

基于桩周土纵向非均质性的桩顶阻抗函数研究

陈卡拉

(浙江温州沈海高速公路有限公司, 浙江 温州 325800)

摘要: 为研究桩周土纵向非均质性对桩顶阻抗的影响, 以平面应变模型来模拟桩周土, 采用 Rayleigh-Love 杆模型来考虑桩身的横向惯性效应. 将桩土系统划分为数量足够多的微元层, 结合阻抗函数递推法, 求得在考虑桩周土纵向非均质性情况下桩顶的阻抗函数. 本文解可以退化到经典解, 这也验证了文中所得解的合理性. 通过参数分析研究了桩顶的动刚度和动阻尼随桩周土竖向非均质程度变化的规律; 在考量桩周土的纵向非均质性后, 桩顶的动刚度和动阻尼都有一定程度的增大.

关键词: 纵向非均质性; 桩; 阻抗函数; 阻抗函数递推法

中图分类号: TU43

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2017) 03-0067-05

桩基动力学为土木工程中各种类型桩基础的缺陷检测和抗震设计提供了理论依据, 许多学者也提出了各种各样的桩土相互作用模型来完善桩基动力学. Nogami 和 Novak 利用修正的 Winkler 模型给出了桩基础竖向、水平和扭转运动下频域的解析解^[1-3]. Nogami 和 Konagai 通过傅里叶逆变换 (IFFT) 将上述频域内的解转化到时域^[4-5]. Winkler 模型虽然极大地促进了桩基动力学发展, 然而模型并不能考虑桩周土的波动效应. Branov 率先应用平面应变模型来研究刚性基础的受迫振动问题^[6], 模型假设桩周土是由一系列水平无限延伸的薄土层组成, 由于它在数学上的简便性, 直到现在还有着广泛的应用^[7].

王奎华基于复刚度传递多圈层平面应变模型研究了桩周土径向非均质性对桩顶阻抗的影响^[8]. 然而随着深度的增加, 天然状态下的土层的自重应力也会随之增加, 压缩模量相应增加, 这就形成了桩周土竖向的非均质性, 所以非常有必要考虑桩周土竖向非均质性时桩基的动力特性.

1 定解问题

1.1 桩周土纵向非均质性

随着深度的增加, 天然状态下土层的自重应

力会随之增加, 压缩模量也会相应增加. 本文假设桩周土为弹性体, 弹性体中剪切模量与弹性模量之间的关系式表达如下:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad (1)$$

式中, G 、 E 和 ν 表示桩周土的剪切模量、弹性模量和泊松比. (1) 式表明, 弹性体中剪切模量与弹性模量之间呈现线性关系.

文中通过随着深度的增大而线性增加桩周土的复值剪切模量来考虑桩周土纵向非均质性, 用桩底深度处土的剪切波速与桩顶土的剪切波速之比 (q 值) 来表示桩周土的纵向非均匀程度.

1.2 计算简图

本文研究在考虑桩周土纵向非均质性下桩顶的阻抗. 如图 1 所示, 桩长为 H , 半径为 R , 密度为 ρ_p , 弹性波速为 V_p . 将桩周土从桩底到桩顶划分为数量足够多的微元层, 并且在每个微元土层内将桩周土视为均质土. 微元层由桩底到桩顶分别标为 $1, \dots, j, \dots, n$. 微元土层的厚度分别为 $h_1, \dots, h_j, \dots, h_n$. 桩周土密度为 ρ_s . 桩底与土的相互作用简化为单个的 Voigt 体, 其弹簧和阻尼系数分别为 k_b 和 c_b . 桩顶施加的外荷载力为 $Q(t)$. 第 j 层土内复值切变模量为 $G_j^* = G_j(1 + iD_j)$, 其中, G_j 和 D_j

为第 j 微元土层的土体剪切模量和材料阻尼. 桩周土剪切波速为 V_{sj} , 且有 $G_j = \rho_s V_{sj}^2$.

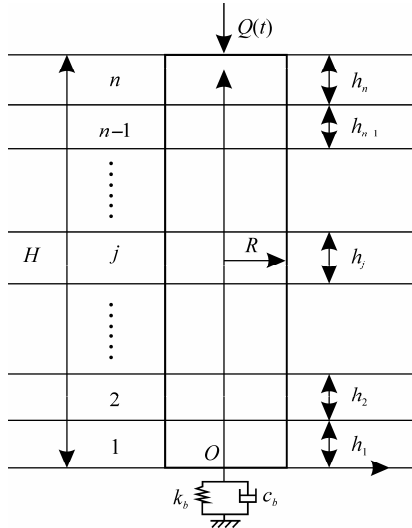


图1 计算简图

1.3 假设条件

(1) 桩周土用平面应变模型来模拟, 桩周土的位移水平无穷远处衰减为零. (2) 假设桩为一维杆件, 只考虑桩身的纵向位移. (3) 桩土交界面上应力和位移连续. (4) 桩底与桩底土的相互作用简化为单个的 Voigt 体, 其弹簧和阻尼系数分别为 k_b 和 c_b .

2 控制方程及边界条件

2.1 桩周土的动力平衡方程及求解

Novak 给出了平面应变模型的土体动力平衡方程^[9], 第 j 微元土层中的土体动力平衡方程为:

$$r^2 \frac{d^2 W_j}{dr^2} + r \frac{dW_j}{dr} - \beta_j^2 r^2 W_j = 0, \quad (2)$$

式中, W_j 表示第 j 微元土层中的土体纵向振动位移.

(2) 式的解可表示为:

$$W_j = A_j K_0(\beta_j r) + B_j I_0(\beta_j r), \quad (3)$$

式中, $\beta_j = i\omega / (V_j \sqrt{1 + iD_j})$, $V_j = \sqrt{G_j / \rho_j}$, D_j 、 V_j 和 ρ_j 分别是第 j 微元土层中土体的材料阻尼、剪切波速和密度; $I_0(\beta_j r)$ 和 $K_0(\beta_j r)$ 分别为零阶的第一类和第二类修正 Bessel 函数; A_j 和 B_j 为由边界条件确定的常数; ω 为振动频率.

土体中的剪应力方程如下:

$$\tau_j = -G_j^* \beta_j (A_j K_1(\beta_j r) - B_j I_1(\beta_j r)), \quad (4)$$

式中, $I_1(\beta_j r)$ 和 $K_1(\beta_j r)$ 分别为一阶的第一类和第

二类修正 Bessel 函数.

由于无穷远处土体位移衰减为零, 结合贝塞尔函数的性质, 可得 $B_j = 0$. 再根据剪切刚度的定义, 第 j 微元土层与桩身交界面 ($r = R$) 上的剪切刚度方程如下:

$$KK_j = 2\pi R G_j^* \beta_j K_1(\beta_j R) / K_0(\beta_j R). \quad (5)$$

2.2 桩的动力平衡方程及求解

由于 Rayleigh-Love 杆模型能够考虑微元桩段的横向惯性效应, 因此本文采用此模型来考虑微元桩段动力特性. 令 $u_j = u_j(z, t)$ 表示桩身位移, 则第 j 微元桩段的动力平衡方程为:

$$E_p A \frac{\partial^2 u_j}{\partial z^2} + \delta_p A \frac{\partial^3 u_j}{\partial z^2 \partial t} - \rho_p A \left(\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} - v_p^2 R^2 \frac{\partial^4 u_j}{\partial z^2 \partial t^2} \right) = f_j(z, t), \quad (6)$$

式中, E_p , A , ρ_p , v_p , δ_p 分别为桩身弹性模量、截面积、材料密度、泊松比、阻尼系数; $f_j(z, t)$ 表示第 j 微元土层对桩身的侧摩阻力, 且有 $f_j(z, t) = K \cdot K_j u_j(z, t)$.

为了方便后面的公式推导, 对于每个微元桩段, 取原点位于微元桩段桩底的局部坐标系 $O'z'r'$, 其中, z' 轴方向竖直向上.

桩身质点位移和速度初始条件为:

$$u_j(z', 0) = 0, \quad \left. \frac{\partial u_j(z', t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0. \quad (7)$$

结合初始条件(7), 对(6)式进行拉普拉斯变换, 可以得到:

$$V_p^2 \left(1 + \frac{\delta_p}{E_p} s + \frac{v_p^2 R^2 s^2}{V_p^2} \right) \frac{\partial^2 U_j(z', s)}{\partial z'^2} - \left(s^2 + \frac{KK_j}{\rho_p A_p} \right) U_j(z', s) = 0, \quad (8)$$

式中, $U_j(z', s)$ 为 $u_j(z', t)$ 的拉普拉斯变换; V_p 为桩身波速; $E_p = \rho_p V_p^2$; s 为拉普拉斯算子.

(8) 式的解可表示为:

$$U_j(z', s) = M_j \cos(\lambda_j z') + N_j \sin(\lambda_j z'), \quad (9)$$

式中,

$$\lambda_j = \frac{1}{V_p} \sqrt{-\left(s^2 + \frac{KK_j}{\rho_p A_p} \right) / \left(1 + \frac{\delta_p}{E_p} s + \frac{v_p^2 R^2 s^2}{V_p^2} \right)}, \quad (10)$$

式中, M_j 和 N_j 为由边界条件确定的常数.

由阻抗函数的定义可求得第 j 微元桩段桩顶

的阻抗函数 Z_{ja} :

$$Z_{ja} = -\lambda_j (E_p A + A \delta_p s) \tan(\lambda_j h_j - \varphi_j) - \rho_p A v_p^2 R^2 s^2 \lambda_j^2, \quad (11)$$

式中, $\varphi_j = \arctan(N_j / M_j)$, 可由第 j 微元桩段桩底的阻抗函数 Z_{jb} 求得:

$$\varphi_j = \arctan \frac{Z_{jb} + \rho_p A v_p^2 R^2 s^2 \lambda_j^2}{\lambda_j (E_p A + A \delta_p s)}. \quad (12)$$

桩底的边界条件如下:

$$\left[\left(k_b + c_b \frac{\partial}{\partial t} \right) u_1 - \left(E_p A + \delta_p A \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial u_1}{\partial z'} - \rho_p v_p^2 R^2 \frac{\partial^4 u_1}{\partial t^2 \partial z'^2} \right]_{z'=0} = 0. \quad (13)$$

对(13)式进行拉普拉斯变换, 结合阻抗函数的定义, 可得桩底的阻抗函数如下:

$$Z_{lb}(s) = k_b + s c_b, \quad (14)$$

式中, $Z_{lb}(s)$ 表示桩底的阻抗函数; 弹簧系数 k_b 和粘壶系数 c_b 的取值可根据 Lysmer 和 Richart 弹性半空间理论推导出的公式计算^[10]:

$$k_b = \frac{4G_b R}{1 - \nu_b}, \quad (15)$$

$$c_b = \frac{3.4R^2 \sqrt{\rho_b G_b}}{1 - \nu_b},$$

式中, G_b 为桩底土剪切模量; ν_b 为桩底土泊松比; ρ_b 为桩底土密度.

根据王腾提出的阻抗函数递推法^[11], 相邻微元桩段交界面上的阻抗函数的关系可表示为:

$$Z_{jb}(s) = Z_{(j-1)a}(s), \quad (16)$$

式中: $Z_{jb}(s)$ 表示第 j 微元桩段桩底的阻抗函数, $Z_{(j-1)a}(s)$ 表示第 $j-1$ 微元桩段桩顶的阻抗函数.

结合(11)、(12)、(14)、(16)式, 则可求得桩顶阻抗函数 $Z_{na}(s)$:

$$Z_{na} = K_{na} + i C_{na}. \quad (17)$$

阻抗函数的实部 K_{na} 表示桩顶真实的动刚度, 反映了桩顶抵抗纵向变形能力, 虚部 C_{na} 代表桩顶的动阻尼, 反映了桩身内应力波的能量耗散特性.

3 桩土系统划分层数的影响

本文后续分析中, 如果没有特殊说明, 参数采用以下取值: 桩顶土波速 $V_s = 150 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; 桩周土密度 $\rho_s = 2000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; 桩周土阻尼系数 $D_s = 0.2$. 桩身密度 $\rho_p = 2500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; 桩身波速 $V_p = 4000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;

桩长 $H = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; 桩径 $R = 0.3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;

图 2 表示桩土系统划分层数对桩顶阻抗的影响($q=1.2$). 由图 2(a)动刚度曲线可见, 曲线具有明显的振荡特性, 共振频率位置基本不受 n 影响, 而共振峰幅值随着 n 增大而变小. 当 $n \geq 100$ 时, 桩顶动刚度曲线几乎不再变化, 表明此时桩土系统的划分层数已满足桩顶动刚度的计算精度要求. 图 2(b)动阻尼曲线变化规律性与动刚度曲线相似, 也具有明显的振荡特性, 共振峰幅值随 n 增大而变小, 而共振峰频率的位置基本不变. 当 $n \geq 100$ 时, 桩顶动阻尼曲线几乎不再变化, 表明此时桩土系统的划分层数已经满足桩顶动阻尼的计算精度要求. 综上所述, 当 $n \geq 100$ 时, 桩顶的阻抗计算精度已经满足要求. 因此, 文中 n 取 200.

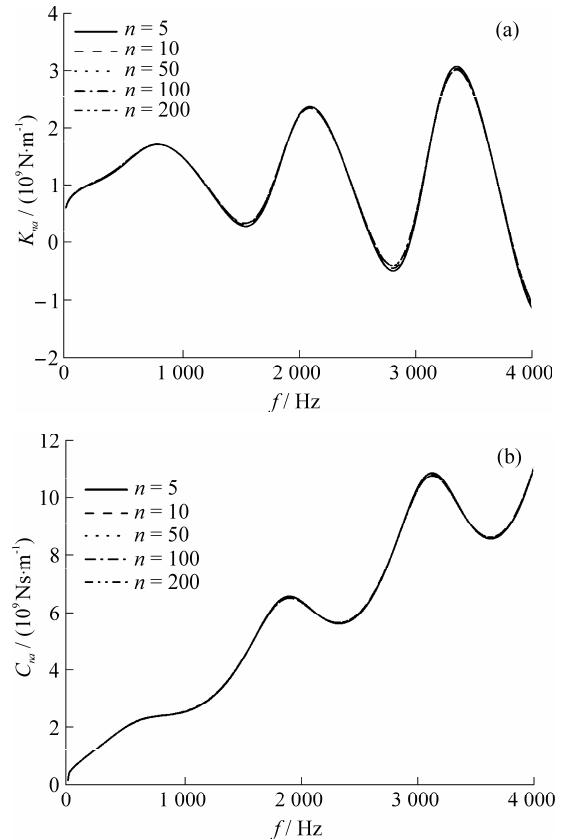


图 2 桩土系统划分层数对桩顶阻抗的影响

4 与其他解的对比

将 q 取为 1, 则本文解可以退化到文献[1]提出的解. 图 3 表示了本文解和文献[1]解的对比, 从图 3(a)和图 3(b)的动刚度和动阻尼曲线可以看出, 将 q 取为 1 后, 曲线重合一致, 这也验证了本文解的

合理性.

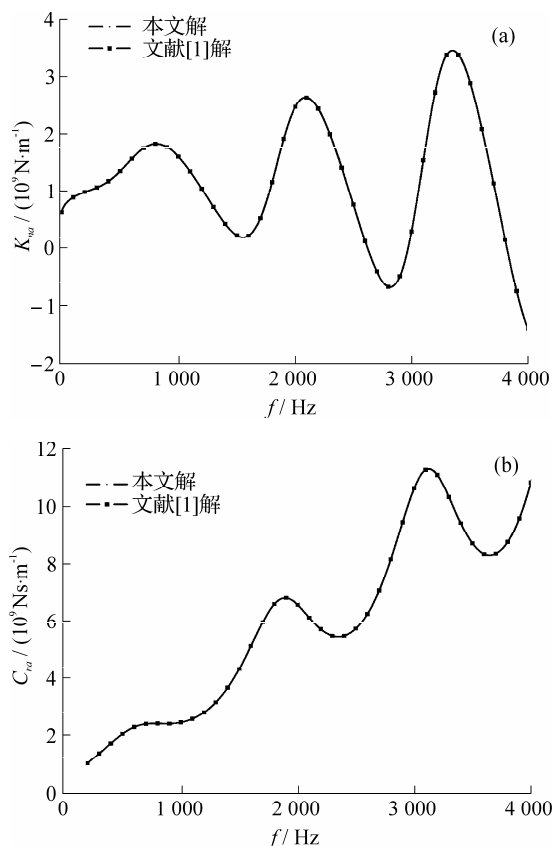


图3 与文献[1]解的对比

5 参数分析

图4反映了桩周土非均质程度对桩顶阻抗的影响。当 $q=1$ 时,即代表桩周土为均质的情况。由图4(a)动刚度曲线可以看出,在桩基动力设计所关注的低频域(0~300 Hz)内,桩顶动刚度随着 q 值的增大而增大。动刚度曲线的震荡峰值随着 q 值的增大而减小,震荡间隔保持不变。由图4(b)动阻尼曲线可以看出,在桩基动力设计所关注的低频域(0~300 Hz)内,桩顶动阻尼随着 q 值的增大而减小。动刚度曲线的震荡峰值随着 q 值的增大而减小,震荡间隔保持不变。

6 结论

将桩土系统划分为数量足够多的微元层,结合阻抗函数递推法,求得了考虑桩周土纵向非均质性的桩顶的阻抗函数。

(1)通过将 q 取为1,则本文解可以退化到文献[1]提出的解,这也验证了本文所得解的合理性。

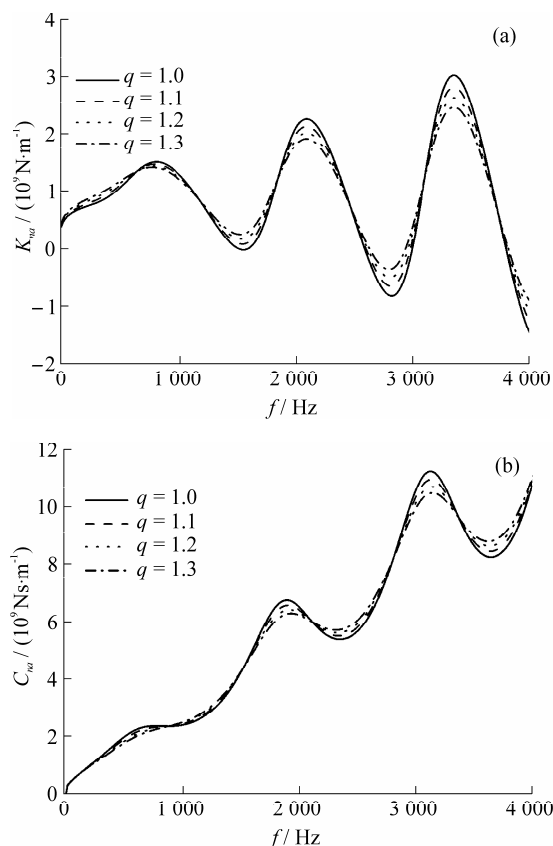


图4 桩周土非均质性对桩顶阻抗的影响

(2)在桩基动力设计所关注的低频域内,桩顶动刚度随着 q 值的增大而增大。动刚度曲线的震荡峰值随着 q 值的增大而减小,震荡间隔保持不变。在桩基动力设计所关注的低频域内,桩顶动阻尼随着 q 值的增大而减小。动刚度曲线的震荡峰值随着 q 值的增大而减小,震荡间隔保持不变。

参考文献:

- [1] NOGAMI T, NOVAK M. Soil-pile interaction in vertical vibration[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1976, 4(3):277-293.
- [2] NOVAK M, NOGAMI T. Soil-pile interaction in horizontal vibration[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1977, 5(3):153-168.
- [3] NOVAK M, SACHS K. Torsional and coupled vibrations of embedded footings[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1973, 2(1):11-33.
- [4] NOGAMI T, KONAGAI K. Time domain flexural response of dynamically loaded single piles[J]. Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, 1988, 114(9): 1512-1525.
- [5] NOGAMI T, KONAGAI K. Time domain axial response

- of dynamically loaded single piles[J]. Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, 1986, 112(11): 1241-1251.
- [6] BARANOV V A. On the calculation of excited vibrations of an embedded foundation[J]. Voprosy Dynamiki Prochnosti, 1967, 14:195-209.
- [7] 郑长杰, 丁选明, 刘汉龙, 等. 饱和均质土中PCC桩纵向振动响应简化解析方法[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(2):1087-1090.
- [8] 王奎华, 杨冬英, 张智卿. 基于复刚度传递多圈层平面应变模型的桩动力响应研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(4):825-831.
- [9] NOVAK M. Dynamic stiffness and damping of piles[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1974, 11(4):574-598.
- [10] LYSMER J, RICHART F E. Dynamic response of footings to vertical loading[J]. Geotechnical Special Publication, 1966, 92(118):1091-1117.
- [11] 王腾, 王奎华, 谢康和. 任意段变截面桩纵向振动的半解析解及应用[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(6):654-658.

Impedance of a pile considering vertical heterogeneity of surrounding soil

CHEN Ka-la

(Zhejiang Wenzhou Shenhai Expressway Company, Wenzhou 325800, China)

Abstract: The effects of the vertical heterogeneity of the surrounding soil on the impedance function at the pile top are investigated. The surrounding soil is modeled using plain strain model. The Rayleigh-Love rod is introduced to consider the transverse inertial effect. The pile-soil system is divided into layers of sufficiently large number. Then the impedance function at the pile top can be derived using impedance function transfer method. The proposed solution can be degraded to classical solution, with which its validity can be confirmed. The dynamic stiffness and damping at the pile top are studied through parametric analysis. It is found out that when vertical heterogeneity of the surrounding soil is taken into consideration, the dynamic stiffness and damping at the pile top shall demonstrate certain increase.

Key words: vertical heterogeneity; pile; impedance function; impedance function transfer method

(责任编辑 章践立)