delta^H \omega + \omega^H R_{yy} \omega, \quad (3)$$

其中: ω 是一个 $M \times 1$ 维向量, 代表信道缩短滤波器; R_{yy} 和 R_{yx} 分别为输出信号的自相关矩阵和输入输出互相关矩阵; e_i 为信号经过信道和滤波器后的第 i 个采样值的误差; $\varepsilon_x \triangleq E[x_{i-\Delta}^2]$, Δ 表示时延的整数, r_Δ 代表 R_{yx} 的 $(\Delta + 1)$ 列. 据 Cholesky 分解, 可以定义 $R_{yy} = LL^H$, L 是一个下三角矩阵. 因此(3)式可以有如下形式:

$$\xi = \varepsilon_x - \omega^H LL^H r_\Delta - r_\Delta^H L^H L \omega + \omega^H LL^H \omega, \quad (4)$$

其中: $(\cdot)^{-H} \triangleq ((\cdot)^H)^{-1}$.

(4)式经过配方后可写为:

$$\xi = \underbrace{\varepsilon_x - r_\Delta^H L^{-1} L^H r_\Delta}_{\triangleq \xi_{\min}} + \underbrace{\|L^H \omega - L^{-1} r_\Delta\|_2^2}_{\triangleq \xi_{\text{excess}}}, \quad (5)$$

这里 ξ 由和 ω 相关的 ξ_{excess} 部分以及和 ω 无关的

$\xi_{\min}$ 两部分组成. 用 MMSE 准则设计滤波器时, 应当使 ξ 最小化. 由于 $\xi_{\text{excess}} \geq 0$, 这时就应尽量满足 $\xi_{\text{excess}} = 0$, 这样可使 $\xi = \xi_{\min}$, 则在 MMSE 准则下的最优滤波器 ω_{opt} 为:

$$\omega_{\text{opt}} = L^{-H} L^{-1} r_\Delta = R_{yy}^{-1} r_\Delta, \quad (6)$$

这里 ω_{opt} 并不是稀疏的, 在加入滤波器 ω_{opt} 后, 系统的复杂度将会急剧增加. 这时可以设计稀疏滤波器 ω_s , 通过减少滤波器中的非零抽头个数, 降低系统的复杂度.

任意一个不同于 ω_{opt} 的 ω 都将使得 ξ_{excess} 的值增大, 继而增加均方误差值. 这时可以采用性能与复杂度折衷的方法, 在少量增加均方误差值的同时大量降低系统的复杂度.

假设 $\varepsilon > 0$ 代表可以接受的均方误差的增加值, 这时待设计的稀疏滤波器 ω_s 可以表示为:

$$\min \|\omega_s\|_1 \text{ s.t. } \|L^H \omega_s - L^{-1} r_\Delta\|_2^2 \leq \varepsilon, \quad (7)$$

这样, 信道缩短问题就转化为稀疏滤波器的设计问题.

2.2 稀疏滤波器实现过程

文献[9]中用 OMP 算法来设计稀疏滤波器. 由于 OMP 算法每次迭代中只增加一个支撑元素, 当需要设计的滤波器的稀疏度 K 较大时, 迭代次数大量增加, 计算复杂度高; 且对于已经选定的滤波器的支撑元素, 没有检测与修正的过程, 设计的稀疏滤波器精度有待改善. 而 SP 算法在每次迭代时, 增加 K 个候选元素到候选集中, 再从长度为 $2K$ 的候选集中选取 K 个元素作为支撑集, 这样即使误选了某些支撑元素之后也可以将其重新删除, 从而提高滤波器的精度. 但是使用 SP 算法的前提是需要知道稀疏度 K , 而稀疏度往往是未知的. 因此我们结合 SP 算法的优点, 提出了用 BASP 方法来解决这一问题.

当 $y = Ax$ 时, 存在

引理 1^[12] 设 A 满足参数为 (K, δ_k) 的约束等距性质, 若估计稀疏度 $k \geq K$, 则

$$\|A_{T^0}^T y\|_2 \geq \frac{1 - \delta_k}{\sqrt{1 + \delta_k}} \|y\|_2.$$

引理 2^[13] 设 A 满足参数为 (K, δ_k) 的约束等距性质, 若

$$\|A_{T^0}^T y\|_2 > \frac{1 + \delta_k}{\sqrt{1 - \delta_k}} \|y\|_2,$$

则估计的稀疏度 $k > K$. 其中: Γ_0 是取 $\{|\langle A_i, y \rangle|\}$ 中前 k 个最大值索引组成的集合, $|\langle A_i, y \rangle|$ 表示矩阵 A 的第 i 列和向量 y 内积的绝对值, A_{Γ_0} 表示 A 中以 Γ_0 为索引的各列构成的子矩阵.

由引理 2 的逆否命题可以知道, 若估计的稀疏度 $k \leq K$, 则

$$\|A_{\Gamma_0}^T y\|_2 \leq \frac{1-\delta_k}{\sqrt{1-\delta_k}} \|y\|_2.$$

由引理 1 和引理 2 的逆否命题可以得到:

推理 1 当估计的稀疏度 $k = K$ 时, 满足:

$$\frac{1-\delta_k}{\sqrt{1+\delta_k}} \|y\|_2 \leq \|A_{\Gamma_0}^T y\|_2 \leq \frac{1+\delta_k}{\sqrt{1-\delta_k}} \|y\|_2, \quad (8)$$

这里 $(1-\delta_k)/\sqrt{1+\delta_k} \|y\|_2$ 和 $(1+\delta_k)/\sqrt{1-\delta_k} \|y\|_2$ 都是一个正的常数值, 分别记为 $C_{\min}$ 和 $C_{\max}$, (8) 式平方后可写成:

$$C_{\min}^2 \leq \sum_{i \in \Gamma_0} (|\langle A_i, y \rangle|)^2 \leq C_{\max}^2, \quad (9)$$

这时, 可以依次增加 Γ_0 中的元素, 找到满足 (9) 式的元素个数的最大值 $k_{\max}$ 和最小值 $k_{\min}$. 将估计的稀疏度设为最接近 $(k_{\max} + k_{\min})/2$ 的整数, 这样可以避免稀疏度的估计值偏离真实值过大情况的出现. 至此, 实现了对滤波器稀疏度 K 的盲估计.

针对 (7) 式问题, 在稀疏度盲估计的基础上, 设计了一种 BASP 算法来解决, 其过程描述为:

$$\omega_s = \text{BASP}(L^{-1}r_\Delta, L^H, \|L^H \omega_s - L^{-1}r_\Delta\|_2 \leq \varepsilon). \quad (10)$$

2.2.1 BASP 算法描述

输入: $L^{-1}r_\Delta, L^H$.

(a) 计算 $C_{\min} = (1-\delta_k)/\sqrt{1+\delta_k} \|L^{-1}r_\Delta\|_2$ 和 $C_{\max} = (1+\delta_k)/\sqrt{1-\delta_k} \|L^{-1}r_\Delta\|_2$.

(b) 计算 $v_i = |\langle L_i^H, L^{-1}r_\Delta \rangle|$, 并将 v_i 按从大到小的顺序排列构成 E_i .

(c) 找到满足 $C_{\min}^2 < \sum_{i \leq K} (E_i^2) < C_{\max}^2$ 的第 1 个 k 和最后一个 k 的值分别记为 $k_{\min}$ 和 $k_{\max}$, 估计的稀疏度 k 取最接近 $(k_{\max} + k_{\min})/2$ 的整数.

初始化: 一个空的索引 $I_0 = \emptyset$, 设定最初的余量为 $r_0 = L^{-1}r_\Delta$, $\omega_s = 0$, 迭代次数 $n = 1$.

第 n 次迭代:

(d) 计算 $\sigma_i = |r_{n-1}^H L_i^H|$, L_i 代表矩阵 L 的第 i 列, 选择 σ_i 中最大的 k 个元素的索引组成集合 c_n , 并确定候选集 $b_n = I_{n-1} \cup c_n$.

(e) 计算 $\omega_s(b_n) = (L_{b_n}^H)^{\text{wei}} L^{-1}r_\Delta$, $(L_{b_n}^H)^{\text{wei}}$ 代表 $L_{b_n}^H$

的伪逆, 用 ω_s 中最大 k 个元素的索引组成本次迭代的支撑集 I_n .

(f) 确定余量: $r_n = L^{-1}r_\Delta - L^H(:, I_n)\omega_s(I_n)$.

(g) 判断余量是否满足 $\|r_n\| > \|r_{n-1}\|$, 若满足, 则跳出循环, 完成稀疏滤波器的设计; 若不满足, 则 $n = n + 1$, 继续跳转到 (d) 处进行下一次迭代.

2.2.2 算法分析

该算法在前期加入了稀疏度盲估计的过程, 运用该算法设计的稀疏滤波器可动态地调整滤波器的稀疏度, 实现滤波器稀疏度的自适应. 贪婪追踪类算法的复杂度主要集中在相关最大化 (Correlation Maximization, CM) 上, 每次迭代的复杂度可近似记为 $O(MN)$. 在稀疏度 K 已知的情况下, 已有的 OMP 算法需迭代 K 次, 算法的复杂度为 $O(KMN)$, 而 SP 算法需要 $\log K$ 次迭代, 算法的复杂度为 $O(\log K \cdot MN)$. 我们的 BASP 算法在稀疏度未知情况下, 算法的复杂度可以控制在 $O((\log K + 1)MN)$ 以内, 复杂度较低. 且我们采用了回溯方法来修正支撑集, 提升了设计的稀疏滤波器精度. 算法的终止条件为 $\|r_n\| > \|r_{n-1}\|$, 这样可保证该算法的余量至少会收敛到某个极小值点.

3 仿真结果

3.1 稀疏度估计

通过实验测试 BASP 算法的稀疏度估计效果. 实验中 $K = 32$, $M = 64$, $N = 256$, 观测矩阵为 $M \times N$ 维高斯随机矩阵, 每项元素是独立分布零均值单位方差的高斯随机变量. 图 1 比较了 σ 取不同值时稀疏度的估计值. 从图 1 可知, 当 $\sigma = 0.25$ 时, 稀疏度的估计值最接近真实值.

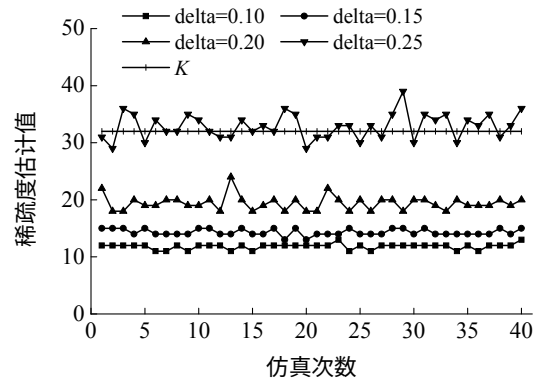


图 1 稀疏度估计

3.2 稀疏滤波器性能

仿真环境为 ADSL 8 种标准的载波服务区 (Carrier Service Area, CSA) 环路 7. 图 2 是信道冲激响应和使用 BASP 稀疏滤波器后的联合冲激响应. 从图 2 可知, 联合冲激响应的非零长度要明显小于信道冲激响应, 表明该滤波器可以有效地实现信道缩短.

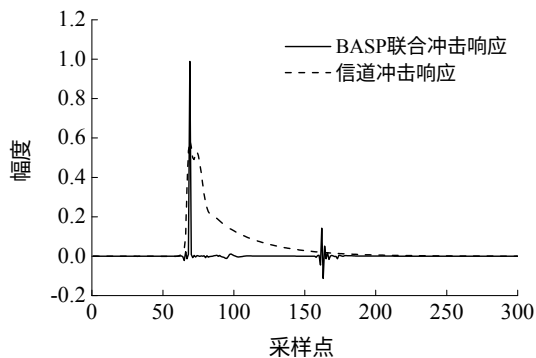


图 2 信道冲激响应和联合冲激响应

图 3 是在相同的稀疏度 K 条件下, BASP 稀疏滤波器和文献[9]中的 OMP 稀疏滤波器的非零抽头比较. 从图 3 可看出, BASP 稀疏滤波器是稀疏的, 且非零抽头主要集中在 2 个区域, 是不连续的. 与 OMP 稀疏滤波器相比, 2 种滤波器非零抽头的位置基本相同, 但是幅度却存在差异.

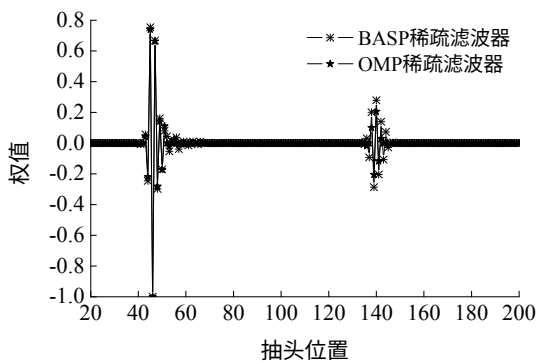


图 3 稀疏滤波器

用 BASP(OMP)-16 和 SP(OMP)-24 分别代表稀疏度为 16 和 24 时的 BASP/OMP 稀疏滤波器, 循环前缀的长度从 50 到 120. 为保证结果的准确性, 仿真结果是 1000 次蒙特卡罗实验后取平均所得. 图 4 是使用 BASP 稀疏滤波器和 OMP 稀疏滤波器的系统在不同循环前缀长度下余量的比较. 从图 4 中可看出, 在相同 CP 长度下使用 BASP 稀疏滤波

器的系统的余量均小于使用 OMP 稀疏滤波器的系统, 这表明 BASP 方法设计的滤波器的精度更高.

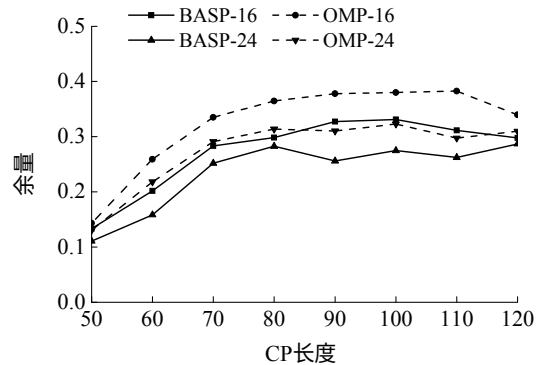


图 4 不同循环前缀长度下余量比较

图 5 比较了不同循环前缀长度下使用 BASP 稀疏滤波器的系统和使用 OMP 稀疏滤波器的系统仿真时间. 从图 5 可看出, 在相同条件下, 使用 BASP 稀疏滤波器的系统仿真时间均小于使用 OMP 稀疏滤波器的系统, 这表明本文设计的稀疏滤波器可以有效地降低系统的复杂度, 从而提高信号传输效率.

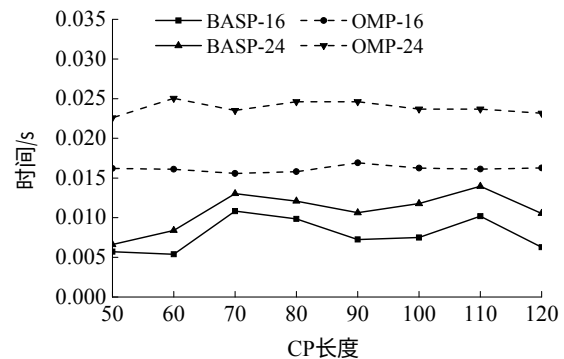


图 5 不同循环前缀长度下仿真时间比较

4 结语

提出了一种基于压缩感知的稀疏滤波器的设计方法. 该方法在 MMSE 准则下, 将信道缩短问题转化为稀疏滤波器的设计问题, 然后通过加入稀疏度盲估计的方法动态改变滤波器的稀疏度, 实现了滤波器稀疏度的自适应, 最后运用性能良好的 BASP 算法设计了非零抽头不连续的稀疏滤波器. 仿真结果表明, 本文设计的稀疏滤波器可以很好地实现信道缩短, 而且使用该滤波器的系统可以在较低的复杂度下获得较高的精度.

参考文献:

- [1] Chen Shaoping, Zhu Cuitao. ICI and ISI analysis and mitigation for OFDM systems with insufficient cyclic prefix in time-varying channels[J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 2004, 50(1):78-83.
- [2] Melvasalo M, Janis P, Koivunen V. Sparse equalization in high data rate WCDMA systems[C]//IEEE 8th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC), 2007:1-5.
- [3] Kutz G, Raphaeli D. Determination of tap positions for sparse equalizers[J]. IEEE Transaction on Communication, 2007, 55(9):1712-1724.
- [4] Sui H, Masry E, Rao B. Chip-level DS-CDMA downlink interference suppression with optimized finger placement [J]. IEEE Trans on Signal Process, 2006, 54(10):3908-3921.
- [5] Baran T, Wei D, Oppenheim A. Linear programming algorithms for sparse filter design[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2010, 58(3):1605-1617.
- [6] Gomaa A, Dhahir N. Low-complexity sparse FIR channel shortening[C]//IEEE on Global Telecommunications Conference (GLOBECOM), 2010:1-5.
- [7] Wei D, Sestok C K, Oppenheim A V. Sparse filter design under a quadratic constraint: Low-complexity algorithms [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(4): 857-870.
- [8] Wei D, Oppenheim A V. A branch-and-bound algorithm for quadratically-constrained sparse filter design[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(4):1006-1018.
- [9] Gomaa A, Al-Dhahir N. A new design framework for sparse FIR MIMO equalizers[J]. IEEE Transactions on Communications, 2011, 59(8):2132-2140.
- [10] Tropp J, Gilbert A. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12):4655-4666.
- [11] Dai W, Milenkovic O. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(5):2230-2249.
- [12] 杨成, 冯巍, 冯辉, 等. 一种压缩采样中的稀疏度自适应子空间追踪算法[J]. 电子学报, 2010, 38(8):1914-1917.
- [13] 田文飏, 付争, 芮国胜. 基于分治试探的盲自适应匹配追踪重构算法[J]. 通信学报, 2013, 34(4):180-186.

A Design of Channel Shortening Filter Based on Compressed Sensing

LIU Xiao-qing, LI You-ming*, ZHU Xing, CHEN Bing, LEI Peng, JI Biao
(Institute of Communication Technology, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: The computing complexity of the system grows fast with the number of filter's nonzero taps. Therefore, a sparse filter is designed in this paper based on the Blind Adaptive Subspace Pursuit algorithm to reduce the number of the nonzero taps. Firstly, the channel shortening problem is transformed into a sparse filter design problem based on the Minimum Mean Square Error criterion. Then, the filter's sparsity is adaptively changed according to a sparsity blind estimation method. Finally, a sparse filter with noncontiguous nonzeros taps is achieved under the frame of Subspace Pursuit algorithm. The simulation results demonstrate that the designed filter can shorten the channel efficiently. Furthermore, comparing with the existing sparse filters, the system using the designed filter obtains higher accuracy with lower complexity.

Key words: compressed sensing; channel shorten; subspace pursuit; sparse filter; sparsity adaptive

(责任编辑 史小丽)