

一种抗混叠移不变的 Contourlet 变换

黄小霞, 符冉迪*, 石大维, 范亚会

(宁波大学 信息科学与工程学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 基于传统 Contourlet 变换及已有相关改进方法存在频谱混叠或移变性的缺点, 其处理后的图像会出现伪吉布斯现象, 严重影响了图像的质量, 因此提出一种既抗混叠又有平移不变性的 Contourlet 变换新方法, 新方法是一种结合了抗混叠塔式滤波器组和非下采样方向滤波器组的方法. 通过比较新方法和相关 Contourlet 变换方法的非线性逼近性能和降噪效果, 表明新方法更能稀疏地表示图像, 且在降噪性能上有较大的提高; 它不仅有效地克服了因频谱混叠和移变性所带来的“刮痕”现象, 而且能更好地保护图像的边缘和纹理细节信息.

关键词: Contourlet 变换; 稀疏表示; 频谱混叠; 平移不变性

中图分类号: TN919.8

文献标识码: A

文章编号: 1001-5132 (2012) 04-0029-06

图像信息千差万别却有一个明显的特性——边缘主导性. 在图像信息中, 边缘、纹理等几何细节信息是图像的主要信息所在, 也是人眼视觉最敏感的部位, 对这些信息的有效表示就是能用少量的几个变换系数就能捕捉到这些重要信息. 早期的傅里叶分析方法具有很强的频域局部化分析能力, 而不具有时域局部化分析能力; 在我们所处理的信号中大多数为非平稳信号, 而后者恰好是非平稳信号关键性质, 因此傅里叶分析方法不是最优的非平稳信号表示方法^[1-2]. 小波分析的问世为图像处理提供了有利分析工具, 它具有多分辨率性、时频局域性, 比傅里叶分析能更好地对具有一维点状奇异性的分段光滑函数进行逼近. 而自然图像呈现出的奇异特征并不仅仅是点奇异性, 往往曲线或曲面奇异性诸多, 此时小波分析在一维所具有的特性就不能推广到二维或更高维中去; 并且小波分析基函数的支撑区域是正方形的, 随着分解层数的变细, 非零小波系数将以指数形式增加, 最终会出现大量不可忽略的系数, 从而得不到对图像内容的稀疏表示; 其有限的方向选择性也不能有效捕捉到图像边缘、纹理等几何细节信息.

对于高维信号来说, 小波变换也不是一种最优或最稀疏的图像表示方法^[1-2]. 寻找一种能有效表示图像高维奇异性特征并实现对图像稀疏表示的图像处理方法成为了人们研究的热点.

由 Ingrid Daubechies、Stéphane Mallat、David Donoho、Martin Vetterli 等人提出的多尺度几何分析技术^[1-2]弥补了小波分析的不足, 其基的支撑区间为“长条形”, 满足各向异性尺度关系, 不仅具有小波分析的特性还具有多方向性和各向异性, 能对图像进行最优或最稀疏的表示. 在诸多多尺度几何分析方法中, Contourlet 变换是一种“真正”意义上的二维图像表示方法, 具有良好的多分辨率性、局域性和多方向性^[3-5]. 随着 Contourlet 变换理论的不断丰富和完善, 它逐渐在图像处理中体现出了良好的优势. 目前已有的相关 Contourlet 变换方法^[6-8]由于存在频率局域性差、频谱混叠及缺乏平移不变性等缺点, 其处理后的图像会出现伪吉布斯现象, 严重影响了图像的质量和视觉效果. 因此, 笔者提出一种既抗混叠又有平移不变性的 Contourlet 变换新方法, 并在非线性逼近性能和降噪两方面与已有相关 Contourlet 变换方法进行比较,

收稿日期: 2012-06-01.

宁波大学学报(理工版) 网址: <http://3xb.nbu.edu.cn>

基金项目: 浙江省自然科学基金(Y1111061).

第一作者: 黄小霞(1986—), 女, 湖南永州人, 在读硕士研究生, 主要研究方向: 数字图像处理. E-mail: huangxiaoxia0000@sina.com

*通讯作者: 符冉迪(1971—), 男, 浙江慈溪人, 副教授, 主要研究方向: 图像处理和模式识别. E-mail: furandi@nbu.edu.cn

以此证明新方法的有效可行性.

1 Contourlet 变换及其改进方法的频谱混叠和移变性分析

由 Do M N 和 Martin Vetterli 提出的 Contourlet 变换^[5]是一种“真正”意义上的二维图像表示方法,它具有多分辨率性、局域性和多方向性,能很好地捕捉到图像中的边缘、纹理等几何细节信息.但在 Contourlet 变换结构中,其拉普拉斯金字塔(LP)的分解和重构滤波器组采用的都是带宽大于 $\pi/2$ 的双正交“9/7”滤波器,并在分解和重构过程中对低频子带系数进行了下采样和上采样操作,根据 Nyquist 采样定律可知重构图像会出现频谱混叠现象且不具有平移不变性.频谱混叠导致 Contourlet 变换在频率域的局部化不够强,还会造成同一方向上的信息在几个不同的方向子带中同时出现,一定程度上削弱了其方向选择性;而平移不变性的缺乏会使图像在奇异点处出现严重的伪吉布斯现象.

由冯鹏等人提出的抗混叠 Contourlet 变换^[3,6]是针对 Contourlet 变换中的频谱混叠而改进的一种变换,它在多尺度分析结构上采用的不是 LP 变换,而是使用可分离的低通滤波器 $L_i(\omega)$ 和高通滤波器 $D_i(\omega)$, ($i=0,1$) 来实现多尺度分解,在方向分析上仍然采用方向滤波器组(DFB)对高频子带进行多方向分解.它虽然显著地抑制了 Contourlet 变换中的频谱混叠现象,获得了很好的频率域局部性和几何正则性,由于滤波器组中仍存在下采样和上采样操作,以致其仍不具有平移不变性,最后造成其重构后的图像在整体上还是出现了轻微的“伪影”现象.

非下采样 Contourlet 变换^[7]实现的核心是采用了不可分离的双通道非下采样滤波器组(非下采样塔式分解和非下采样方向滤波器组).非下采样塔式分解和一维非下采样小波变换(NSWT)相似,都通过 Atrous 算法来实现多尺度分解,由于采样的操作会出现混叠现象;通过非下采样方向滤波器组来实现多方向分解,由于没有下采样操作,非下采样 Contourlet 变换具有移不变性和更好的频率选择性和几何正则,但它并非是一种抗混叠的变换.双树 Contourlet 变换^[8]是用双树复小波变换来实现

多尺度分解,并与非下采样方向滤波器组相结合实现一种同样具有多分辨率性、局域性和多方向性的并且还有冗余度低和平移不变性的多尺度分析方法.双树复小波变换的低运算率使得双树 Contourlet 变换计算复杂度要高于传统 Contourlet 变换,而且它也没有解决频谱混叠问题.

2 抗混叠移不变的 Contourlet 变换构造

通过分析我们知道,目前对既抗混叠又有平移不变性的 Contourlet 变换方法的研究成效甚微,因此,笔者将在已有成果基础上提出一种既抗混叠又有平移不变性的 Contourlet 变换新方法.该方法用抗混叠塔式滤波器组来实现对图像的多尺度分解,并采用非下采样方向滤波器组(NSFDB)对高频子带进行多方向分解.该方法不仅显著抑制了频谱混叠现象,还具有了平移不变特性,能为图像提供最稀疏的表示方法,很适合表示和处理含边缘、纹理等细节信息丰富的图像.

2.1 抗混叠塔式滤波器组

在原始 Contourlet 变换中由于 LP 变换中的 2 个滤波器都不满足 Nyquist 抽样定律,使其分解后得到的低频逼近子带和高频细节子带都含有频谱混叠成分.为了消除频谱混叠,笔者使用可分离的低通滤波器 $L_i(\omega)$ 和高通滤波器 $D_i(\omega)$, ($i=0,1$) 来构造抗混叠塔式滤波器组以实现多尺度分解.其分解示意图如图 1 所示.

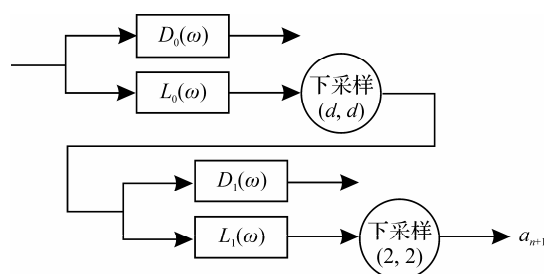


图 1 抗混叠塔式滤波器组的分解

图像最先由低通滤波器 $L_0(\omega)$ 和高通滤波器 $D_0(\omega)$ 及下采样操作被分解为低频部分和高频部分,这里使用的不是二抽取的下采样,而是使用可控的 d 抽取下采样, d 的取值可以是 1, 1.5 或 2, 不同的 d 值与滤波器参数及冗余度直接相关.在本文中 d 取 1, 即没有下采样操作.在第二级分解中使用 $L_1(\omega)$, $D_1(\omega)$ 及二抽取下采样,将第一级分解

得到的低频部分进一步分解得到低频部分和高频部分. 反复对低频部分重复第二级分解的操作就可实现对图像的多尺度分解. 为了满足多抽样理论抑制频谱混叠, 各滤波器的设计必须满足一定的关系.

首先定义一维低通滤波器, 而二维滤波器可通过一维滤波器的可分离扩展得到, 即:

$$L_i(\omega) = L_i^{2d}(\omega) = L_i^{1d}(\omega_0) \otimes L_i^{1d}(\omega_1), \quad (1)$$

设 $L_i^{1d}(\omega)$ 为一维低通滤波器, 其通带频率为 $\omega_{p,i}$, 阻带频率为 $\omega_{s,i}$, 则其定义如下^[6]:

$$L_i^{1d}(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \omega_{p,i}, \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{(|\omega| - \omega_{p,i})\pi}{\omega_{s,i} - \omega_{p,i}}, & \omega_{p,i} < |\omega| \leq \omega_{s,i}, \\ 0, & \omega_{s,i} \leq |\omega| \leq \pi, \end{cases} \quad (2)$$

其中, $|\omega| \leq \pi$, $i = 0, 1$. 要使 $L_i(\omega)$ 和 $D_i(\omega)$ 能够完全重构, 则要满足以下条件^[6]:

$$|L_0(\omega)|^2 + |D_0(\omega)|^2 = 1, \quad (3)$$

$$|L_1(\omega)|^2 + |D_1(\omega)|^2 = 1, \quad (4)$$

因此, 在知道 $L_i(\omega)$ 的情况下, 就可以根据(3)式和(4)式求得高通滤波器 $D_i(\omega)$.

抗混叠塔式滤波器组的抗混叠特性由 $\omega_{p,i}$ 和 $\omega_{s,i}$ 决定, 在本文中, 第一层分解没有下抽样操作, 因此, $L_0(\omega)$ 没有要求必须满足 Nyquist 采样定理. 而在第二层及其以后的分解层次中, 都存在二抽取操作, 为避免下采样带来的频谱混叠, 则 $\omega_{s,1} < \pi/2$. 且 $\omega_{p,i}$ 和 $\omega_{s,i}$ 还要满足以下约束条件^[6]:

$$\frac{\omega_{p0} + \omega_{s0}}{2} = \frac{\pi}{2}, \quad (5)$$

$$\frac{\omega_{p1} + \omega_{s1}}{2} = \frac{\pi}{4}.$$

此外, 为了避免抗混叠塔式滤波器组的频域支撑和进行方向滤波的 NSDFB 的频域支撑有交叠, 要求 $\omega_{s0} \leq \pi - a$, $\omega_{s1} \leq \pi - a/2$, 其中, a 是 NSDFB 混叠成分的最大宽度. 研究计算得 NSDFB 的最大过渡带宽 $a \leq \pi/3$, 因此 $\omega_{s0} \leq \pi - a = 2\pi/3$, $\omega_{s1} \leq \pi - a/2 = \pi/3$. 代入(5)式得: $\omega_{p,0} = \pi/3$, $\omega_{p,1} = \pi/6$.

2.2 非下采样方向滤波器组(NSDFB)

某种变换的一个重要特性在于当输入信号发生平移时, 它的输出是稳定的, 即有平移不变性. 平移不变性的重要性在图像的阈值降噪中得到了

很好的体现, 当缺乏平移不变性时, 会在图像的奇异性附近出现伪吉布斯现象. 在原始 Contourlet 变换的塔型滤波器组和方向滤波器组中都存在下采样和上采样的操作, 以致 Contourlet 变换缺乏平移不变性. 而笔者将采用不可分离的双通道非下采样二维滤波器组来构造 NSDFB, 实现平移不变的多方向分解.

具有扇形结构的非下采样滤波器组^[7]如图2所示, 其中, $U_0(z), U_1(z)$ 为分解滤波器, $V_0(z), V_1(z)$ 为重构滤波器.

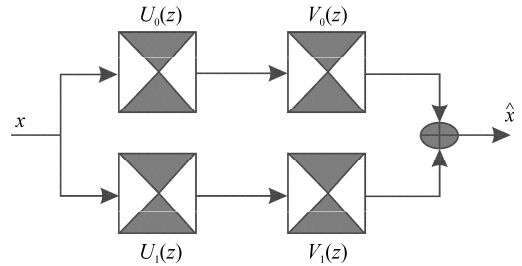


图2 扇形的非下采样滤波器组

扇形结构的滤波器克服了菱形结构的滤波器由于调制操作而造成的频谱混叠. 并且在 NSDFB 中, 利用 Noble 等效消除了原始 DFB 中的采样过程, 只使用扇形结构的非下采样滤波器组, 这样, 高频子带经过 NSDFB 的方向分解后即可得到具有平移不变性的方向子带.

由双通道扇形结构的非下采样滤波器组构成的二级 NSDFB 的分解结构^[7]如图3所示.

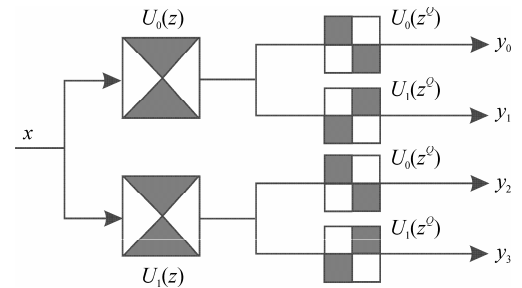


图3 二级 NSDFB 的分解结构

在第一级分解中, 通过双通道扇形滤波器组将图像分解为水平和垂直2个方向子带; 在第二级分解中, 使用的滤波器为象限滤波器, 它们是通过将第一级的扇形滤波器进行上抽样得到的. 对于分解级数 $l \geq 3$ 时, 可使用平行四边形滤波器和插值操作来完成, 这样就实现了具有平移不变性的方向分解.

将具有抗混叠的抗混叠塔式滤波器组和具有平移不变性的 NSDFB 结合起来, 就可实现一种既抗混叠又有平移不变性的 Contourlet 变换新方法, 即抗混叠移不变的 Contourlet 变换. 其分解示意图如图 4 所示.

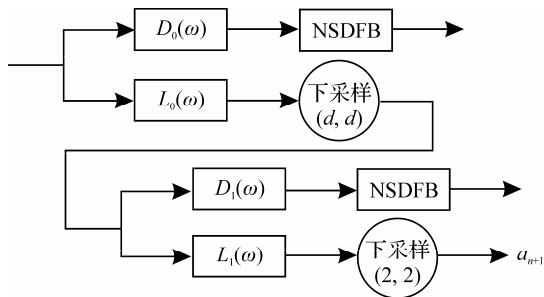


图 4 抗混叠移不变的 Contourlet 变换分解

图像经过抗混叠塔式滤波器组分解, 得到低频子带和高频子带, 其中高频子带是直接通过高通滤波器得到的, 而不像 LP 变换那样要经过下采样和相减等操作得到, 这样高频子带中就没有了频谱混叠现象; 再通过 NSDFB 对高频子带进行方向分解, 在各方向子带中也没有频谱混叠, 且没有下采样操作, 也就具有了平移不变特性.

3 实验比较分析

为了证明本文方法的优越性, 下面将从非线性逼近性能和降噪两方面进行与传统 Contourlet 变换及抗混叠 Contourlet 变换的对比实验.

3.1 非线性逼近

衡量某种变换稀疏性能的重要指标是非线性逼近. 对于给定的一幅图像 f , 其非线性逼近为:

$$\hat{f}_M = \sum_{n \in I_M} c_n \varphi_n, \quad (6)$$

式中, I_M 是对应于最大系数幅值 c_n 的 M 个向量. 非线性逼近误差为:

$$\varepsilon_n[M] = \|f - \hat{f}_M\|^2 = \sum_{n \notin I_M} |c_n|^2. \quad (7)$$

图像经某种变换后, 取 M 个最优的系数进行反变换重构图像, 如果重构误差越小(峰值信噪比(PSNR)越大), 则说明这种变换的非线性逼近性能越好, 对图像的表示就越稀疏.

在非线性逼近实验中, 我们选择大小为 512×512 的 Barbara 图像作为测试图像, 各变换都进行相同尺度的分解, 并取相同数目的 M 个重要变换系数进行重构图像. 图 5 给出了 Contourlet 变换、抗混叠 Contourlet 变换及本文方法在相同的 M 条件下的非线性逼近性能——PSNR(dB)值.

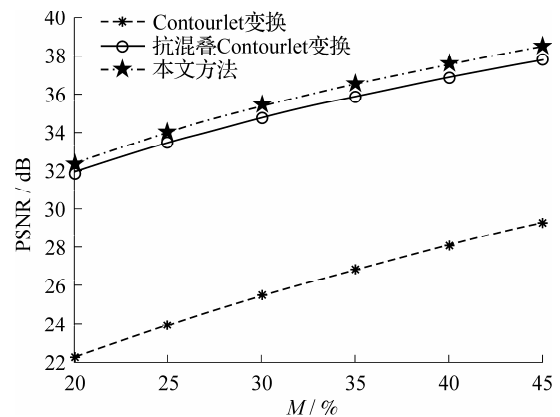


图 5 各变换方法的非线性逼近性能

从图 5 中可见, 在各种相同重要系数情形下, 本文方法重构后逼近图像的 PSNR 是最高的, 因此新方法的非线性逼近性能是最好的, 也就说明了新方法能对图像进行更加稀疏地表示.

图 6 为取相同 M 值时, 各变换方法的非线性



图 6 当 M 取 30% 重要系数时, 各变换方法的逼近图像及 PSNR(dB) 值

逼近图像(为更好地进行比较只给出了部分的图像). 从图中可以看出, 新方法在“捕捉”边缘、纹理等细节信息上比其他2种方法更优越, 图像也更清晰.

3.2 降噪

为进一步证明新方法有着比已有方法更好的实际应用意义, 我们将对加有不同方差($\sigma = 0.003, 0.006, 0.009, 0.012$)均值为零的高斯白噪声 Barbara 图像(512×512)分别进行 Contourlet 变换降噪、抗混叠 Contourlet 变换降噪及本文方法降噪实验.

笔者采取的降噪方法是硬阈值降噪, 硬阈值函数的定义为:

$$h(w_{ij}) = \begin{cases} w_{ij}, & |w_{ij}| \geq T, \\ 0, & |w_{ij}| < T, \end{cases} \quad (8)$$

式中, w_{ij} 是变换后系数, 阈值 $T = \delta_n \sqrt{2 \log N}$, δ_n 为最小尺度噪声方差, 采样中位数估计为:

$$\delta_n = \text{Median}(|W_{ij}|) / 0.6745, \quad (9)$$

式中, W_{ij} 为噪声图像第一层分解的高频系数, N 是图像的大小. 3种变换都进行3层尺度分解, 各尺度高频子带经方向分解后得到的方向子带数分别为 2, 4, 8. 实验具体步骤如下:

- (1) 对噪声图像 $f(x, y)$ 做变换, 得到各尺度各方向上的变换系数 w_{ij} ;
- (2) 对变换系数 w_{ij} 进行硬阈值降噪处理, 得到降噪后的变换系数 $\tilde{w}_{ij}$;
- (3) 利用 $\tilde{w}_{ij}$ 进行反变换, 得到最终降噪后的图像 $\tilde{f}(x, y)$.

表1为3种变换方法在不同噪声方差下的降噪 PSNR 值. 从表1中可见, 在各级噪声下, 抗混叠 Contourlet 变换降噪后的 PSNR 值均大于 Contourlet 变换降噪, 这说明 LP 变换中存在的频谱混叠是影

响 Contourlet 变换降噪性能的一个主要原因; 笔者提出的抗混叠移不变 Contourlet 变换既继承了抗混叠 Contourlet 变换的抗混叠性能又具有平移不变性, 因此新方法降噪后的 PSNR 值要比抗混叠 Contourlet 变换降噪平均高 0.65 dB.

表1 3种变换方法的图像降噪 PSNR 值比较

噪声方差 σ	噪声图像/dB	Contourlet 变换降噪/dB	抗混叠 Contourlet 变换降噪/dB	本文方法降噪/dB
0.003	25.19	25.13	27.38	27.86
0.006	22.25	25.02	27.23	27.78
0.009	20.56	24.86	27.13	27.74
0.012	19.34	24.62	26.59	27.57

图7为当 $\sigma = 0.009$ 时各变换方法对 Barbar 图像(512×512)的降噪效果. 从图中可见, 新方法在图像边缘和纹理细节保持上明显优于 Contourlet 变换和抗混叠 Contourlet 变换. Contourlet 变换由于具有频谱混叠和移变性的缺点, 降噪后图像出现了很严重的伪吉布斯现象, 且图像边缘、纹理等细节信息很模糊; 抗混叠 Contourlet 变换有效抑制了频谱混叠现象, 得到了比 Contourlet 变换要好的降噪效果, 但由于缺乏平移不变性, 图像整体上还是出现了轻微的“划痕”现象; 本文方法既抗混叠又有平移不变性, 有效地抑制了“划痕”现象, 较好地保留了图像中的边缘和纹理细节信息, 给人更好的视觉效果.

为测试新方法的计算效率, 笔者在 Intel Core i3 2.53 GHz 的笔记本电脑上, 对大小为 512×512 的 Barbara 图像进行硬阈值降噪的对比实验. 实验结果显示, Contourlet 变换、抗混叠 Contourlet 变换及本文方法所用时间分别为 9.64 s, 12.89 s, 48.32 s. 可以看出, 新方法的计算效率低于其他2种方法,



(a) Contourlet 变换降噪结果

(b) 抗混叠 Contourlet 变换降噪结果

(c) 本文方法降噪结果

图7 当噪声方差为 $\sigma = 0.009$ 时, 3种方法的降噪效果

这主要是由于新方法采用了非下采样方向滤波器组,使冗余度大大增加,增加了算法的时间和空间复杂度。因此,下一步的研究方向可以借鉴双树复小波变换的滤波器结构,构造具有低冗余度、平移不变的双树结构方向滤波器组来降低变换的冗余度,从而提高计算效率。

4 结语

在分析 Contourlet 变换及其相关改进方法存在问题的基础上,结合抗混叠塔式滤波器组和非下采样方向滤波器组,实现了一种既抗混叠又有平移不变性的 Contourlet 变换新方法,并从非线性逼近性能和降噪两方面说明了新方法的优越性及可行性。实验结果表明,所提出的新方法不仅较现有方法可更加稀疏地表示纹理细节丰富的图像,而且其良好的抗混叠特性及平移不变性也有效地抑制了伪吉布斯现象,同时能较好地保留了图像中的边缘和纹理细节信息,从而给人更好的视觉效果。当然,新方法在获得更好的实际应用效果的同时,也存在计算效率低于其他两种方法的局限。因此,提高新方法的计算效率是下一步研究工作的重点。

参考文献:

- [1] 焦李成, 谭山. 图像的多尺度几何分析: 回顾和展望[J]. 电子学报, 2003, 31(12A):1975-1981.
- [2] 段贵多, 李建平, 黄添喜. 图像的多尺度几何分析概述[J]. 计算机应用研究, 2007, 24(10):9-14.
- [3] 冯鹏, 魏彪, 米德伶. 抗混叠塔型变换的构造[J]. 电子学报, 2009, 37(11):2510-2514.
- [4] 易文娟, 郁梅, 蒋刚毅. Contourlet 一种有效的方向多尺度分析方法[J]. 计算机应用研究, 2006(9):18-22.
- [5] Do M N, Vetterli M. The contourlet transform: An efficient directional multiresolution image representation[J]. IEEE Trans Image Proc, 2005, 14(12):2091-2106.
- [6] Lu Y, Do M N. A new contourlet transform with frequency localization[J]. IEEE Trans Image Proc, 2002, 11(10):1629-1932.
- [7] Cunha A L, Zhou J, Do M N. The nonsubsample Contourlet transform: Theory, design and application[J]. IEEE Trans Image Proc, 2006, 18(10):2269-2278.
- [8] Nguyen T T, Orantara S. The shiftable complex directional pyramid-part I: Theoretical Aspects[J]. IEEE Trans, 2008, 56(10):4651-4660.
- [9] 陈建军, 田逢春, 李灿. 基于 NSCT 阈值和自适应扩散的图像降噪[J]. 计算机工程, 2011, 37(12): 204-205.
- [10] 王军. 一种改进的小波阈值高斯噪声图像降噪方法[J]. 计算机仿真, 2011, 28(2):295-299.

A Contourlet Transform with Anti-aliasing and Shift-invariance

HUANG Xiao-xia, FU Ran-di*, SHI Da-wei, FAN Ya-hui

(Faculty of Information Science and Technology, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: The traditional contourlet transform and its improved methods have been identified with some drawbacks such as spectral aliasing or shift-invariance. The processed image by these methods will appear pseudo-Gibbs phenomena, which pose adverse impacts on the quality of the image. In this paper, a modified method is proposed to overcome these two major drawbacks, which adopts contourlet transform with anti-aliasing and shift-invariance. The new method is constructed as a combination of the anti-aliasing pyramid filter bank and the nonsubsampled directional filter bank. Through comparing the nonlinear approximation performance and the denoising effect with the related contourlet transform methods, it is found that the proposed method has better sparse performance and greatly improved denoising effect. In addition, it efficiently overcomes the “scratches” phenomena caused by spectrum aliasing and shift-invariance, and has better ability to protect image’s edges and texture details.

Key words: contourlet transform; sparse representation; spectrum aliasing; shift-invariance

(责任编辑 章践立)