

基于 Duhem 模型和逆模型的压电执行器精密定位及控制

孙 涛, 李国平*, 孙浩益

(宁波大学 机械工程与力学学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 为提高压电执行器的定位精度, 研究了压电执行器的 Duhem 模型及逆模型, 并对传统的 Duhem 模型进行改进, 将原有的模型分为上下 2 个半环, 分别进行建模. 然后采用样条曲线插值和神经网络对 Duhem 模型参数进行辨识, 利用辨识结果建立压电执行器的 Duhem 模型及逆模型, 并利用 PI 逆模型作为 PID 反馈控制的前馈环节进行复合控制, 提高压电执行器的定位精度. 结果表明: 该模型在变幅三角波电压下的输出绝对平均误差为 $0.0810\ \mu\text{m}$, 复合控制下的输出绝对平均误差为 $0.0539\ \mu\text{m}$, 能有效地提高压电执行器的定位精度.

关键词: Duhem 模型; Duhem 逆模型; 样条曲线; 神经网络; 复合控制

中图分类号: TM282

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2017) 01-0013-05

压电陶瓷具有定位精度高、驱动力大、响应速度快等优点, 是目前微位移技术中比较理想的驱动元件, 在振动主动控制、高精度非圆切削系统以及机器人位移调节等精密工程领域具有广泛的应用前景. 但是压电执行器的输入电压和输出位移之间呈现明显的非线性和压电材料固有的迟滞特性, 给精密定位带来了一定的困难^[1-2], 因此需要对压电执行器建立精确的迟滞模型. 目前运用较多的迟滞模型有 Preisach 模型^[3-4]、KP 模型^[5]、PI 模型^[6]、Duhem 模型^[7]等, 其中前 3 个模型都是建立在迟滞算子加权叠加的思想. 而 Duhem 模型是一种由微分方程描述的迟滞模型, 具有明确的函数表达式, 为建立其逆函数提供了便利. Duhem 模型是输入信号导数的函数, 模型输出与输入信号的速率相关, 是一种动态模型, 符合实际智能材料中迟滞非线性的动态特性, 因此此模型能够更精确地描述迟滞非线性.

根据传统迟滞模型建立的迟滞回线都具有对称特性, 然而在实际情况中, 压电执行器的迟滞回线是不对称的, 所以一些学者对传统的迟滞模型进行改进, 使其具有非对称的特性. 如 Hwang 等^[8]对 Preisach 模型的上升段和下降段分别进行建模.

Jiang 等^[9]将 play 算子分成 2 个独立的上三角算子和下三角算子, 然后得到不对称的迟滞回线. 与之类似, 裘进浩等^[10]将经典 Maxwell 模型改成 2 个三角形单元的组合, 同样得到不对称的迟滞回线. 本文为定位的精确性, 对 Duhem 模型进行改进, 将整个模型分为上升部分和下降部分, 然后分别对迟滞回线的上升段和下降段进行建模. 再利用样条曲线插值和神经网络技术辨识模型参数, 从而得到更精确的迟滞模型.

1 建立迟滞模型

Duhem 模型认为仅当迟滞输入改变方向时, 其输出特性才会发生改变^[11], 其迟滞模型表达式为:

$$\dot{w}(t) = f_1(w, v)\dot{v}_+(t) + f_2(w, v)\dot{v}_-(t), \quad (1)$$

其中, $\dot{v}_+(t) = \max[0, \dot{v}(t)]$, $\dot{v}_-(t) = \min[0, \dot{v}(t)]$.

Coleman 等^[12]深入地研究了 Duhem 模型, 利用微分方程来表达迟滞模型:

$$\frac{dw}{dt} = \alpha \left| \frac{dv}{dt} \right| \left[f(v) - w \right] + \frac{dv}{dt} g(v), \quad (2)$$

其中, α 为常数; v 为迟滞输入; w 为迟滞输出.

$f(\cdot)$, $g(\cdot)$ 定义如下: (1) $f(\cdot)$ 是分段光滑, 单调递增奇函数 $\lim_{v \rightarrow \infty} f(v)$ 是有界的; (2) $g(\cdot)$ 是分段连续

收稿日期: 2015-03-25.

宁波大学学报(理工版) 网址: <http://journalg.nbu.edu.cn/>

基金项目: 浙江省科技厅公益技术项目 (2013C31017).

第一作者: 孙涛 (1989-), 男, 安徽望江人, 在读硕士研究生, 主要研究方向: 精密加工与测控. E-mail: suntao_nbu@126.com

*通信作者: 李国平 (1967-), 男, 湖北黄冈人, 博士/教授, 主要研究方向: 精密加工与机电测控、振动控制技术. E-mail: liguoping@nbu.edu.cn

的偶函数, 且 $\lim_{v \rightarrow \infty} g(v) = \lim_{v \rightarrow \infty} \dot{f}(v)$; (3) 对于所有的

$v > 0$, $\dot{f}(v) > g(v) > \alpha e^{\alpha v} \int_v^\infty [\dot{f}(\varepsilon) - g(\varepsilon)] e^{-\alpha \varepsilon} d\varepsilon$ 成立.

对式(2)进行积分, 得到:

$$w = f(v) + [w_0 - f(v_0)]e^{-\alpha(v-v_0)\text{sgn}(\dot{v})} + e^{-\alpha(v-v_0)\text{sgn}(\dot{v})} \int_{v_0}^v [g(\varepsilon) - f'(\varepsilon)]e^{\alpha\varepsilon\text{sgn}(\dot{v})} d\varepsilon. \quad (3)$$

利用 $\frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dv} \frac{dv}{dt}$ 代入(2)式, 当 v 增加时, 则:

$$\frac{dw_U}{dv} = \alpha[f(v) - w_U] + g(v), \quad (4)$$

当 v 减小时, 则:

$$\frac{dw_D}{dv} = -\alpha[f(v) - w_D] + g(v), \quad (5)$$

其中, w_U 为上升段对应的迟滞输出; w_D 为下降段对应的迟滞输出; $f(\cdot), g(\cdot)$ 为光滑分段连续函数.

联立式(4)和式(5), 可得到:

$$f(v) = \frac{1}{2}(w_U + w_D) + \frac{1}{2\alpha} \left(\frac{dw_U}{dv} - \frac{dw_D}{dv} \right), \quad (6)$$

$$g(v) = \frac{1}{2} \left(\frac{dw_U}{dv} + \frac{dw_D}{dv} \right) + \frac{1}{2} \alpha(w_U - w_D). \quad (7)$$

对式(4)和式(5)分别进行积分, 得到:

$$w_U = f(v) + [w_0 - f(v_0)]e^{-\alpha(v-v_0)} - e^{-\alpha v} \int_{v_0}^v [\dot{f}(\varepsilon) - g(\varepsilon)]e^{\alpha\varepsilon} d\varepsilon, \quad (8)$$

$$w_D = f(v) + [w_0 - f(v_0)]e^{\alpha(v-v_0)} - e^{\alpha v} \int_v^{v_0} [\dot{f}(\varepsilon) - g(\varepsilon)]e^{\alpha\varepsilon} d\varepsilon. \quad (9)$$

2 迟滞模型的辨识

由式(8)和式(9)可知, 只要确定 $\alpha, f(\cdot), g(\cdot)$ 就能得到 Duhem 上、下半环的模型. 对曲线进行辨识可以采用分段线性插值和分段三次 Hermite 插值, 其特点是具有一致收敛性, 但光滑性较差, 显然不符合 Duhem 中函数 $f(\cdot), g(\cdot)$ 分段光滑的要求. 也可采用高次多项式进行拟合, 这种方法得到的曲线虽然光滑, 但不具有收敛性, 而且会产生 Runge 现象. 因此本文采用样条插值方法对 Duhem 模型进行辨识.

样条函数 $S(x)$ 是定义在 $[a, b]$ 上的, 在 $[a, b]$ 上有划分 $\Delta: a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$,

$S(x)$ 满足如下条件:

(1) $S(x)$ 在每个子区间 $I_j = [x_{j-1}, x_j] (j = 1, 2, \dots, n)$ 上都是不超过 m 次的多项式, 至少在一个子区间上为 m 次多项式;

(2) $S(x) \in C^{m-1}[a, b]$.

以下为推导 $S(x)$ 的过程, 其中 m 取为 3.

$\ddot{S}(x_j) = M_j, j = 0, 1, \dots, n$. 由于 $S(x)$ 是二阶光滑的分段三次多项式, 于是 $\ddot{S}(x)$ 是分段线性连续函数. 在 $[x_j, x_{j+1}]$ 上 $\ddot{S}(x)$ 可设为:

$$\ddot{S}(x) = \frac{x_{j+1} - x}{h_{j+1}} M_j + \frac{x - x_j}{h_{j+1}} M_{j+1}, x \in [x_j, x_{j+1}], \quad (10)$$

其中, M_j 为待确定参数, $h_{j+1} = x_{j+1} - x_j, j = 0, 1, \dots, n-1$.

对式(10)两端在 $[x_j, x_{j+1}]$ 求两次积分, 便得到下列关系式:

$$\dot{S}(x) = -\frac{(x_{j+1} - x)^2}{2h_{j+1}} M_j + \frac{(x - x_j)^2}{2h_{j+1}} M_{j+1} + A_j, x \in [x_j, x_{j+1}], \quad (11)$$

$$S(x) = -\frac{(x_{j+1} - x)^3}{6h_{j+1}} M_j + \frac{(x - x_j)^3}{6h_{j+1}} M_{j+1} + A_j(x - x_j) + B_j, x \in [x_j, x_{j+1}], \quad (12)$$

其中, A_j 和 B_j 为积分常数. 下面记 $f_j = f(x_j)$, 利用插值条件有 $S(x_j) = f_j, S(x_{j+1}) = f_{j+1}$ 得出满足 A_j 和 B_j 的方程:

$$\frac{h_{j+1}^2}{6} M_j + B_j = f_j, \frac{h_{j+1}^2}{6} M_{j+1} + A_j h_{j+1} + B_j = f_{j+1},$$

从而得到:

$$B_j = f_j - \frac{h_{j+1}^2}{6} M_j, A_j = \frac{f_{j+1} - f_j}{h_{j+1}} - \frac{h_{j+1}}{6} (M_{j+1} - M_j),$$

将该式代入式(11)和式(12)中, 得到:

$$S(x) = \frac{(x_{j+1} - x)^3}{6h_{j+1}} M_j + \frac{(x - x_j)^3}{6h_{j+1}} M_{j+1} + \frac{x - x_j}{h_{j+1}} [f_{j+1} - f_j - \frac{h_{j+1}^2}{6} (M_{j+1} - M_j)] + f_j - \frac{h_{j+1}^2}{6} M_j, x \in [x_j, x_{j+1}], \quad (13)$$

$$\dot{S}(x) = -\frac{(x_{j+1} - x)^2}{2h_{j+1}} M_j + \frac{(x - x_j)^2}{2h_{j+1}} M_{j+1} + \frac{f_{j+1} - f_j}{h_{j+1}} - \frac{h_{j+1}}{6} (M_{j+1} - M_j), x \in [x_j, x_{j+1}]. \quad (14)$$

可见, 只要知道 $M_j (j = 0, 1, \dots, n)$, $S(x)$ 的表

达式就能完全确定. 为了唯一地确定 $M_0, M_1, \dots, M_n$, 还需要利用边界条件来补充方程.

第一边界条件情形: 由边界条件 $S'(a) = f'(a)$, $S'(b) = f'(b)$ 得到,

$$\begin{aligned} 2M_0 + M_1 &= \frac{6}{h_1} \left(\frac{f_1 - f_0}{h_1} - f'_0 \right), \\ M_{n-1} + 2M_n &= \frac{6}{h_n} \left(f'_n - \frac{f_n - f_{n-1}}{h_n} \right), \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $f'_0 = f'(a)$, $f'_n = f'(b)$. 联立式(16)和式(17)得到线性方程组:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \mu_1 & 2 & \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & 2 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \mu_{n-1} & 2 & \lambda_{n-1} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} M_0 \\ M_1 \\ \vdots \\ M_{n-1} \\ M_{n-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ d_{n-1} \\ d_{n-2} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

其中,

$$\begin{aligned} d_0 &= \frac{6}{h_1} \left(\frac{f_1 - f_0}{h_1} - f'_0 \right), \\ d_j &= 6f[x_{j-1}, x_j, x_{j+1}], j = 0, 1, \dots, n, \\ d_n &= \frac{6}{h_n} \left(f'_n - \frac{f_n - f_{n-1}}{h_n} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

很容易验证式(16)对应的系数矩阵为严格对角占优矩阵, 所以其存在唯一解, 可用线性代数方程组的追赶法解此方程. 求出 $M_0, M_1, \dots, M_n$ 代入式(13)就可以得到 $S(x)$ 的表达式.

对 Duhem 模型 $f(\cdot), g(\cdot)$ 函数的辨识步骤:

(1)首先通过实验分别确定 $f(\cdot), g(\cdot)$ 的加载电压范围 $[a, b]$;

(2)然后设定 $f(\cdot), g(\cdot)$ 在 $[a, b]$ 上的节点个数 n ;

(3)在完成前2个步骤的基础上利用上述样条插值方法对其进行辨识, 辨识前需要通过实验得到 $f(\cdot), g(\cdot)$ 每个节点的输入和输出值. 由于上升段和下降段的输入、输出及导数都可求出, 所以根据式(6)和式(7)可求出 $f(\cdot), g(\cdot)$ 每个节点的输入和输出值.

对权值向量 α 的辨识思想是到寻找最佳的 α , 使得模型的输出与实际测量数据的均方误差最小, 根据 Widrow-Hoff 学习算法, 权值向量 α 的学习规律为:

$$\alpha(k+1) = \alpha(k) + 2be_{nk}p_{nk}. \quad (18)$$

为了更好地划分引入偏置值 b , 偏置值的学习规律为:

$$b(k+1) = b(k) + 2be_{nk}, \quad (19)$$

其中, e_{nk} 为实际值与模型值间的误差; β 为学习速度, 如果学习速率越大, 学习的速度越快, 但过大的学习速率会造成修正过度, 反而使误差更大; p_{nk} 代表一个搜索方向.

根据式(13)、式(18)和式(19)确定 $\alpha, f(\cdot), g(\cdot)$, 就能得到 Duhem 上、下半环的模型. 图 1 为压电执行器在变幅电压下的辨识结果, 图 2 为压电执行器在变幅电压下辨识的误差.

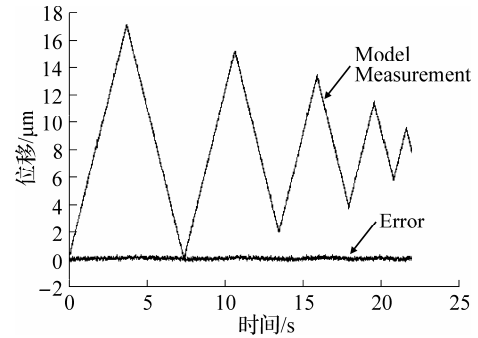


图1 变幅三角波电压下的位移曲线

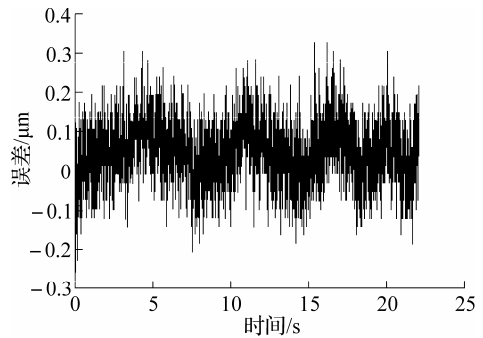


图2 变幅三角波电压下的误差图

由实验数据可以得到 Duhem 模型在变幅电压下的平均绝对误差为 $\text{Error(AVG)} = 0.0810 \mu\text{m}$.

3 Duhem 逆模型及复合控制

由于 Duhem 模型的上升段和下降段均为单调, 所以存在逆函数, 且关于 $y = x$ 对称, 可设^[13].

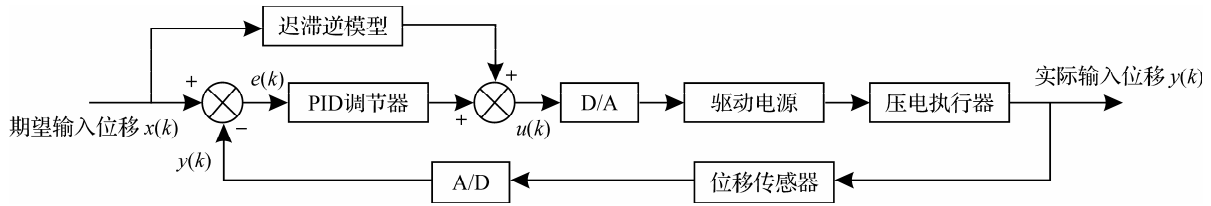


图3 复合控制原理框图

$$\text{当 } \frac{dw}{dt} \geq 0 \text{ 时, } \frac{dv}{dw_U} = \alpha[f(w_U) - v] + g(w_U), \quad (20)$$

$$\text{当 } \frac{dw}{dt} < 0 \text{ 时, } \frac{dv}{dw_D} = \alpha[f(w_D) - v] + g(w_D), \quad (21)$$

$$\text{当 } \frac{dw}{dt} \geq 0 \text{ 时, } v = f(w_U) + [v_0 - f(w_U)] \cdot$$

$$e^{\alpha(w_U - w_0)} - e^{\alpha w_U} \int_{w_0}^{w_U} [\dot{f}(\varepsilon) - g(\varepsilon)] e^{\alpha \varepsilon} d\varepsilon, \quad (22)$$

$$\text{当 } \frac{dw}{dt} < 0 \text{ 时, } v = f(w_D) + [v_0 - f(w_D)] \cdot$$

$$e^{\alpha(w_D - w_0)} - e^{\alpha w_D} \int_{w_D}^{w_0} [\dot{f}(\varepsilon) - g(\varepsilon)] e^{\alpha \varepsilon} d\varepsilon. \quad (23)$$

逆模型中的参数 $\alpha, f(\cdot), g(\cdot)$ 与正模型的相同。

引入 Duhem 逆模型作为闭环控制的前馈控制环节, 结合 PID 控制构成复合控制。因为前馈控制可使平台具有较快的响应速度, 但不能完全消除平台输出位移的迟滞误差; 而 PID 反馈控制则可完全消除平台输出位移的迟滞误差, 但会降低平台的响应速度。而复合控制具有良好的综合性能, 即响应速度快、定位精度高, 其基本原理框图如图 3 所示。其中, 压电执行器包括前、后压电执行器, 迟滞逆模型同样也包括前后 2 个压电执行器的逆模型。

复合控制规律为:

$$u(k) = D^{-1}[x(k)] + G(z)[x(k) - y(k)], \quad (24)$$

式中, $D^{-1}[x(k)]$ 为迟滞逆模型输出; $G(z)$ 为 PID 控制器的传递函数。

复合控制的具体过程如下: 将电涡流位移传感器测得的伺服刀架实际位移 $y(k)$ 同期望位移 $x(k)$ 比较, 将偏差 $e(k)$ 作为 PID 反馈控制器的输入, 经反馈控制器运算后的控制电压叠加在前馈控制电压上, 得到复合控制电压 $u(k)$, 经 D/A 转换后控制压电执行器驱动电源, 驱动电源驱动压电执行器, 使其输出相应的位移。

对压电执行器输入 $4 \mu\text{m}$ 的阶跃信号, 得到复

合控制后的位移值如图 4 所示。

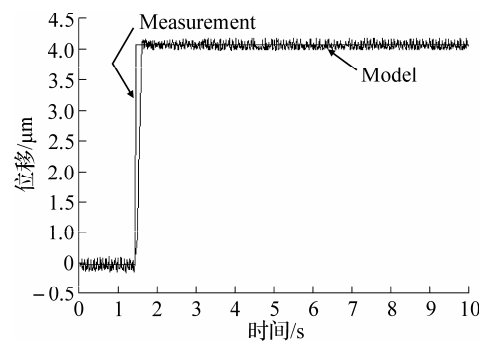


图4 复合控制下的阶跃响应曲线

由图 5 可知, 在 $4 \mu\text{m}$ 的阶跃输入作用下, 压电执行器的实际输出位移同参考位移之间的平均误差为 $0.0539 \mu\text{m}$, 响应时间为 0.18 s 。复合控制既可使压电微动平台具有较快的响应速度, 又可使其具有较高的定位精度。

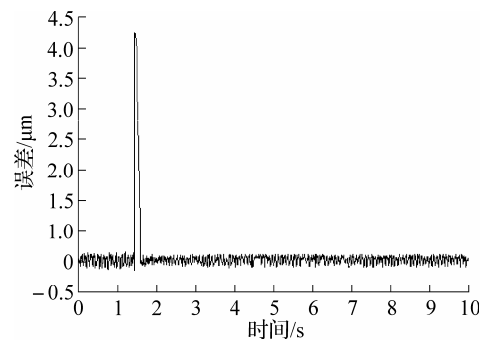


图5 复合控制下的误差曲线

4 结语

将传统的 Duhem 模型分为上、下 2 个半环, 并分别利用样条曲线和神经网络对函数 $f(\cdot), g(\cdot)$ 和权值向量 α 进行辨识, 利用辨识结果得到了精确的 Duhem 迟滞模型及其逆模型。并将迟滞逆模型作为闭环控制的前馈控制环节, 结合 PID 控制构成复合控制, 通过实验验证得到复合控制下压电执行器的输出平均绝对误差为 $0.0539 \mu\text{m}$, 为压电执行器的精确定位技术打下一定的基础。

参考文献:

- [1] 崔玉国, 孙宝元, 董维杰, 等. 基于纳米定位的压电陶瓷执行器控制方法的研究进展[J]. 中国机械工程, 2003, 14(2): 164-168.
- [2] TAN X, BARAS J S. Modeling and control of hysteresis in magnetostrictive actuators[J]. Automatica, 2004, 40(9): 1469-1480.
- [3] GE P, JOUANEH M. Modeling hysteresis in piezoceramic actuators[J]. Precision Engineering, 1995, 17(1):211-221.
- [4] 李黎, 刘向东, 王伟, 等. 压电陶瓷执行器迟滞特性的广义非线性 Preisach 模型及其数值实现[J]. 光学精密工程, 2007, 15(5):707-711.
- [5] WEBB G V, LAGOUDAS D C. Hysteresis modeling of SMA actuators for control application[J]. J Int Mater Struct, 1998, 9(1):432-448.
- [6] SU C Y, WANG Q Q, CHEN X K, et al. Adaptive variable structure control of class of nonlinear systems with unknown Prandtl-Ishlinskii hysteresis[J]. IEEE Trans Automatic Control, 2005, 50(12):2069-2074.
- [7] YING Z G, ZHU W Q. Stochastic averaging of Duhem hysteretic systems[J]. Journal of Sound and Vibration, 2002, 254(1):91-104.
- [8] HWANG C L, JAN C, CHEN Y H. Piezomechanics using intelligent variable-structure control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2001, 48(1):47-58.
- [9] JIANG H, JI H L, QIU J H. A modified Prandtl-Ishlinskii model for modeling asymmetric hysteresis of piezoelectric actuators[J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2010, 57(5):1200-1209.
- [10] 裘进浩, 陈海荣, 陈远晟, 等. 压电驱动器的非对称迟滞模型[J]. 纳米技术与精密工程, 2012, 10(3):190-197.
- [11] 赵新龙. 基于迟滞算子的迟滞非线性系统建模与控制研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2006.
- [12] COLEMAN B D, HODGDO M L. A constitutive relation for rate independent hysteresis in ferromagnetically soft materials[J]. Int J Eng Sci, 1986, 24(1):897-919.
- [13] 陈辉, 谭永红, 周杏鹏, 等. 压电陶瓷执行器的动态模型辨识与控制[J]. 光学精密工程, 2012, 20(1):89-93.

Accurate positioning and control of piezoelectric actuator based on Duhem model and inverse model

SUN Tao, LI Guo-ping*, SUN Hao-yi

(Faculty of Mechanical Engineering & Mechanics, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: In order to improve the positioning accuracy of the piezoelectric actuators, the Duhem model and the inverse model of piezoelectric actuators are investigated and improved. The original model is divided into two half-rings, which are modeled individually. By using the spline interpolation and neural network to identify the Duhem model parameters, the Duhem model and inverse model of piezoelectric actuators are established. Furthermore, by using PI inverse model as a feed forward segment of PID feed-back control, a composite control is implemented to improve the positioning accuracy of piezoelectric actuators. Experimental results indicate that the average error is $0.0810\mu\text{m}$ and the absolute error is $0.0539\mu\text{m}$ under the composite control, hence it effectively improves the positioning accuracy of the piezoelectric actuator.

Key words: Duhem model; Duhem inverse model; spline curve; neural networks; composite control

(责任编辑 章践立)