

基于变分法的经济演化路径的最优化分析

康梅娟, 张 锡

(宁波大学 商学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 为研究在新常态下经济的可持续发展模式, 文中引入希克斯中性技术进步生产函数以模拟最优的可持续增长路径; 并基于固定端点利用变分法研究使整个社会效用最大化的技术进步、资本、劳动的最优运动路径, 得出分别为时间的三次、二次、一次函数。实证过程中, 利用误差修正模型拟合发现, 我国 20 世纪 90 年代后经济发展轨迹与得出的最优路径极为相似, 社会总产出与技术、资本、劳动存在协整关系, 误差修正项系数显著非零, 符号为负; 同时也表明技术进步对经济可持续增长作用显著, 鼓励和支持技术创新才是维持经济平稳快速发展的关键。

关键词: 索罗-斯旺模型; 变分法; 经济增长路径

中图分类号: F224.0

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2016) 02-0122-06

过去多年来, 我国经济总量曾长期以两位数的增长速度不断增长, 但近几年的增长速度却在逐步放缓, 2015 年第三季度 GDP 增长速度跌破 7% 便是例证^[1-3]。由于劳动、资本、技术三大生产要素对经济增长有着显著影响, 而目前的情况是劳动要素和资本在短时间内基本保持不变, 唯有技术突破才能对经济的可持续增长起到重要作用。因此, 应该调整宏观经济, 优化产业布局, 保持经济稳定发展, 并在此基础上最优化各种生产要素投入, 以寻求在经济发展速度放缓的大环境下经济的最优发展路径^[4-5]。

1 基于变分法的社会效用最大化模型研究

在本文的模型框架内, 经济增长源自人口增长、资本增长和技术进步。中国的实际情况是由于前期的计划生育政策造成近年来人口增长率较低, 尽管国家在资源方面持续拓宽外贸渠道以维持经济的高速增长, 但资源稀缺性仍然是我国经济健康持续稳步发展的一大瓶颈。所以要使得经济在最大程度上不断增长, 只有最优化利用社会上一切可获得的资源, 不断进行资本积累, 增加劳动力, 发展科学技术。在经济增长的三要素对社会总产

出增长和促进经济转型升级的作用中, 技术进步因素至关重要。

假设在有限个生产者中, 生产者完全同质, 且利润最大化是生产者的唯一目的, 从而可找出一个代表性厂商代表整个社会的总产出。如果一个经济社会在任何时候的社会福利都源自于消费产生的效用, 则社会管理者的目标是在有限资源的情况下, 不断调整生产中投入的生产要素, 使消费对社会个体的效用最大化。文中利用动态最优化方法来推导技术、资本、劳动力对产出增加从而影响消费效用的关键路径, 模型推理部分主要参考了文献[3-7]的相关研究。

1.1 符号意义及变分模型

一个经济体的福利来自于消费效用, 而消费量是总产出中未储蓄(投资)的量。则假设生产函数关系 $Q = Q(A, K, L)$, 除去投资, 消费 C 为:

$$C = Q(A, K, L) - I = Q(A, K, L) - K', \quad (1)$$

其中, Q 为社会总产出; A 为技术变量; K 和 L 分别为资本和劳动要素; $I = K'$ 表示净投资。则整个社会的效用函数 U 可表示为 $U(C) = U(Q(A, K, L) - K')$, 因此在时期 $[0, T]$ 上的效用总和最大, 可得:

$$W(\Psi) = \int_0^T U[Q(t, A, L, K, A', L', K') - K'] dt,$$

$$\Psi^T = A(t), L(t), K(t),$$

$$A(t), L(t), K(t) \in C^n([0, T]; \Omega), \quad (2)$$

需注意的是(2)式是泛函积分. 由于 C 是 $(0, t)$ 内所有具有 n 阶连续导数函数组成的函数空间, 因此此时所要处理的则是一个泛函变分问题. $A(t), L(t), K(t)$ 运动的左右端点分别为:

$$\begin{cases} A(0) = 0, A(T) = A_T, \\ K(0) = 0, K(T) = K_T, \\ L(0) = 0, L(T) = L_T. \end{cases} \quad (3)$$

于是在左右端点确定的情况下, 问题变为:

$$\begin{aligned} \max_{\Psi^T} W(\Psi) &= \int_0^T U[Q(t, A, L, K, A', L', K') - K'] dt, \\ \Psi^T &= (A(t), L(t), K(t)), \end{aligned} \quad (4)$$

而这是依赖于多个一元函数泛函的变分问题, 使

$$\begin{aligned} J[y_1(x), y_2(x), y_3(x)] &= \int_{x_0}^{x_1} F(x, y_1, y_2, y_3, \\ &\quad y_1', y_2', y_3') dx. \end{aligned} \quad (5)$$

取得极值且满足如下固定边界条件:

$$\begin{cases} y_1(x_0) = y_{10}, y_1(x_1) = y_{11}, \\ y_2(x_0) = y_{20}, y_2(x_1) = y_{21}, \\ y_3(x_0) = y_{30}, y_3(x_1) = y_{31}, \end{cases}$$

则所求曲线必满足如下欧拉-拉格朗日方程组:

$$\begin{cases} \frac{\partial F(\bullet)}{\partial y_1} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y_1'} \right) = 0, \\ \frac{\partial F(\bullet)}{\partial y_2} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y_2'} \right) = 0, \\ \frac{\partial F(\bullet)}{\partial y_3} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y_3'} \right) = 0. \end{cases} \quad (6)$$

理论上, 由微分方程组和端点条件便可得到 $y_1(x), y_2(x), y_3(x)$ 的表达式. 用欧拉方程求解泛函极值问题的方法称为泛函间接方法, 该方法一般适用于泛函对应的微分方程, 易于求出解析解的情况. 然而, 由于本文采用变分法建立的模型所得目标泛函经常出现欧拉方程(方程组)解析解不存在或者很难求出解析解的情况, 因此需采用泛函直接方法. 此时, (5)式可表示为:

$$\begin{cases} U' \frac{\partial Q}{\partial A} - \frac{d}{dt} \left(U' \frac{\partial Q}{\partial A'} \right) = 0, \\ U' \frac{\partial Q}{\partial K} - \frac{d}{dt} \left(U' \frac{\partial Q}{\partial K'} - 1 \right) = 0, \\ U' \frac{\partial Q}{\partial L} - \frac{d}{dt} \left(U' \frac{\partial Q}{\partial L'} \right) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

1.2 定量研究分析

由于所用效用函数和生产函数都是抽象的, 而要求 $A(t), L(t), K(t)$ 需采用具体形式, 因此必须对 U 和 Q 具体化. 为简化研究, 假设经济体的物质消费越多, 其效用越大, 此时效用便是消费的增函数, 则设线性函数如下:

$$U(c) = a_0 c - b_0, 0 < a_0 < 1, b_0 > 0, \quad (8)$$

即当消费为零时, 效用为负数. 将时期 $[0, T]$ 分为短期和长期两种情况研究, 并假设在短期内只有劳动力 L 为可变生产要素, A 和 K 均为不变生产要素, 且投资 I 为零, 而长期内的所有生产要素均可变.

1.2.1 短期情况

在短期情况下, 假定可变生产要素只有劳动力, 并假设生产函数关系为 $Q = \alpha_1 + \alpha_2 L + \alpha_3 L^2$, 其中, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 为已知常数, 即劳动力投入量和劳动力投入变化率直接影响总产出, 则目标泛函为:

$$\int_0^T [a_0(\alpha_1 + \alpha_2 L + \alpha_3 L^2) - b_0] dt, \quad (9)$$

此时的欧拉-拉格朗日方程为:

$$a_0 \alpha_2 - 2a_0 \alpha_3 d^2 L / dt^2 = 0.$$

解此二阶常微分方程可得:

$$L = \alpha_2 t^2 / (4\alpha_3) + c_0 t + c_1,$$

再由临界条件 $L(0) = 0, L(T) = L_T$ 可求得 c_0, c_1 :

$$\begin{cases} c_1 = 0 \\ c_0 = (4\alpha_3 L_T - \alpha_2 T^2) / (4\alpha_3 T) \end{cases} \Rightarrow L(t) = \alpha_2 t^2 / (4\alpha_3) + (4\alpha_3 L_T - \alpha_2 T^2) t / (4\alpha_3 T). \quad (10)$$

从(8)式可见, 文中考虑的都是从 0 到 T 整个期间内的效用总和, 但如果目标变为从 0 到 T 整个期间内的效用贴现总和, 则 A, K, L 随时间 t 变化的最优路径为:

$$\int_0^T [a_0(\alpha_1 + \alpha_2 L + \alpha_3 L^2) - b_0] e^{-\rho t} dt, \quad (11)$$

式中, ρ 为既定贴现率. 此时的欧拉-拉格朗日方程为:

$$-2\alpha_3 d^2 L / dt^2 + 2\alpha_3 \rho dL / dt + \alpha_2 = 0$$

由临界条件 $L(0) = 0, L(T) = L_T$ 可解此二阶常微分方程为:

$$\begin{aligned} L(t) &= \frac{\alpha_2 T / 2 + \rho \alpha_3 L_T}{\alpha_3 \rho (e^{\rho T} - 1)} e^{\rho t} - \frac{\alpha_2}{2\alpha_3 \rho} t - \\ &\quad \frac{\alpha_2 T / 2 + \rho \alpha_3 L_T}{\alpha_3 \rho (e^{\rho T} - 1)}. \end{aligned} \quad (12)$$

对比(10)式和(11)式子可见,在2种不同的优化目的下,劳动随时间的动态变化路径截然不同.

1.2.2 长期情况

在长期情况中,劳动力、资本、技术都可随时间运动变化,并影响总产出.假设此时的生产函数为:

$$Q = a_1 L^2 + a_2 L + b_1 A^2 + b_2 A + c_1 K^2 + c_2 K + dAK, \quad (13)$$

目标泛函为:

$$\int_0^T \{a_0[(a_1 L^2 + a_2 L + b_1 A^2 + b_2 A + c_1 K^2 + c_2 K + dAK) - K'] - b_0\} dt.$$

左右端点情况参见(3)式,此时欧拉-拉格朗日方程组为:

$$\frac{d^2 K}{dt^2} = \frac{c_2}{2c_1} + \frac{d}{2c_1} A, \quad (14a)$$

$$\frac{d^2 A}{dt^2} = \frac{b_2}{2b_1} + \frac{d}{2b_1} K, \quad (14b)$$

$$\frac{d^2 L}{dt^2} = \frac{a_2}{2a_1}. \quad (14c)$$

求解该微分方程(14c)式,可得:

$$L(t) = \frac{a_2}{4a_1} t^2 + \frac{4L_T a_1 - a_2 T^2}{4a_1 T} t.$$

将(14b)式微分方程左右两端求二次导数代入(14a)式,并结合固定边界条件可得(文中所有符号运算均用 MATLAB 软件计算):

$$\begin{aligned} A(t) &= c_{20} e^{-t\#4} - c_2 / d + c_{19} e^{-t\#4i} - e^{t\#4i} (c_2 + dA_T - c_2 e^{T\#4} + c_{19} d e^{T\#4} + c_{20} d e^{T\#4} - \#3 - \#2) / \#1 + \\ &e^{t\#4} (c_2 + dA_T - c_2 e^{T\#4i} - \#3 - \#2 + c_{19} d e^{T\#4i} + c_{20} d e^{T\#4i}) / \#1, \\ \#1 &= d(e^{T\#4} - e^{T\#4i}), \#2 = C_{19} d e^{-T\#4i}, \\ \#3 &= C_{20} d e^{-T\#4}, \#4 = \sqrt[4]{d^2 / (4b_1 c_1)}, i^2 = -1. \end{aligned}$$

同理,将(14a)式的求二次导数代入(14b)式,并结合固定边界条件可得到:

$$\begin{aligned} K(t) &= c_{34} e^{-t\#4} - b_2 / d + c_{33} e^{-t\#4i} - e^{t\#4i} (b_2 + dK_T - b_2 e^{T\#4} + c_{33} d e^{T\#4} + c_{34} d e^{T\#4} - \#3 - \#2) / \#1 + e^{t\#4} (b_2 + dK_T - b_2 e^{T\#4i} - \#3 - \#2 + c_{33} d e^{T\#4i} + c_{34} d e^{T\#4i}) / \#1, \\ \#1 &= d(e^{T\#4} - e^{T\#4i}), \#2 = C_{33} d e^{-T\#4i}, \\ \#3 &= C_{34} d e^{-T\#4}, \#4 = \sqrt[4]{d^2 / (4b_1 c_1)}, i^2 = -1. \end{aligned}$$

尽管欧拉方程求得的解析解在数学上很完美,

但由于虚数的存在使得解的经济意义很模糊,为便于政策分析,有必要用泛函直接方法求出数值解.笔者在此采用里茨法^[11],该方法涉及函数空间概念,即所要求的极值曲线必在此函数空间中,则极值曲线可用该空间的基函数(坐标)来表示.里茨法基本思想是选定线性无关的函数序列的线性组合去逼近变分问题的极值曲线.设 n 个函数 $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x)$ 线性无关,且满足线性泛函:

$$J[y] = (Ty, y) - 2(f, y), \quad (15)$$

式中, T 为线性微分算子的边界条件.设 $\varphi_k(x)$ ($k=1, 2, \dots, n$) 的线性组合为:

$$y_n = \sum_{k=1}^n \beta_k \varphi_k(x), \quad (16)$$

式中, β_k 为待定常数, $\varphi_k(x)$ ($k=1, 2, \dots, n$) 是取自完备函数系的一组线性无关函数(基函数或坐标函数),将(16)式代入(15)式,由于 T 的线性关系,则

$$J[y_n] = \sum_{i,j=1}^n \beta_i \beta_j (T\varphi_i, \varphi_j) - 2 \sum_{i=1}^n \beta_i (f, \varphi_i), \quad (17)$$

此时,泛函 $J[y_n]$ 是自变量 β_i ($i=1, 2, \dots, n$) 和 β_j ($j=1, 2, \dots, n$) 的函数,令 $J[y_n]$ 取得极值,则

$$\frac{\partial J}{\partial \beta_1} = 0, \frac{\partial J}{\partial \beta_2} = 0, \dots, \frac{\partial J}{\partial \beta_n} = 0, \quad (18)$$

从而可确定 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$, 并得到变分问题近似解:

$$y_n = \sum_{k=1}^n \beta_k \varphi_k(x),$$

该解称为(15)式的第 n 次近似解.

对于泛函而言,

$$\int_0^T \{a_0[(a_1 L^2 + a_2 L + b_1 A^2 + b_2 A + c_1 K^2 + c_2 K + dAK) - K'] - b_0\} dt, \quad (19)$$

在左右端点固定情况下,取 $A(t), K(t), L(t)$ 坐标函数 $\varphi(t), \psi(t), \omega(t)$ 分别为:

$$\begin{aligned} \varphi_1(t) &= t^3 + (A_T - T^3 / T)t, \\ \varphi_2(t) &= t^2 + (K_T - T^2 / T)t, \\ \varphi_3(t) &= (L_T / T)t, \end{aligned}$$

则:

$$\begin{aligned} A(t) &= l_1 \varphi_1(t) = l_1 [t^3 + ((A_T - T^3) / T)t], \\ K(t) &= l_2 \varphi_2(t) = l_2 [t^2 + ((K_T - T^2) / T)t], \\ L(t) &= l_3 \varphi_3(t) = l_3 (L_T / T)t. \end{aligned} \quad (20)$$

以及,

$$\begin{aligned} A' &= l_1 [3t^2 + (A_T - T^3) / T], \\ K' &= l_2 [2t + (K_T - T^2) / T], \end{aligned}$$

$$\dot{L} = l_3(L_T / T). \quad (21)$$

将(20)式和(21)式代入(18)式,并利用(18)式计算可得:

$$l_1 = 10T^2\xi_1 / \zeta,$$

式中,

$$\begin{aligned} \xi_1 = & -24c_2dK_T^2T^5 + 48dK_T^2T^4 + 180b_2c_1K_T^2T^3 + \\ & 60A_Tc_2dK_T^2T^2 - 120TA_TdK_T^2 - 360A_Tb_2c_1K_T^2 + \\ & 17dc_2K_T^2T^7 - 18dK_T^2T^6 - 35c_2A_TdK_T^2T^4 + \\ & 30A_TdK_T^2T^3 - 3c_2dT^9 + 60b_2c_1T^7 + \\ & 5A_Tc_2dT^6 - 120b_2c_1A_TT^4, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta_1 = & (-400A_T^2K_T^2T^4d^2 + 14400b_1c_1A_T^2K_T^2 + 200 \cdot \\ & A_T^2K_T^2T^6d^2 - 25A_T^2T^8d^2 + 4800b_1c_1A_T^2T^4 + \\ & 320A_TK_T^2T^7d^2 - 200A_TK_T^2T^9d^2 + 30 \cdot \\ & d^2A_TT^{11} - 64d^2K_T^2T^{10} + 11520b_1c_1K_T^2T^6 + \\ & 48K_T^2T^{12}d^2 - 9T^{14}d^2 + 3840b_1c_1T^{10}). \end{aligned}$$

$$l_2 = 15T\xi_2 / \zeta_2,$$

式中,

$$\begin{aligned} \xi_2 = & 480b_1A_T^2K_T + 384K_Tb_1T^6 + 64b_1c_2T^9 - 3b_2 \cdot \\ & dT^{11} + 11db_2T^8A_T - 192b_1c_2K_TT^7 + 8db_2 \cdot \\ & K_TT^9 + 80b_1c_2A_T^2T^3 - 10A_Tb_2dT^5 - 240A_T^2 \cdot \\ & b_1c_2TK_TA_T^2 - 36b_2dA_TK_TT^6 + 40b_2dA_T^2K_TT^3, \\ \zeta_2 = & -400A_T^2K_T^2T^4d^2 + 14400b_1c_1A_T^2K_T^2 + 200A_T^2 \cdot \\ & 25A_T^2T^8d^2 + 4800b_1c_1A_T^2T^4 + 320d^2A_T \cdot \\ & K_T^2T^7 - 200A_TK_T^2T^9d^2 + 30A_TT^{11}d^2 - \\ & 64K_T^2d^2T^{10} + 11520b_1c_1K_T^2T^6 + 48K_TT^{12} \cdot \\ & d^2 - 9T^{14}d^2 + 3840b_1c_1T^{10}. \end{aligned}$$

$$l_3 = -a_2T^2 / 4a_1L_T.$$

分别将以上 l_1, l_2, l_3 代入 $A(t), K(t), L(t)$ 表达式中,可得到使社会效用最大化的技术、资本、劳动力的最优运动路径如下:

$$\begin{aligned} A(t) = & (10T^2\xi_1 / \zeta_1)[t^3 + ((A_T - T^3) / T)t], \\ K(t) = & (15T\xi_2 / \zeta_2)[t^2 + ((K_T - T^2) / T)t], \quad (22) \\ L(t) = & -(a_2T^2 / 4a_1L_T)(L_T / T)t. \end{aligned}$$

2 基于时间序列数据的实证验证

笔者研究目的重在探究在社会经济体中,假设存在(8)式那样的线性效用函数,则该社会的管理者如何在某个固定时期内,在时间变化的同时,调整生产要素 L 、 K 、 A 的投入,并将产出用于社会各单位消费,从而使得整个社会的社会福利最

大化.在一系列假定条件下,从理论上笔者得到了(22)式那样的最优运动路径.以下根据中国的相关实际数据对我国实际产出,生产要素投入量的运动轨迹进行实证分析.

2.1 变量数据

生产要素投入为劳动、资本和技术,考虑到数据的可获得性,用实际就业人数来测度 t 时刻劳动力的投入量 $L(t)$,用国内发明专利授权数量来测度技术进步 $A(t)$,用全社会固定资产投资总额 $K(t)$ 来测度资本投入量(数据来源于EPS数据平台(www.epsnet.com.cn)),分别对劳动投入量、技术进步、资本投入量进行数值拟合分析.通过散点图观察各要素时间序列图形并进行多次数值拟合分析发现,劳动投入量的一次线性拟合、技术进步的三次线性拟合和资本投入量的二次线性拟合能使拟合误差最小.各个生产投入要素的拟合近似表达式分别如下.

劳动投入拟合公式:

$$L(t) = 469.08t - 866495.56,$$

技术进步拟合公式:

$$A(t) = 2.19t^3 - 6.56 \times 10^3 t^2 + 8.74 \times 10^9,$$

资本投入拟合公式:

$$K(t) = 2.02 \times 10^3 t^2 - 8.08 \times 10^6 t + 8.08 \times 10^9.$$

由上可知,在笔者选取的研究样本中,技术、资本、劳动基本是沿着文中理论模型导出的投入产出最优路径(22)式进行运动,这也正是我国经济持续高速增长的原因之一.

2.2 计量回归分析

在进行计量回归前,为避免出现伪回归现象,需要分析变量间的平稳性,因此用EViews 7软件进行数据的平稳性检验和协整检验.

2.2.1 平稳性分析

变量的平稳性分析数据见表1.

表1 变量平稳性分析

变量	ADF 检验值	1%临界 值	5%临界 值	10%临 界值	P 值	显著性
GDP	0.61	-2.74	-1.97	-1.60	0.84	N-Sginif
A	8.20	-2.71	-1.96	-1.61	1.00	N-Sginif
K	1.15	-2.74	-1.97	-1.60	0.93	N-Sginif
L	0.42	-2.72	-1.96	-1.61	0.80	N-Sginif

注: N-Sginif 为非平稳.

2.2.2 协整分析

本质上,协整检验是协整回归方程残差的单位根检验.用麦金农临界值表进行分析^[12],文中采集的是1995~2012年间数据,样本容量为28.设定协整回归方程为:

$$GDP_t = \beta_0 + \beta_1 A_t + \beta_2 K_t + \beta_3 L_t + u_t. \quad (23)$$

协整回归方程实证结果见表2.由表3可知,协整回归方程的残差在5%的显著性水平上是平稳的,即GDP、A、K和L之间存在协整关系.

表2 协整方程估计结果

变量	系数	标准误	T值	P值	显著性
A	1.5	0.41	3.66	0.001 2	Signif ¹⁾
K	1.30	0.23	5.78	0.000 0	Signif ¹⁾
L	9.04	1.93	4.68	0.000 4	Signif ¹⁾
常数	-585 999.40	138 491.9	-4.23	0.000 8	Signif ¹⁾

注:1)表示1%的显著性水平,下同.

表3 麦金农临界值表

变量	ADF 检验值	1%临界值	5%临界值	10%临界值	显著性
$\hat{u}_t$	-3.99	-5.34	-3.86	-2.89	Signif ¹⁾

注:残差 $\hat{u}_t$ 是(23)式中 u_t 的估计值.

2.2.3 协整与误差修正机制(ECM)^[13]

以上分析已证明了国内生产总值与技术进步、劳动投入和资本之间存在协整关系,即变量之间有一种长期或者均衡的关系,但在短期中则有可能产生偏离均衡的情况.将(23)式中的残差 u_t 视作均衡误差,现考虑如下模型:

$$\Delta GDP_t = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta A_t + \alpha_2 \Delta K_t + \alpha_3 \Delta L_t + \alpha_4 u_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (24)$$

式中, u_{t-1} 即为ECM(误差修正项).(24)式的实证结果见表4.由表4可见,在误差修正模型中尽管有不显著项的存在,但是误差修正项 $ECM(u_{t-1})$ 的系数为负数,这正符合笔者的预期.因为当ECM项大于零时,这意味着GDP太高而偏离均衡,而误差修正项系数为负数,使得两者之积为负数,从而在下一期将前一期因太高而偏离均衡的GDP拉低,向均衡方向靠近,反之则相反^[11-12].

3 结论

中国经济长期保持两位数的增长速度已成为过去,目前经济正处于经济发展速度的换挡期,将

表4 误差修正模型

变量	系数	标准误	T值	P值	显著性
常数项	21 061.19	7 521.85	2.80	0.29	N-Sginif
ΔA	0.08	0.04	2.24	0.05	Signif ²⁾
ΔK	0.74	0.31	2.37	0.03	Signif ²⁾
ΔL	-20.37	22.58	-0.90	0.38	N-Sginif
u_{t-1}	-0.93	0.32	-2.92	0.01	Signif ¹⁾

注:2)表示5%的显著性水平.

$$\Delta \hat{GDP}_t = 21\,061.19 + 0.08\Delta A_t + 0.74\Delta K_t - 20.37\Delta L_t - 0.93ECM_{t-1}. \quad (25)$$

有可能在未来的一段时间内处于中低速增长阶段.文中重点分析了如何调整生产要素投入,使得社会经济沿着最优路径发展.在理论模型中假设存在代表社会整体的效用函数,社会在一定时期内的社会福利最大化定义为消费效用总和最大.基于此,在设定具体的效用函数和总产出函数后,使用变分法推导出了(22)式所示的生产要素投入的最优运动轨迹.数据拟合发现20世纪90年代后,中国经济发展中的生产要素投入量的变化高度契合模型导出的结果.在实证分析中,(23)式的协整回归方程发现在5%的显著性水平下方程的残差不存在单位根,证实了以GDP度量的总产出和技术进步以及资本和劳动力之间存在协整关系.误差修正模型(24)式实证了修正项系数为负且显著非零修正,这也说明了以GDP度量的总产出和技术进步、资本和劳动力之间的长期均衡关系.

4 政策建议

在新的全球经济大背景下,政府对生产要素的投入需要沿着最优路径运动,持续为科学技术创新提供制度支持、政策支持、资金支持,争做创新强国.政府作为国家经济发展的主导力量,可从以下几方面着手:首先受过高等教育的人才是一线的主力军,所以应重点建设高等教育,研究型高校注重理论研究,高职高专院校侧重技术培养,两者应相互促进,协调发展.其次,民间资本具有巨大创新发展潜力,政府可制定政策鼓励和支持民间资本进入科技创新领域.最后,在资金支持方面,对于初创型的科技企业而言,政府应鼓励银行等金融机构提供信贷支持.以科技支撑经济,中国经济能够在全球经济低迷的背景下持续健

康向前发展.

参考文献:

- [1] 华民. 中国经济新常态之我见[J]. 上海金融, 2015(1): 7-8.
- [2] 李锋. 中国经济进入新常态面临的挑战与对策[J]. 中国经贸导刊, 2015(21):23-25.
- [3] 陈卫东. 对中国经济进入新常态时期若干问题的思考[J]. 国际金融, 2015(1):3-8.
- [4] 李勇, 魏婕. 所有制结构、技术选择与产业结构变迁[J]. 经济评论, 2015(1):40-53.
- [5] 朱永彬, 王铮. 经济平稳增长下基于研发投入的减排控制研究[J]. 科学学研究, 2013(4):554-559.
- [6] 刘卫华. 中国经济增长路径的选择与实证分析[J]. 统计与决策, 2014(5):125-127.
- [7] 张华, 魏晓平. 能源替代与内生经济增长路径研究[J]. 北京理工大学学报(社会科学版), 2014(4):42-49.
- [8] 赵志君. 收入分配与社会福利函数[J]. 数量经济技术经济研究, 2011(9):61-74.
- [9] 王弟海. 宏观经济学数理模型基础[M]. 上海: 上海格致出版社, 2011:6-8.
- [10] 蒋中一. 动态最优化基础[M]. 北京: 商务印书馆, 1999:18-21.
- [11] 老大中. 变分法基础[M]. 北京: 国防工业出版社, 2015:70-73.
- [12] 张晓峒. 应用数量经济学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2009:360-362.
- [13] ENGLE R F, GRANGER C W J. Co-integration and error correction: Representation, estimation and testing[J]. Econometrica, 1987, 55(2):251-276.
- [14] 达摩达尔 古扎拉帝. 计量经济学基础[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2011:122-130.
- [15] 威廉 H 格林. 计量经济分析[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2011:350-366.

Analysis: Economic Evolution Path Optimization Based on Variational Method

KANG Mei-juan, ZHANG Xi

(The Business School, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: In order to study sustainable economic development model under the new normal situation, the author first analyzes the contribution of technological progress to the economic growth with the assumption of Hicks neutral technical progress. The study uses the variational method to calculate the optimal evolving path of technological progress, capital and workforce, and further finds whether they are cubic, quadratic and linear separately. In the empirical analysis, using error correction model it is found that China's economic development pattern is closely fitting to the optimal path that is obtained, and also found is that there exists cointegration relationship between GDP, capital and workforce. The coefficient of ECM is significantly nonzero, and the value is negative. Empirical analysis also shows that technological progress has an especially significant effect on the sustainable economic growth. Encouraging and supporting the technical innovation is the key to maintaining steady and rapid economic development.

Key words: Solow-Swan model; variational method; economic growth path

(责任编辑 章践立)