

解析对冲基金经理人的收费最大化问题

邹洋¹, 黄文礼², 陶祥兴^{3*}, 白贞贞¹

(1. 宁波大学 理学院, 浙江 宁波 315211; 2. 中国科学技术大学 统计与金融系, 安徽 合肥 230026;

3. 浙江科技学院 数学系, 浙江 杭州 310023)

摘要: 由于近年来对冲基金发展迅速, 对冲基金经理人收费最大化问题也成为学者关注的焦点. 文中将研究对冲基金经理人价值最大化的 2 篇文章作对比, 其次考虑在只收取激励费和高水位线有增长率的情况下, 分析对冲基金经理人的价值最大化问题.

关键词: 对冲基金; 经理人价值; 激励费; 高水位线

中图分类号: O175.2; O211

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2015) 01-0076-04

对冲基金又称套利基金或避险基金, 是指以有限合伙形式组织的可以利用财务杠杆投资各类金融产品的私募基金^[1]. 此种基金具有采用有限合伙制、以非公开方式募集资金, 投资手法灵活, 可以使用杠杆以及采用激励机制的特点.

对冲基金与共同基金最明显的差异之一在于采用激励机制. 共同基金经理人收取管理基金固定比例(一般为 2%)的管理费, 并从中支付雇员薪酬. 而对冲基金通常拥有特殊的管理补偿合同, 合同中规定基金经理人除了收取固定比例的管理费以外, 还需要收取基于绩效的激励费(通常将基金该年盈利部分的 20%作为激励费). 基金经理人获得激励费的多少与管理资产额的历史最大值(即高水位线)和动态投资策略有关. 对冲基金行业中通常所用的管理费和激励费比例为“2:20”. 由于对冲基金行业要求基金经理人必须在基金中拥有一定的投资, 所以经理人的利益与对冲基金捆绑在一起. 在对冲基金的运作中, 经理人既充当所有者, 希望财富能最大化, 同时又充当管理者, 以管理的良好业绩为前提, 收取更高补偿费(管理费与激励费). 因此, 在双重角色的驱使下, 基金经理人需要选择良好的投资策略, 在风险和收益之间做一个权衡, 使得基金经理人得到的回报达到最优.

1 相关文献研究

关于对冲基金经理人收费最大化的问题, 笔者主要对文献[2]和文献[3]这 2 篇文献的重要结果作对比.

文献[2]将对冲基金经理人的补偿费简化为只收取与绩效有关的激励费, 并且有如下假设: (1)对冲基金经理人无风险偏好, 即风险中性的; (2)对基金经理人投资组合的选择无约束; (3)当对冲基金价值变为零时, 投资人对基金强行清算. 另外, 还假设对冲基金经理人在运作基金时, 将募集到的资金按一定比例 π_t 进行无风险和风险投资, 若经理人在 t 时刻的风险投资量为 $\pi_t W_t$, 则该时刻无风险投资量就为 $1 - \pi_t W_t$, 其中 W_t 为对冲基金管理资产额.

在上述假设下, 得到对冲基金管理资产额 W_t 的动态演化方程:

$$dW_t = W_t \pi_t (\mu dt + \sigma dB_t) + W_t (1 - \pi_t) r dt - k dH_t, \quad (1)$$

式中, r 为无风险利率, $\mu > r, \sigma > 0$, B_t 为标准的一维布朗运动, $k dH_t$ 为经理人收取的激励费, 当 $W_t > H_t = \max\{W_s; s \in [0, t]\}$ 时, $k dH_t \neq 0$.

在只收取激励费的情况下, 对冲基金经理人收费的最优化问题为:

收稿日期: 2013-07-02.

宁波大学学报(理工版)网址: <http://journal.lg.nbu.edu.cn/>

基金项目: 国家自然科学基金(70973104); 浙江省自然科学基金(Y6110023).

第一作者: 邹洋(1988-), 女, 陕西宝鸡人, 在读硕士研究生, 主要研究方向: 金融数学. E-mail: zouzou2468@qq.com

*通信作者: 陶祥兴(1965-), 男, 浙江台州人, 博士/教授, 主要研究方向: 调和分析与偏微分方程、金融数学. E-mail: xxtau@163.com

$$V(W_t, H_t) = \max_{\pi_t} E_t \left[\int_t^{\tau \wedge \infty} e^{-(\beta + \lambda)(s-t)} k dH_s \right].$$

在文献[2]中,得到HJB方程:

$$0 = -(\beta + \lambda)V + \max_{\pi_t} \{V_{WW}W_t^2(r + \pi_t(\mu - r)) + V_{WW}W_t^2\sigma^2\pi_t^2/2\}, \quad (2)$$

通过该HJB方程的计算,最终得到对冲基金经理人的最优投资策略为:

$$\pi_t = \frac{1}{1-\eta} \frac{\mu - r}{\sigma^2},$$

以及此时经理人的最大价值为:

$$V(W_t, H_t) = \frac{kH_t}{\eta(1+k)-1} \left(\frac{W_t}{H_t} \right)^\eta,$$

其中, $\eta = (r + \beta + \lambda + \omega - ((r + \beta + \lambda + \omega)^2 - 4r(\beta + \lambda))^{1/2}) / 2r$.

文献[3]考虑在既收取管理费,又收取激励费的情况下,对冲基金经理人是如何选择最优投资组合策略使价值最大化的.文章假设:(1)对冲基金的管理资产额 W_t 下降到当前高水位线 H_t 的 b 倍(即 $W_t = bH_t$)时,基金进行清算;(2)对经理人的投资策略 π_t 有最大约束($\pi_t \leq \bar{\pi}$, $\bar{\pi}$ 为已知的杠杆上限);(3)高水位线有自身的固定增长率 g ; (4)经理人向投资人定期支付分红,分红比率为 δ .对冲基金经理人同样将管理资产按一定比例做无风险与风险投资.

在上述假设下和一系列推到下,文献[3]得到关于对冲基金经理人收取最大费用 $F(W, H)$ 的HJB方程为:

$$(\beta + \lambda)F(W, H) = \max_{\pi \leq \bar{\pi}} cW + [\pi\alpha + (r - \delta - c)]WF_W(W, H) + \pi^2\sigma^2W^2F_{WW}(W, H)/2 + (g - \delta)HF_H(W, H).$$

通过该HJB方程的计算,最终得到对冲基金经理人的最优投资策略为:

$$\pi(\omega) = \min\{\alpha / \sigma^2\varphi(\omega), \bar{\pi}\},$$

其中, $\varphi(\omega) = -F_W(W, H) / WF_{WW}(W, H)$ 是对冲基金经理人的相对风险厌恶系数,对冲基金的价值状况 $\omega = W / H$.

文献[2]和文献[3]均以最大化经理人的补偿费为目的,计算出风险投资和无风险投资的最优投资组合.分析文献[2]的结果发现,对冲基金经理人分配在无风险投资和风险投资的比例为一固定值,且最优投资组合的结果与具有常数相对风险

厌恶投资者的选择一致,并且认为在没有时间约束的情况下,为了收取更加长远的补偿费,基金经理人在运作对冲基金时表现出厌恶的风险态度.但是文献[2]假设当对冲基金价值变为零时,投资人对基金清算,经理人在这种情形下并不急于收取激励费,并且不断超越当前的高水位线.经理人的此种做法会增加清算风险,导致文章结论(高水位线越高,经理人价值越大)与现实行业不符.文献[3]在文献[2]的基础上,增加了对管理费和投资人分红的考虑,针对对冲基金最优的投资组合以及收取补偿费的最大化建立了数学模型,发现即使有高额激励费,基金经理人也会持风险厌恶态度,谨慎选择杠杆策略,且杠杆策略的选择与对冲基金的价值状况 ω 有关.此外,文章还分析了当有新的现金流流入和经理人重新创立新的对冲基金时,投资者和经理人的价值情况.

此外,国内学者针对对冲基金经理人的激励约束机制也有一定的研究.

何希^[4]讨论了对冲基金的投资运作及其管理问题,涉及对冲基金经理人规范运作的分析.并且指出:在选择对冲基金经理人时,要对其注册资本、既往的经营业绩、合理的人员配置等进行严格规范的资格审核.基金经理人一般要持有基金3%~5%的股份,一旦发生亏损,管理者的股份将首先被用来支付给参与者.关于对冲基金的利润分成,在5%~10%之间较为合适.

景华桥^[5]对对冲基金经理人的激励方式做出了说明,并且对基金管理费对经理人的激励作用进行了研究.同时也指出,对冲基金经理人的报酬来自1.5%~2.0%的管理费和基于业绩的激励费,固定费率的管理费对基金业绩的激励作用较弱,基金经理们为了获得更多的管理费,倾向于扩大基金规模,提高基金风险.此外,他还提出了经理人的收费模式:固定比率的管理费保证基金管理公司的运营成本和经理人的基本回报,基于业绩激励费提出激励对冲基金经理人快速提高基金业绩.

邹薇等^[6]利用模型对于对冲基金的收益进行研究,指出对冲基金能够获得超额收益,但收益的规模和发生的频率因对冲基金投资模式的不同而有所区别.

笔者在此研究只收取激励费,且高水位线有

自身增长率 g 的情况下, 对冲基金经理人所采用的最优投资策略及最大价值. 这里的自身增长率 g 是在不参照对冲基金管理资产额历史最大值和无现金流出的情况下, 高水位线 H_t 的变化情况, 即 $H_t = H_0 e^{gt}$.

2 数学模型

2.1 投资机会

在模型中, 笔者假设对冲基金经理人无风险偏好, 即风险是中性的, 并且在管理对冲基金时, 只收取激励费, 投资者中途不能撤回基金. 当基金经理人管理的对冲基金价值降为零时, 投资者对对冲基金进行清算, 此时的清算时间记为 τ , 显然, τ 是停时. 另外, 我们将对冲基金的清算看做一个跳跃, 若记 λ 为跳跃的强度, 则对冲基金从 t 时刻生存到 s 时刻的概率为 $e^{-\lambda(s-t)}$.

现假设对冲基金经理人有两个投资机会:

第一, 利率为 r 的无风险投资(比如债券), 其演化方程为 $dW_1 / W_1 = rdt$.

第二, 具有超额回报的风险投资, 其演化方程为 $dW_2 / W_2 = \mu dt + \sigma dB_t$, 其中 B_t 为标准的一维布朗运动, $\mu > r, \sigma > 0$.

令 W_t 为 t 时刻对冲基金的管理资产额, A_t 为 t 时刻经理人无风险资产的投入量, 则 $W_t - A_t$ 为 t 时刻风险资产的投入量. 定义风险资产——资本率 π_t , 它是风险资产——资本的比率, 即 $\pi_t = (W_t - A_t) / W_t$.

2.2 管理资产额的动态变化

在对冲基金运作过程中, 对冲基金经理人动态地将管理资产额分配到无风险投资和风险投资之中, 显然 π_t 是衡量经理人投入无风险投资和风险投资比例的变量. 经理人收取激励费的多少与 π_t 的选择有关, 同时是否收取激励费与高水位线 $H_t = \max\{W_s, s \in [0, t]\}$ 的变化也有关. 模型假设高水位线 H_t 具有自身的增长率 g , 其变化情况有:

(1) 当 $W_t < H_t$ 时, $dH_t = gH_t dt$, 基金经理人不收取激励费;

(2) 当 $W_t > H_t$ 时, $dH_t - gH_t dt > 0$, 基金经理人收取 $k(dH_t - gH_t dt)$ 的激励费.

常数 k 是补偿合同中规定激励费占收益的固定比例. 因此, 管理资产额 W_t 的动态变化情况为:

$$dW_t = \pi_t W_t (\mu dt + \sigma dB_t) + (1 - \pi_t) W_t r dt -$$

$$k(dH_t - gH_t dt).$$

2.3 最优化问题

对冲基金经理人收取的激励费为:

$$E_t \left[\int_t^\tau e^{-\beta(s-t)} k(dH_s - gH_s ds) \right],$$

其中, β 为经理人的主观贴现率. 现在考虑要使经理人收取的激励费最大化, 此最优化问题的数学表达式如下:

$$V_t(W_t, H_t; \pi_t) = \max_{\pi} E_t \left[\int_t^\tau e^{-\beta(s-t)} k(dH_s - gH_s ds) \right].$$

首先假定 $t-1$ 时刻 $W_{t-1} = H_{t-1}$, 在下一时刻 t , 管理资产额 W_t 和高水位线 H_t 可能存在以下两种情形:

情形一: $W_t \geq H_t$, 此时 H_t 立即增加 dH_t , 新的高水位线变为 $H_t + dH_t$. 由于对冲基金经理人的价值函数 $V(W_t, H_t; \pi_t)$ 具有连续性, 因此有:

$$V(W_t, H_t; \pi_t) = k dH_t + V(W_t - k dH_t, H_t + dH_t; \pi_t), \quad (4)$$

对于较小的 dH_t , 在 $W_t = H_t$ 处将(4)式进行一阶泰勒展开:

$$\begin{aligned} V(H_t, H_t; \pi) &= k dH_t + V(H_t, H_t; \pi_t) - \\ &V_w(H_t, H_t; \pi_t) k dH_t + V_H(H_t, H_t; \pi_t) dH_t, \\ k V_w(H_t, H_t; \pi_t) &= k + V_H(H_t, H_t; \pi_t). \end{aligned} \quad (5)$$

情形二: $W_t < H_t$, 此时 $dH_t = gH_t dt$. 经理入需要调整投资策略使管理资产额尽可能超过高水位线, 从而达到收取最多激励费的目的.

$$V_t(W_t, H_t; \pi_t) = \max_{\pi} E_t \left[\int_t^\tau e^{-\beta(s-t)} k(dH_s - gH_s ds) \right]$$

运用动态规划原理得 HJB 方程:

$$(\beta + \lambda) V_t = \max \{ (r + \pi_t(\mu - r)) V_w W_t + V_{ww} \pi_t^2 W_t^2 \sigma^2 / 2 + V_H g H_t \} = 0. \quad (6)$$

对(6)式运用最优化一阶条件, 得:

$$(\mu - r) V_w W + V_{ww} \pi_t W_t^2 \sigma^2 = 0.$$

我们可以得到经理人最优投资策略:

$$\pi_t = - \frac{V_w}{V_{ww} W_t} \frac{\mu - r}{\sigma^2}. \quad (7)$$

为了得到最优投资策略下经理人的最大价值, 设:

$$V_t(W_t, H_t; \pi_t) = C H_t^{1-\eta} W_t^\eta. \quad (8)$$

将(7)式和(8)式代入(6)式中, 化简可得:

$$\begin{aligned} (r - g)\eta^2 - (r + \beta + \lambda - 2g + \omega)\eta + (\beta + \lambda - g) &= 0, \\ \omega &= (\mu - r)^2 / 2\sigma^2, \end{aligned}$$

则,

$$\eta^{\pm} = (r + \beta + \lambda - 2g + \omega \pm ((r + \beta + \lambda - 2g + \omega)^2 - 4(r - g)(\beta + \lambda - g))^{1/2}) / 2(r - g),$$

舍去 η^+ , 以下将 η^- 记作 η .

将(8)式代入(5)式, 得:

$$kC\eta H_t^{1-\eta} W_t^{\eta-1} = k + C(1-\eta)H_t^{-\eta} W_t^{\eta}$$

$$C = \frac{k}{k\eta H_t^{1-\eta} W_t^{\eta-1} - (1-\eta)H_t^{-\eta} W_t^{\eta}}. \quad (9)$$

将(9)式代入(8)式, 得经理人的最大价值为:

$$V_t(W_t, H_t; \pi_t) = \frac{kW_t H_t}{k\eta H_t - (1-\eta)W_t}. \quad (10)$$

再将(8)式代入(7)式, 得到最优投资策略为:

$$\pi_t = \frac{1}{1-\eta} \frac{\mu - r}{\sigma^2}. \quad (11)$$

通过以上的计算过程, 可以得到在只收取激励费且高水位线有自身增长率 g 的情况下, 经理人的最优投资策略 π_t , 以及最大价值 $V_t(W_t, H_t; \pi_t)$. 观察结果后, 发现对冲基金经理人在风险资产上的投入部分为常量, 此时, 经理人类似于默顿型投资者, 相对风险厌恶系数为 $1-\eta$ 且经理人的风险厌恶态度是内生的.

3 总结

近年来, 对冲基金凭借其投资效应的高杠杆性, 投资活动的复杂性, 筹资方式的私募性, 以及

操作的隐蔽性和灵活性风靡全球, 对冲基金经理人价值的最大化问题也成为学者们的研究焦点. 为使自身价值最大化, 对冲基金经理人必须选择良好的投资策略, 在风险和收益之间做一个权衡. 笔者将关于经理人价值最大化问题的 2 篇文献的结果作比较, 其次考虑在只收取激励费和高水位线有自身增长率 g 的情况下, 得出经理人所采用的最优投资策略 π_t 和最大价值 $V_t(W_t, H_t; \pi_t)$, 同时发现经理人内生出厌恶的风险态度, 且相对风险厌恶系数为 $1-\eta$.

参考文献:

- [1] 王多. 近期对冲基金的发展特征及其影响[J]. 时代经贸, 2008(8):57-60.
- [2] Panageas S, Westerfield M M. High-water marks: High risk appetites? convex compensation, long horizons, and portfolio choice[J]. The Journal of Finance, 2009, 64(1): 1-36.
- [3] Lan Yingcong, Wang Neng, Yang Jinqiang. The Economics of hedge funds[EB/OL]. [2013-03-15]. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jfineco.2013.05.004>.
- [4] 何希. 私募证券投资基金的管理[D]. 四川: 四川大学, 2003.
- [5] 景华桥. 证券投资基金经理人的激励机制研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2011.
- [6] 邹薇, 卢萍. 基于六因素模型的对冲基金收益研究[J]. 湘潭大学学报, 2008(3):59-63.

Maximizing Manager's Charge of Hedge Funds: Study

ZOU Yang¹, HUANG Wen-li², TAO Xiang-xing^{3*}, BAI Zhen-zhen¹

(1. Faculty of Science, Ningbo University, Ningbo 315211, China;

2. School of Statistic and Finance, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China;

3. Institute of Applied Mathematics, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract: In recent years, the development of hedge funds has been on the rise. Maximizing hedge funds managers' charge has been drawing the attention in the related academic fields. This paper first examines two articles on maximizing the value of managers, then further considers the issue of maximizing the manager's charge under the condition of high water rate and incentive fees.

Key words: hedge funds; the manager's value; Incentive fees; high-water marks

(责任编辑 章践立)