

基于数控代码的构造曲面法向矢量的求解方法

曾云川, 詹建明*, 赵 钰

(宁波大学 机械工程与力学学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 采用区别与传统全局建模的方法, 基于三坐标数控代码直接提取出曲面的表面数据点, 然后用散乱点三角网格模型, 先求出空间坐标点两个方向的切向矢量, 进而求出曲面的法向矢量. 最后用算例说明了该计算方法较传统的全局建模方法有计算量较小而精度较高的优势.

关键词: 构造曲面; 法向矢量; 数控代码; 三角网格

中图分类号: TG659

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2015) 03-0094-04

数控技术是现代化制造的重要基础和关键技术, 是加工平滑、连续、复杂曲面的重要手段. 对于形貌要求较高的精密曲面, 一般需要采用五轴数控加工^[1-2], 这时必须求得被加工曲面加工点的法向矢量来确定刀具的方位, 而普通的 CAM 系统只能获得三轴数控代码^[3]. 对于已知解析函数的曲面, 可以按照公式求解其法向矢量^[4]. 对于未知解析函数的构造曲面, 通常是参照逆向工程中利用数据点对曲面模型进行重建的原理, 沿物体表面测出一系列的表面数据点, 然后利用表面数据点对曲面模型进行拟合, 最后求解拟合曲面的法向矢量^[5]. 为了较精确地表达工程实际曲面, 通常表面数据点极多, 所以对曲面模型进行拟合计算量极大、耗时过长; 如果节约时间, 则计算误差显著. 然而, 工程实际使用的曲面, 绝大多数都是通过三维 CAD 系统构造出来的构造曲面, 所以研究一种可以用于构造曲面法向矢量快速求解的方法非常必要^[6-9].

笔者基于现有 CAM 系统生成的三坐标数控代码直接获取曲面的表面数据点后, 采用三角网格模型, 通过计算微平面的法向矢量以获取表面数据点的法向矢量, 即针对构造曲面在不知道其解析函数, 也无法对曲面进行测量的情况下, 基于三坐标数控代码获取曲面的表面数据点计算曲面的法向矢量.

1 数学原理

1.1 曲面法矢的求法

由矢量积可知, 法向矢量为:

$$\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v}. \quad (1)$$

对于向量形式为 $w = f(u, v)$ 的曲面, 曲面上点 $P_0(u_0, v_0)$ 在某一领域内连续, 且有到 $(n+1)$ 阶连续的偏导数, 领域内任意 2 点 $P_i(u_0 + \Delta u_1, v_0 + \Delta v_1)$, $P_{i+1}(u_0 + \Delta u_2, v_0 + \Delta v_2)$. 由泰勒公式可得:

$$\begin{aligned} f(u_0 + \Delta u_1, v_0 + \Delta v_1) = & f(u_0, v_0) + (\Delta u_1 \frac{\partial}{\partial u} + \Delta v_1 \frac{\partial}{\partial v}) f(u_0, v_0) + \\ & \frac{1}{2!} (\Delta u_1 \frac{\partial}{\partial u} + \Delta v_1 \frac{\partial}{\partial v})^2 f(u_0, v_0) + \dots + \\ & \frac{1}{n!} (\Delta u_1 \frac{\partial}{\partial u} + \Delta v_1 \frac{\partial}{\partial v})^n f(u_0, v_0) + R_n. \end{aligned} \quad (2)$$

当曲面上任意 2 点 P_i 和 P_{i+1} 非常接近 P_0 时, 即当 $\Delta u, \Delta v$ 无穷小, $\Delta u^2, \Delta v^2$ 高阶无穷小时, 泰勒公式中二次项及其以后的高阶项都可忽略不计, 故

$$\begin{aligned} f(u_0 + \Delta u_1, v_0 + \Delta v_1) = & f(u_0, v_0) + (\Delta u_1 \frac{\partial}{\partial u} + \Delta v_1 \frac{\partial}{\partial v}) f(u_0, v_0), \end{aligned} \quad (3)$$

所以

$$\begin{aligned} f(u_0 + \Delta u_1, v_0 + \Delta v_1) - f(u_0, v_0) = & \Delta u_1 \frac{\partial f(u_0, v_0)}{\partial u} + \Delta v_1 \frac{\partial f(u_0, v_0)}{\partial v}, \end{aligned}$$

收稿日期: 2014-05-20.

宁波大学学报(理工版)网址: <http://journallg.nbu.edu.cn/>

基金项目: 浙江省自然科学基金(LY12E05007); 宁波市重大科技攻关招标项目(2012B10057).

第一作者: 曾云川(1990-), 男, 重庆人, 在读硕士研究生, 主要研究方向: 数字化精密制造. E-mail: zycxa@qq.com

*通信作者: 詹建明(1974-), 男, 江西余干人, 教授, 主要研究方向: 数字化精密制造. E-mail: zhanjianming@nbu.edu.cn

同理可得:

$$f(u_0 + \Delta u_2, v_0 + \Delta v_2) - f(u_0, v_0) = \Delta u_2 \frac{\partial f(u_0, v_0)}{\partial u} + \Delta v_2 \frac{\partial f(u_0, v_0)}{\partial v},$$

所以曲面法向矢量

$$\begin{aligned} \vec{n} &= [f(u_0 + \Delta u_1, v_0 + \Delta v_1) - f(u_0, v_0)] \times \\ &[f(u_0 + \Delta u_2, v_0 + \Delta v_2) - f(u_0, v_0)] = \\ &(\Delta u_1 \frac{\partial f(u_0, v_0)}{\partial u} + \Delta v_1 \frac{\partial f(u_0, v_0)}{\partial v}) \times \\ &(\Delta u_2 \frac{\partial f(u_0, v_0)}{\partial u} + \Delta v_2 \frac{\partial f(u_0, v_0)}{\partial v}) = \\ &(\Delta u_1 \vec{u} + \Delta v_1 \vec{v}) \times (\Delta u_2 \vec{u} + \Delta v_2 \vec{v}) = \\ &\begin{vmatrix} \vec{u} & \vec{v} & \vec{w} \\ \Delta u_1 & \Delta v_1 & 0 \\ \Delta u_2 & \Delta v_2 & 0 \end{vmatrix} = \\ &(\Delta u_1 \cdot \Delta v_2 - \Delta u_2 \cdot \Delta v_1) \vec{w}, \end{aligned} \quad (4)$$

因此由(4)式可知, 对于曲面法向矢量的求解, 我们同样可以采用矢量积的原理, 选取最接近的相关点构造三角网格模型, 先求出空间坐标点两个方向的切向矢量, 进而求出曲面的法向矢量。

1.2 P_0 和 P_i 的选择

根据以上推论可知, 要求得 P 点最理想的法向矢量, 就必须选择趋近于 P 点最近的 2 个点 P_i 和 P_0 , P_0 是 P 点同一条直线上旁边的点, P_i 是下面第 1 条直线上距离 P 点最近的点, 如图 1 所示。第 2 条直线上含有 n 个点 $P_i (i=1, 2, \dots, n)$, 依次求得 P 点与 P_i 点之间的距离, 随着 i 的逐渐增大, P 与 P_i 的距离也呈现出先减小后逐渐增大的趋势, 临界点 P_i 即是第 2 条直线上距离 P 点最近的点。

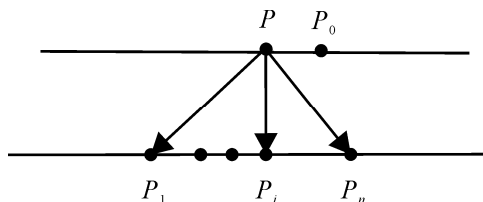


图 1 寻找距离 P 最近的 2 个点

2 求解过程

UG 具有强大的曲面建模和数控加工的功能, 采用行切法使刀具在 x 方向沿着曲面作曲折运动, 如图 2 所示, 使得 UG 输出的数控代码中, x 呈逐

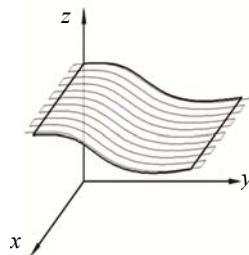


图 2 刀具沿 x 方向作行切法运动

渐增大的趋势, 曲面的表面数据点也可以按照 x 的逐渐增大进行排列。

图 3 是 UG 中构造曲面的 CAD 模型, 利用 UG 的制造模块, 可以对构造曲面进行固定轴轮廓铣、切削仿真以及后置处理, 从而得到所需的数控代码。因此, 在工具栏上单击“开始”按钮, 在下拉列表中选择“加工”进入到加工模块。

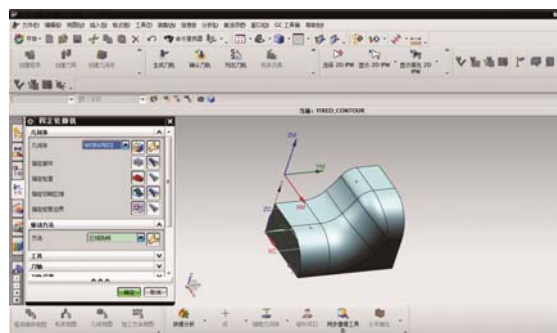


图 3 构造曲面

对加工参数进行设置, 单击“刀片”选择驱动方法为“区域铣削”。由于最终需要得到的是曲面的表面数据点, 所以设置“加工余量”为零, 并且设置刀具为行切法, 使刀具沿着 x 方向作曲折运动, 选择“加工区域”为模型上表面的整个曲面。然后根据需要设置“进刀参数”、“进给率”、“主轴转速”等参数。最后单击“后处理”按钮, 选择 MILL_3_AXIS, 系统生成数控代码。然后从数控代码中提取出曲面的表面数据点, 如图 4 所示。

最后根据数学原理, 在 Matlab 中编程直接输出曲面的法向矢量, 程序及结果如图 5 所示。

```
load data.txt;
%plot3(data(:,1),data(:,2),data(:,3));
x=data(:,1);
L=length(x);
h=1;
g=zeros(L,1);
```

```

for i=2:L
if x(i)~=x(i-1);
g(h)=x(i-1);
.....
for il=1:L
if zz(il,1)==0&zz(il,3)==0&zz(il,3)==0
al=il-1
break;
end
end
zz1=zz(1:al,:);

```

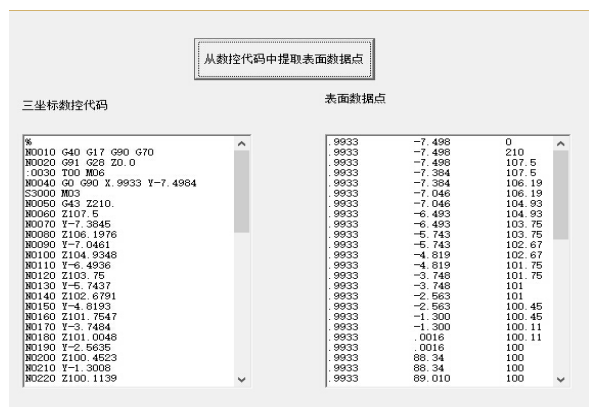


图4 从三坐标数控代码中直接提取出表面数据点

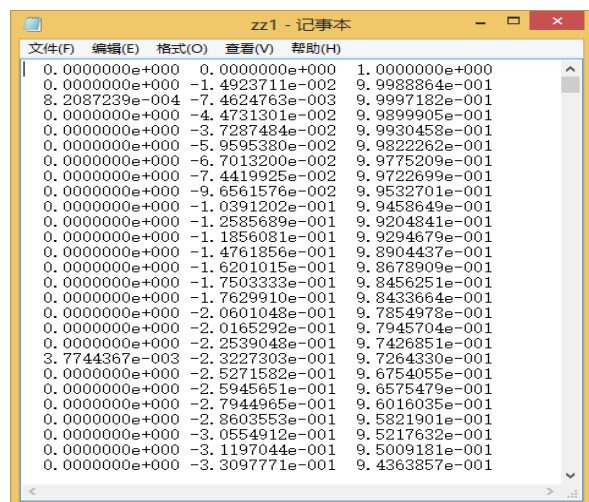


图5 法向矢量的输出

3 算例分析

将已知解析函数的椭球曲面分别用公式和本文的方法求解其法向矢量,然后将2种方法得到的2组法向矢量之间的角度进行测量,比较其误差大小。已知椭球方程为:

$$\frac{x^2}{60^2} + \frac{y^2}{30^2} + \frac{z^2}{30^2} = 1, (x > 0, y > 0, z > 0). \quad (5)$$

同理,利用UG的制造模块得到数控代码后提取出椭球的表面数据点。由于数据较多,所以随机选取其中的2组数据进行验证。

已知椭球的解析函数,将随机选取的数据点代入求解公式求出椭球曲面精确的法向矢量 $\vec{n}_1$,然后用笔者的方法求出椭球曲面的法向矢量 $\vec{n}_2$,再使用传统全局建模的方法求出椭球曲面的法向矢量 $\vec{n}_3$ 。比较 $\vec{n}_2$ 、 $\vec{n}_3$ 分别与 $\vec{n}_1$ 之间的夹角 α 、 β 的大小,即比较2种方法求出的法向矢量与精确法向矢量之间的误差大小,如图6所示。

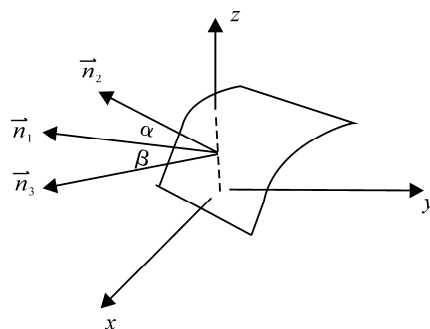


图6 法向矢量之间的夹角

由表1可看出,采用本文的计算方法求出的法向矢量误差为 $0.05^\circ \sim 1.2^\circ$,平均误差只有 0.5133° ,而通过传统全局建模的方法求出的法向矢量误差为 $7^\circ \sim 15^\circ$,平均误差达到 9.9642° 。误差比例中,本文提出的计算方法的误差范围只有传统全局建模方法误差的3%~15%。因此本文提出的计算方法在针对构造曲面无法得知其数学表达式的情况下,相对于传统方法具有计算量较小,且求出的法向矢量精度较高的优势。

表1 2种方法的误差比较

α	β	α/β
0.274 09	7.306 29	0.037 51
0.055 98	12.318 4	0.004 54
0.228 57	8.094 01	0.028 23
0.115 74	9.139 4	0.012 66
0.421 56	14.423 1	0.029 22
0.293 45	10.377 1	0.028 27
1.108 61	7.775 56	0.142 57
1.094 28	8.818 71	0.124 08
1.027 01	11.425 1	0.089 89

4 结论

由于传统全局建模方法是通过数据捏合得到的曲面, 不是真实的曲面, 存在一定的计算误差, 这种误差会直接导致曲面法向矢量的求解误差; 而本文提出的计算方法是直接使用真实曲面的数据, 没有引入误差. 通过算例可知, 本文的计算方法相对于传统的方法计算量较小并且求出的法向矢量精度有显著的提高. 因此, 该方法为求解曲面法向矢量提供了一种有效的途径, 可以实际运用到精密曲面的五轴数控加工, 为五轴数控加工的数据处理和代码编写提供了理论基础.

参考文献:

- [1] 纪玉坤. 基于UG的五轴数控加工NC代码仿真[D]. 大连: 大连理工大学, 2005.
- [2] 曾志迎. 复杂曲面的五坐标数控加工关键技术研究[D]. 太原: 太原科技大学, 2012.
- [3] Jung H, Hwang J D, Park K B. Development of practical post processor for 5-axis machine tool with non-orthogonal rotary axes[J]. J Cent South Univ Technol, 2011, 18:159-164.
- [4] 郑东. 复杂曲面三坐标矢量化测量方法研究及应用[J]. 航空精密制造技术, 2012(5):20-22.
- [5] 刘大峰, 戴宁, 孙全平, 等. 面向曲面重构的切平面法矢方向调整算法[J]. 机械科学与技术, 2008(2):192-197.
- [6] 彭育辉, 高诚辉. 基于形状修正的三角网格模型顶点法矢估算方法[J]. 中国图象图形学报, 2010(1):142-148.
- [7] Gouraud H. Continuous shading of curved surfaces[J]. IEEE Transactions on Computers, 1971, 20(6):623-629.
- [8] Taubin G. Estimating the tensor of curvature of a surface from a polyhedral approximation[C]//Grimson E. Proceedings of the 5th International Conference on Computer Vision. Washington D C: IEE Computer Society, 1995:902-907.
- [9] 神会存, 李建华, 周来水. 三角网格模型顶点法矢与离散曲率计算[J]. 计算机工程与应用, 2005, 41(26):12-15.

NC Code Based Normal Vector of Constructed Free-form Surface

ZENG Yun-chuan, ZHAN Jian-ming*, ZHAO Yu

(Faculty of Mechanical Engineering and Mechanics, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: Five axis NC (numerical control) machining of mold surfaces needs the normal vector of machining points to determine the position of the cutter, and the main method of generating mold surfaces now is using the constructed free-form surface. The problems arise when it is difficult to describe the constructed free-form surface using mathematical formula, or there is no such a mathematical formula at all. To tackle this problem, different from the traditional global modeling method, in this paper we use the three coordinates NC code to extract the surface point directly by adopting the triangular mesh model, calculating two directions of the tangential vector then calculating the surface normal vector. The proposed method proves to be time-saving in calculation with higher accuracy.

Key words: constructed free-form surface; normal vector; numerical control code; triangular mesh

(责任编辑 史小丽)