

冷弯薄壁 Z 型钢构件卷边角度优化设计

叶文华, 赵伟欣, 李发超, 朱 珏*

(宁波大学 机械工程与力学学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 为提高冷弯薄壁 Z 型钢构件的承载能力, 对其卷边角度进行优化设计. 以冷弯薄壁卷边 Z 型钢构件的卷边角度作为参数, 其他截面尺寸不变, 在冷弯卷边 Z 型钢柱轴心受压与钢梁受弯情况下, 基于直接强度法, 利用遗传算法寻找构件畸变屈曲承载力达到最大时的最佳卷边角度值. 该方法不但能节省运算时间、避免出现盲目性, 且可以找到最佳卷边角度的精确值. 最后从承载力的变化趋势, 同时考虑施工中存在的加工误差, 得出具有不同高度腹板的试样所对应的最佳卷边角度值. 在实际工程中建议卷边的设计角度选为 100° .

关键词: 卷边 Z 型; 卷边角度; 直接强度法; 遗传算法; 畸变屈曲承载力

中图分类号: TU392.1

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2018) 04-0065-05

随着科技的进步, 冷弯薄壁型钢构件向着重量轻、容易装配、强度高和截面多样化等方面发展, 呈现出 3 种主要的屈曲模式(局部、畸变与整体屈曲)(图 1), 而中国国家规范中没有涉及的畸变屈曲模式可能成为构件失稳的主要因素. 畸变屈曲临界应力可以用能量法^[1]等解析法或用有线条以及广义梁理论程序进行计算. 在用钢量相同的情况下, 选择不同的截面类型和截面尺寸, 可能导致畸变屈曲变为构件屈曲失效的主要模式.



局部屈曲 畸变屈曲(轴压) 畸变屈曲(纯弯) 整体屈曲

图 1 卷边 Z 型钢的屈曲模式

Silvestre 等^[2-3]采用广义梁理论(Generalized Beam Theory, GBT)推导所得的冷弯薄壁 C 型与 Z 型钢的临界畸变屈曲应力公式, 与 Schafer 等^[4]在北美钢结构设计规范中提到的直接强度法(Direct Strength Method, DSM)相结合, 可算出构件的畸变屈曲承载力. 已有研究表明^[5], 局部、整体和畸变屈曲的承载力可伴随截面尺寸的变化而变化.

黄栩浩等^[6]从冷弯薄壁型钢卷边与翼缘的角度, 对卷边 C 型槽钢的卷边角度进行了优化分析, 但未涉及 Z 型钢构件. 王海明等^[7]在对冷弯薄壁 Z 型钢构件通过直接取卷边角度 90° 与 45° , 不但使 Z 型钢截面属性发生变化, 而且能改变卷边与翼缘之间的约束关系, 使构件畸变屈曲承载力随之发生变化, 但其优化角度的选取不全面.

遗传算法是具有良好的全局搜索, 可避免遇到局部最小值陷阱, 且收敛性好的常用算法. 在工程中通过遗传算法优化, 能很好地解决非线性约束和离散变量优化等问题^[8].

本文将 Silvestre 公式与 DSM 法相结合编写相应的程序, 然后通过遗传算法, 在冷弯薄壁 Z 型钢其他截面尺寸不变(不增加用钢量)的情况下, 对其卷边角度进行优化分析, 寻找 Z 型钢构件的畸变屈曲承载力达到最大时的最佳卷边角度值, 从而使其在工程应用中提高构件的承载能力.

1 轴压、纯弯屈曲应力计算

1.1 轴压局部屈曲应力

Z 型钢构件的轴压局部屈曲应力公式为^[9]:

$$\sigma'_{\text{cri}} = k_w \pi^2 E / (12(1 - \nu^2)(h/t)^2), \quad (1a)$$

收稿日期: 2017-12-04.

宁波大学学报(理工版)网址: <http://journalg.nbu.edu.cn/>

基金项目: 国家自然科学基金(11572162); 浙江省自然科学基金(LY13A020007).

第一作者: 叶文华(1983-), 男, 福建龙岩人, 在读硕士研究生, 主要研究方向: 常用冷弯钢构件的截面尺寸优化. E-mail: wenhua_yee@163.com

*通信作者: 朱珏(1979-), 女, 浙江金华人, 教授, 主要研究方向: 冷弯钢结构稳定性分析. E-mail: zhujue@nbu.edu.cn

其中: ν 为泊松比; h 为护板高度; t 为厚度; E 为弹性模量; k_w 为构件腹板的局部相关屈曲系数, 计算公式为:

$$k_w = 7 - (1.8b/h) / (0.15 + b/h) - 1.43(b/h)^3. \quad (1b)$$

1.2 纯弯局部屈曲应力

Z 型钢构件的纯弯局部屈曲应力表达式为^[9]:

$$\sigma_{cr}'' = k_f \pi^2 E / [12(1-\nu^2)(b/t)^2], \quad (2a)$$

其中: k_f 为构件受压翼缘的局部相关屈曲系数, 计算公式为:

$$k_f = 5.4 - (1.4h/b) / (0.6 + h/b) - 0.02(h/b)^3. \quad (2b)$$

1.3 基于 GBT 的 Z 型钢截面畸变屈曲计算

Silvestre 通过 GBT 可以把横截面的屈曲模式分为整体、畸变和局部变形 3 种模式的线性组合. 对于影响显著的模态, GBT 可以对其进行分析, 得出屈曲荷载.

对每一种模态, 其平衡方程为^[2-3]:

$$EC_{ij}\varphi_{j,xxxx} - GD_{ij}\varphi_{j,xx} + B_{ij}\varphi_j + W_k X_{kij}\varphi_{j,xx} = 0, \quad (3)$$

式中: x 为构件纵向坐标; 函数 $\varphi_j(x)$ 即模态 j 的纵向变形振幅函数; E 、 G 为弹性模量和剪切模量; C_{ij} 为翘曲常数; D_{ij} 为扭转常数; B_{ij} 为横向弯曲刚度; X_{kij} 为与施加应力 W_k 相关的几何刚度, 其与屈曲时模态 i 和 j 有关.

如 Z 型钢在轴心受压时畸变屈曲则呈现如图 2 所示的模式, 其中 S 为对称, D 为反对称. 当边界条件为两端简支时的构件, 在轴心受压情况下, 屈曲模态以 S 为主, 屈曲荷载公式为^[2]:

$$L = \lambda_{cr} = \pi \sqrt{EC_S / B_S} \sqrt{\mu_C / \mu_B}, \quad (4a)$$

$$P_{min} = (2\sqrt{EC_S B_S} \sqrt{\mu_C \mu_B} + GD_S) / X_S. \quad (4b)$$

在纯弯屈曲时, 屈曲模态以 S 和 D 相结合出现, 屈曲荷载可表达为^[2]:

$$L = \lambda_{cr} = \pi \sqrt{(E^2 C_S C_D) / (B_S B_D)} \sqrt{\mu_C / \mu_B}, \quad (5a)$$

$$M_{b,min} = \sqrt{K_{S,cr} K_{D,cr}} / X_{SD}', \quad (5b)$$

式中: L 为构件临界半波长度; 通过振幅函数可求出 μ_B 和 μ_C 的参数, 此外边界条件和 n 个临界半波长度分别对振幅函数有影响; C_S 为翘曲常数; D_S 为扭转常数; B_S 和 B_D 为横向弯曲刚度; $K_{S,cr}$ 和 $K_{D,cr}$ 分别是模态 S 及 D 分叉对应的应力合力值; X_S 和 X_{SD}' 为几何刚度^[2-3].

当构件两端简支时, 振幅函数通常由正弦形式表示, 由此得到的屈曲荷载解相对精确. 此时, μ_B 和 μ_C 可表示为:

$$\mu_B = 1/n^2, \mu_C = n^2. \quad (6)$$

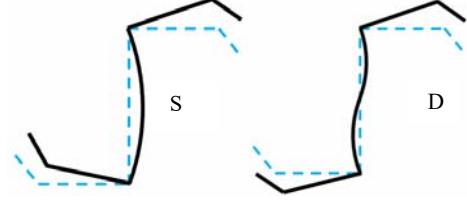


图 2 Z 型截面轴压时畸变屈曲的主要模式

2 轴压、纯弯时冷弯卷边 Z 型钢构件的 DSM 法

2.1 轴压时构件 DSM 法计算

局部屈曲后的卷边 Z 型钢柱的承载力为^[4]:

$$P_l = \begin{cases} P_u, \lambda_1 \leq 0.776, \\ (1 - 0.15(P_{cr1} / P_u)^{0.4})(P_{cr1} / P_u)^{0.4} P_u, \\ \lambda_1 > 0.776, \end{cases} \quad (7)$$

式中: $\lambda_1 = \sqrt{P_u / P_{cr1}}$, $P_{cr1} = A\sigma_{cr1}$, $P_u = \phi_{xw} A f_y$. 其中 A 是构件的全截面面积; f_y 是构件的屈服极限; P_{cr1} 是构件的局部屈曲临界荷载; P_u 是整体屈曲荷载; ϕ_{xw} 为稳定系数, 计算公式为:

$$\phi_{xw} = \begin{cases} 0.658^{\lambda^2}, \lambda \leq 1.5, \\ 0.877 / \lambda^2, \lambda > 1.5, \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\lambda = \sqrt{f_y / \sigma_{cr}}$; σ_{cr} 为构件的整体弹性屈曲应力, 通过对弹性弯曲屈曲和弹性弯扭屈曲应力进行比较, 取两者的最小值. 两种屈曲值的计算可参考文献[10].

卷边 Z 型钢柱的畸变屈曲承载力为^[11]:

$$P_d = \begin{cases} P_y, \lambda_d \leq 0.561, \\ (1 - 0.25(P_{crd} / P_y)^{0.6})(P_{crd} / P_y)^{0.6} P_y, \\ \lambda_d > 0.561, \end{cases} \quad (9)$$

式中: $\lambda_d = \sqrt{P_y / P_{crd}}$, $P_y = A f_y$, $P_{crd} = A\sigma_{crd}$, P_{crd} 为构件的畸变屈曲临界荷载.

2.2 纯弯时构件 DSM 法计算

局部屈曲后的卷边 Z 型钢梁的承载力为^[4]:

$$M_l = \begin{cases} M_u, \lambda_1 \leq 0.776, \\ (1 - 0.15(M_{cr1} / M_u)^{0.4})(M_{cr1} / M_u)^{0.4} M_u, \\ \lambda_1 > 0.776, \end{cases} \quad (10)$$

其中:

$$M_u = \begin{cases} M_{cre}, M_{cre} < 0.56M_y, \\ \frac{10}{9}M_y(1 - \frac{10M_y}{36M_{cre}}), 0.56M_y \leq M_{cre} \leq 2.78M_y, \\ M_y, M_{cre} > 2.78M_y, \end{cases} \quad (11)$$

$$M_{cre} = \beta_y \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{EI_y (\frac{\pi^2 EI_w}{l^2} + GI_t)},$$

$$M_y = f_y W_x,$$

式中: M_y 为构件的畸变屈曲临界荷载; W_x 为抗弯截面系数; M_u 为整体屈曲承载力; β_y 是受弯构件的等效弯矩系数, 为 1.299^[12].

卷边 Z 型钢梁的畸变屈曲承载力为^[13]:

$$M_d = \begin{cases} M_y, \lambda_d \leq 0.673, \\ \left[1 - 0.22 \left(\frac{M_{crd}}{M_y} \right)^{0.5} \right] \left(\frac{M_{crd}}{M_y} \right)^{0.5} M_y, \lambda_d > 0.673, \end{cases} \quad (12)$$

式中: $\lambda_d = \sqrt{M_y / M_{crd}}$, $M_{crd} = W_x \sigma_{crd}$.

3 冷弯薄壁卷边 Z 型钢角度优化

3.1 目标文件与函数

将 DSM 法与轴压、纯弯计算公式相结合, 编成 Z 型钢构件屈曲后承载力的计算程序作为目标函数文件, 同时以 Z 型钢构件的轴压、纯弯承载力作为目标函数进行优化:

$$P = -\min(P_1, P_d), \quad M = -\min(M_1, M_d). \quad (13)$$

3.2 约束条件

以 Z 型钢构件截面尺寸中的卷边角度 θ 作为优化变量, 其他截面尺寸参数不变. 同时, θ 的取值范围为 $30^\circ \sim 160^\circ$.

4 Z 型钢构件畸变屈曲承载力与结果分析

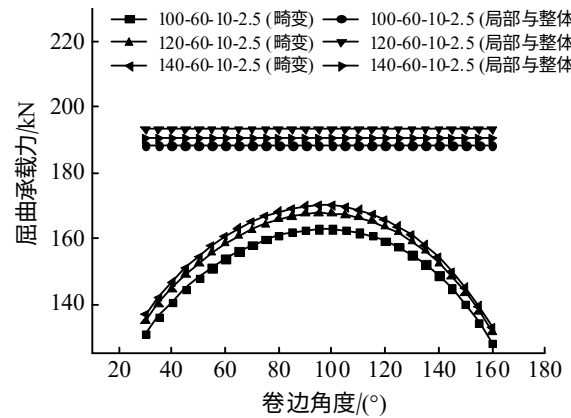
4.1 Z 型钢构件 DSM 计算

钢构件尺寸以英国 Albion Section 公司和浙江精工科技股份有限公司生产的冷弯薄壁卷边 Z 型钢构件为参考^[14], 同时用屈曲失效以畸变屈曲为主的试样进行优化研究.

当 Z 型钢构件其他截面尺寸参数不变时, 以一系列间隔为 5° 的卷边角度 θ ($\theta \in [30^\circ, 160^\circ]$) 进行数值计算, 得出其相应的承载力, 并且可以得出畸变屈曲、局部-整体相关屈曲承载力与卷边角度之间的对应关系(图 3~6).

从图 3 和图 4 可知, 在冷弯薄壁卷边 Z 型钢构

件的畸变屈曲、局部与整体相关屈曲的承载力中, 后者的承载力受卷边角度的影响很小, 而前者的承载力均小于后者的承载力, 因此本文构件的屈曲失稳模式是由畸变屈曲所主导. 因此, 重点研究冷弯薄壁 Z 型钢构件的卷边角度对畸变屈曲承载力



图例中数字为试样腹板高度、翼缘宽度、卷边长度和厚度, 单位均为 mm, 下同。

图 3 轴压时卷边角度与屈曲承载力变化曲线

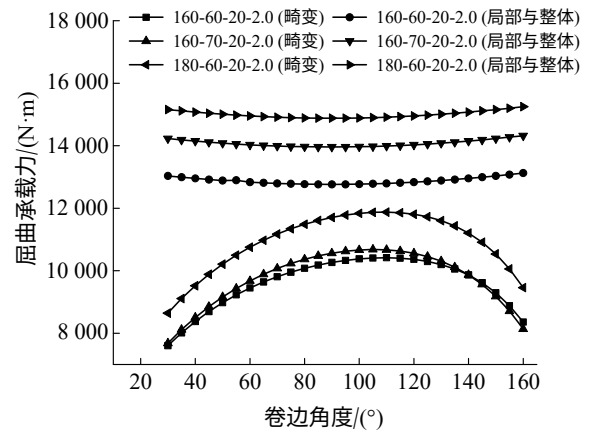


图 4 纯弯时卷边角度与屈曲承载力变化曲线

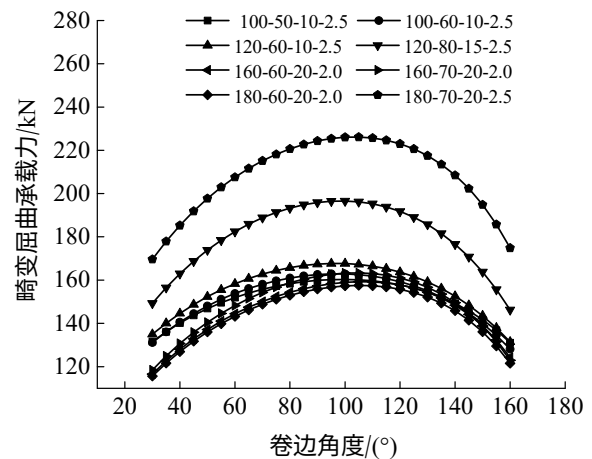


图 5 轴压时卷边角度与屈曲承载力变化曲线

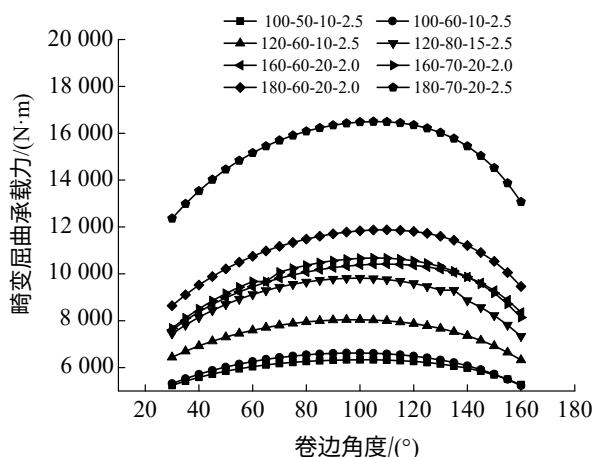


图6 纯弯时卷边角度与屈曲承载力变化曲线

的影响。从图5和图6可知,Z型钢构件卷边角度在 $30^{\circ}\sim 160^{\circ}$ 之间变化时,在轴压情况下构件的前者承载力极值主要集中分布在 $96^{\circ}\sim 106^{\circ}$;同样在纯弯情况下极值主要集中分布在 $97^{\circ}\sim 109^{\circ}$ 之间。

4.2 数值计算结果分析

由数值计算结果可知,卷边角度的变化对冷弯薄壁卷边Z型钢构件的畸变屈曲、局部与整体相关屈曲的承载力的影响不同,对后者影响很小,但是可以观察到前者的承载力与卷边角度之间的变化。从图3~6可知,前者的承载力是先逐步增大至最大值,然后逐渐减小。从而得出卷边角度的变化能明显改善冷弯薄壁卷边Z型钢构件的畸变屈曲承载力。

轴压和纯弯时Z型钢构件畸变屈曲承载力见表1和表2。从表1可知,具有最佳卷边角度都比标准卷边角度(90°)的冷弯薄壁Z型钢构件的畸变屈曲承载力有所提升,提升的幅度会随着腹板高度的不同而不同。在轴压时,腹板高度为100~140 mm的构件,所对应的极值承载力的卷边角度范围为 $96^{\circ}\sim 99^{\circ}$,因此最佳卷边角度可取为 97° ;腹板高度为160~200 mm构件,所对应的极值承载力的角度分布在 $104^{\circ}\sim 106^{\circ}$,其最佳卷边角度可取为 105° 。

从表1和表2可知,不同截面尺寸的冷弯薄壁卷边Z型钢构件中,具有最佳卷边角度明显高于标准卷边角度(90°)的构件的畸变屈曲承载力,这在腹板高度较高的构件上更为明显。在轴压时,畸变屈曲承载力提升了1 950、1 700、1 830、1 900 N;在纯弯时提升了150、171、156、215 N·m,最大的提升幅度达到1.46%,相当于提高了171 N·m。

在纯弯时,腹板高度为100~140 mm的冷弯薄壁卷边Z型钢构件中,所对应的极值承载力的角度为 $97^{\circ}\sim 100^{\circ}$,最佳卷边角度可取 98° ;同样腹板高度为160~200 mm的构件中,所对应的极值承载力的角度为 $105^{\circ}\sim 109^{\circ}$,最佳卷边角度可取为 107° 。

表1 轴压时Z型钢构件畸变屈曲承载力

尺寸/mm	$\theta_{opt}/(^{\circ})$	屈曲承载力/kN		θ_{opt} 与 90° 承载力差值/kN
		θ_{opt} 畸变	$\theta=90^{\circ}$ 畸变	
100-50-10-2.5	99	160.32	159.86	0.46
100-60-10-2.5	97	162.93	162.58	0.35
120-60-10-2.5	97	167.73	167.40	0.33
120-80-15-2.5	98	196.59	195.88	0.71
140-60-10-2.5	96	170.08	169.79	0.29
160-60-20-2.0	106	159.28	157.33	1.95
160-70-20-2.0	104	163.35	161.77	1.58
180-60-20-2.0	105	157.56	155.86	1.70
180-70-20-2.5	104	226.14	224.31	1.83
200-60-20-2.5	104	215.39	213.49	1.90

注:试样尺寸数字分别为试样腹板高度、翼缘宽度、卷边长度和厚度。 θ_{opt} 为试样最佳卷边角度。下表同。

表2 纯弯时Z型钢构件畸变屈曲承载力

尺寸/mm	$\theta_{opt}/(^{\circ})$	屈曲承载力/(kN·m)		θ_{opt} 与 90° 承载力差值/(kN·m)
		θ_{opt} 畸变	$\theta=90^{\circ}$ 畸变	
100-50-10-2.5	100	6 350	6 317	33
100-60-10-2.5	98	6 624	6 609	15
120-60-10-2.5	98	8 047	8 029	18
120-80-15-2.5	99	9 817	9 782	35
140-60-10-2.5	97	9 531	9 510	21
160-60-20-2.0	109	10 418	10 268	150
160-70-20-2.0	105	10 681	10 563	118
180-60-20-2.0	109	11 878	11 707	171
180-70-20-2.5	106	16 499	16 343	156
200-60-20-2.5	109	17 992	17 777	215

5 结论

(1)利用直接强度法与广义梁理论可以计算出在轴压和纯弯时不同卷边角度的冷弯薄壁卷边Z型钢构件的畸变屈曲、局部与整体相关屈曲的承载力。分析可得卷边角度的变化对后者承载力的影响很小,但是对前者承载力影响较大。

(2)利用遗传算法,以Z型钢构件的轴压、纯弯承载力作为目标函数进行优化,能快速得到最佳

卷边角度. 建议卷边的设计角度为 100° .

(3)设计得到的冷弯薄壁 Z 型钢构件的最佳卷边角度, 可以辅助设计人员以改变 Z 型钢构件的截面尺寸, 进而使屈曲模式以畸变屈曲为主的冷弯薄壁卷边 Z 型钢构件的畸变屈曲承载力有所提高.

参考文献:

- [1] Zhu J, Li L Y. A stiffened plate buckling model for calculating critical stress of distortional buckling of CFS beams[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2016(115/116):457-464.
- [2] Silvestre N, Camotim D. Distortional buckling formulae for cold-formed steel C and Z-section members: Part I derivation[J]. *Thin-Walled Structures*, 2004, 42(11):1567-1597.
- [3] Silvestre N, Camotim D. Distortional buckling formulae for cold-formed steel C-and Z-section members: Part II validation and application[J]. *Thin-Walled Structures*, 2004, 42(11):1599-1629.
- [4] Schafer B W, Peköz T. Direct strength prediction of cold-formed steel members using numerical elastic buckling-solutions[EB/OL]. [2017-10-04]. http://www.ce.jhu.edu/cfs/cfslibrary/UMR_direct_paper.pdf.
- [5] 黄冀卓. 基于遗传算法的钢结构截面优化[D]. 汕头: 汕头大学, 2003.
- [6] 黄栩浩, 孙国军, 吴梦景, 等. 冷弯薄壁卷边槽钢卷边角度优化设计[J]. *工业建筑*, 2015, 45(11):167-171; 180.
- [7] 王海明, 张耀春. 直卷边和斜卷边受弯构件畸变屈曲性能研究[J]. *工业建筑*, 2008, 38(6):106-109.
- [8] 张连营, 骆刚, 鹿丽宁, 等. 遗传算法在工程项目资源优化中的应用[J]. *天津大学学报(自然科学与工程技术版)*, 2001, 34(2):188-192.
- [9] BS5950-5. British steel structure specification[S].
- [10] 陈骥. 钢结构稳定理论与设计[M]. 北京: 科学出版社, 2001:1-594.
- [11] Hancock G J, Kwon Y B, Bernard E S. Strength design curves for thin-walled sections undergoing distortional buckling[J]. *Journal of Constructional Steel Research*, 1994, 31(23):169-186.
- [12] AS/NZS:4600-2005. Australian/New Zealand standard on cold-formed steel structures[S].
- [13] NAS:2004. North American specification for the design of cold-formed steel structural members[S].
- [14] Albion Sections Limited. Manufactures of cold rolled section[EB/OL]. [2017-10-04]. <http://www.albionsections.co.uk/albion-z-purlin/>.

Optimization on lip angle of cold-formed thin-walled Z-section

YE Wen-hua, ZHAO Wei-xin, LI Fa-chao, ZHU Jue*

(Faculty of Mechanical Engineering & Mechanics, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: In order to improve the bearing capacity of the cold-formed thin-walled Z steel structure, the angle of its lipping is optimized and analyzed. Taking the lip angle of cold-formed steel Z-section as an optimized parameter and keeping other dimensions as constants, the optimal lip angle under the maximal distortional buckling bearing capacity, viz., maximal axial loading on Z-column and maximal pure bending moment on Z-beam, is identified. Based on the direct strength method, the genetic algorithm is employed to search for the optimal angle. This method can not only save operation time and avoid blindness, but also find the accurate value of the optimal lipped angle. Finally, considering the changing trend of the bearing capacities and the processing error in construction, the optimal angle of the corresponding sample with different web height is taken out. In order to provide reference for the engineers in the project, it is suggested that the design angle of the lip is 100° .

Key words: lipped Z-section; lip angle; direct strength method; genetic algorithm; distortional buckling bearing capacity

(责任编辑 史小丽)