

各向异性量子点中的二维磁极化子效应

蒋倩云, 王彦杰, 潘孝胤*

(宁波大学 理学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 本文研究了在垂直均匀磁场下各向异性量子点中具有中等电子-声子耦合强度的二维磁极化子效应. 构造一个变分波函数, 它由两部分的乘积组成, 第一部分是相干声子态, 由对声子真空态的 Lee-Low-Pines 变换得来; 第二部分是电子波函数, 由二维各向异性谐振子波函数通过特殊么正变换得来. 然后通过变分法获得极化子能谱的积分表达式. 利用数值计算的结果, 阐明了磁场和各向异性对小尺寸量子点的基态和第一、第二激发态能量的影响.

关键词: 磁极化子; 电子-声子相互作用; 量子点

中图分类号: O041

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2018) 04-0092-07

近年来, 纳米结构制造技术的进步^[1-6]无论从实验还是理论上都极大地激发了人们对量子阱、量子线和量子点(QD)等低维系统的兴趣^[7-13], 特别是量子点. 人们已能将少量电子限制在几百纳米长或几纳米厚的量子点上, 由于其中的电子在3个空间维度上都被限制, 这种小结构的约束带来了新的量子效应, 例如电子能谱被完全量子化. 由于其潜在的应用和由纳米尺寸引起许多有趣的新量子物理效应, 对量子点电学性质的研究变得很重要.

对量子点电学性质的研究势必涉及电子-声子相互作用, 特别是电子与纵光学支(LO)声子的相互作用. 半导体量子点中的电学性质领域已有广泛研究^[14-22], 许多方法已被用于计算基态能量, 如二阶微扰理论^[16-18], Feynman-Haken 变分路径积分法^[19-20], Lee-Low-Pines-Huybrecht (LLP-H)方法^[21], Landau-Pekar (LP)变分理论^[22]等等. 不同方法得出了一致的结论, 即极化子修正会随着量子点限制势的增强而增强. 并且, 人们发现对三维(3D)极性晶体材料中的电、光学性质有重要影响的电子-声子相互作用, 在低维系统中也具有明显的效果.

由于磁场会影响限制长度, 所以磁场下的极化子效应(磁极化子效应)在量子点中变得更加有

趣. Haupt 等^[23]研究了三维完全各向异性量子点中磁极化子的回旋共振, 得到了各向异性和磁极化子对各向同性量子点的能级修正. 在 Rayleigh-Schrödinger 微扰理论(RSPT)^[24]的框架内, Zhu 等^[25]研究了在强磁场下量子点中的磁极化子的回旋共振. Yip^[26]也使用算符方法研究了类似的问题. Zhu 等^[27]计算了在磁场下 GaAs/AlGaAs 量子点中的磁极化子能谱与温度的关系. Kandemir 等^[28-29]使用 Lee-Low-Pines (LLP)方法研究了限制在 3D 量子点中和均匀磁场作用下的极化子效应. 近来, Chen 研究了二维(2D)量子点中的杂质磁极化子^[30]和在 3D 各向异性量子点中极化子^[31]的回旋共振.

上述文献都声称是限制在“各向异性谐振势”和垂直磁场中的 3D 系统, 实际上是平面上各项同性($\omega_x = \omega_y$)的系统, 即各向异性是沿着 z 轴方向而不是平面方向. 其原因是在垂直磁场下各向同性的波函数(Fock-Darwin State)^[32]相对简单, 而波函数在各向异性($\omega_x \neq \omega_y$)情况下会变得非常复杂^[33]而难以解析处理. 因此, 在垂直磁场的平面上各向异性量子点的极化子效应长期以来都是一个难题.

另一方面, 由于平面上各向异性意味着旋转对称性的破缺, 从而带来大量新的物理特性^[34-41],

收稿日期: 2017-12-25.

宁波大学学报(理工版) 网址: <http://journal.lg.nbu.edu.cn/>

基金项目: 国家自然科学基金 (11275100).

第一作者: 蒋倩云 (1992-), 女, 湖南怀化人, 在读硕士研究生, 主要研究方向: 磁极化子相关计算. E-mail: 229496753@qq.com

*通信作者: 潘孝胤 (1974-), 男, 浙江宁海人, 研究员, 主要研究方向: 凝聚态理论. E-mail: panxiaoyin@nbu.edu.cn

因此关于平面上各向异性量子点存在很多研究工作, 比如, 壳结构模式的能谱在微小形变下会变得不明显, 在较强的各向异性下会消失^[34], 单粒子激发光谱的简并由于对称性的减少而提高, 选择定则受到态之间的耦合效应的影响^[35]. 此外, 对磁场的依赖性, 例如各向异性量子点的磁化强度, 也有了研究^[38]. 因此, 研究平面上各向异性量子点中的磁极化子效应很有必要. 本文将采用变分法来研究中等耦合强度的情形. 变分波函数由两部分的乘积组成, 第一部分是相干声子态, 由对声子真空态的 Lee-Low-Pines 变换得来; 第二部分是电子部分, 由二维各向异性谐振子波函数通过特殊么正变换得来. 由此得到磁极化子能谱的积分表达式, 并针对基态和一些激发态进一步讨论磁场和各向异性的影响.

1 模型介绍

选取坐标使得磁场 B 沿着 z 方向, 假设能带质量为 m_0 的电子在 z 方向的限制比其他两个方向要强得多, 系统的哈密顿量可以写成

$$\hat{H}_e = \frac{1}{2m_0} (\hat{\mathbf{P}} + \frac{e}{c} \mathbf{A})^2 + V(x, y), \quad (1)$$

其中束缚势

$$V(x, y) = m_0(\omega_x^2 + \omega_y^2) / 2, \quad (2)$$

它描写的是二维各向异性抛物势^[37-38]. 这样一来, 在有效质量近似下电子-声子系统的 Fröhlich 哈密顿算符可以写作

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1, \quad (3)$$

其中, 不受微扰的哈密顿量由电子部分和声子部分组成:

$$\hat{H}_0 = \hat{H}_e + \sum_q \hbar \omega_{LO} \hat{b}_q^\dagger \hat{b}_q, \quad (4)$$

式中, ω_{LO} 是 LO 声子频率; $\hat{b}_q^\dagger$ 是波矢为 $\mathbf{q}$ 的纵光学声子产生算符, $q=|\mathbf{q}|$. 而微扰部分是

$$\hat{H}_1 = \sum_q (V_q \hat{b}_q e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} + V_q^* \hat{b}_q^\dagger e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}), \quad (5)$$

它描写的是电子和 LO 声子之间的相互作用. V_q 定义为

$$V_q = i \frac{\hbar \omega_{LO}}{\sqrt{q}} \left(\frac{\hbar}{2m^* \omega_{LO}} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{2\pi\alpha}{A}, \quad (6)$$

式中, α 为电子-声子耦合常数; A 为样品面积. 注

意 V_q 只取决于 $\mathbf{q}$ 的长度. 不失一般性, 假定 $\omega_x > \omega_y$. 选取对称规范, 磁矢势写作 $\mathbf{A} = (-B_y / 2, B_x / 2)$.

采用的变分波函数为

$$|\Psi\rangle = U |\psi\rangle_{n_1 n_2} \otimes D(f) |0\rangle_{ph}, \quad (7)$$

式中, $U = e^{i\gamma xy} e^{i\beta \hat{p}_x \hat{p}_y}$ 为特殊么正变换^[33],

$$\gamma = m_0 (\sqrt{(\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_c^2)^2 - 4\omega_x^2 \omega_y^2} - (\omega_x^2 - \omega_y^2)) / (2\hbar \omega_c),$$

$$\beta = \omega_c / (\hbar m_0 \sqrt{(\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_c^2)^2 - 4\omega_x^2 \omega_y^2}),$$

$\omega_c = eB / (m_0 c)$ 为回旋频率, $|\psi\rangle_{n_1 n_2}$ 是方程(1)经过特殊么正变换之后哈密顿量 $\hat{H}_e'$ 的变分波函数,

$$\hat{H}_e' = U \hat{H}_e U^{-1} = \hat{p}_x^2 / (2M_1) + M_1 \omega_1^2 x^2 / 2 + \hat{p}_y^2 / (2M_2) + M_2 \omega_2^2 y^2 / 2,$$

在坐标表象中其表达式为

$$\langle \mathbf{r} | \psi \rangle_{n_1 n_2} = N_{n_1} N_{n_2} e^{-\lambda_1^2 x^2 / 2} H_{n_1}(\lambda_1 x) e^{-\lambda_2^2 y^2 / 2} H_{n_2}(\lambda_2 y), \quad (8)$$

式中, λ_1, λ_2 为待定的变分参数; $N_{n_i} = (\frac{\lambda_i}{\sqrt{\pi} 2^{n_i} n_i!})^{1/2}$,

$i=1, 2$ 是归一化常数; $H_n(z)$ 是厄米多项式. 而

$$D(f) = \exp \left\{ \sum_q (f_q \hat{b}_q^\dagger - f_q^* \hat{b}_q) \right\}, \quad (9)$$

此即著名的 LLP 变换, 通过它使得声子真空态 $|0\rangle_{ph}$ 产生相干声子态.

很明显, H_e 的变分态波函数 ψ 可通过么正变换 U 连接到 H_e' 的变分态波函数, 即 $\psi = U \psi'$. 因此, 变分能量由下式给出:

$$E_{n_1, n_2}(\lambda_1, \lambda_2) = \langle \Psi | H | \Psi \rangle = \langle \Psi | U^{-1} \hat{H}_e U | \Psi \rangle + \sum_q \hbar \omega_{LO} \langle 0 | D^\dagger(f) \hat{b}_q^\dagger \hat{b}_q D(f) | 0 \rangle_{ph} + \langle \Psi | \hat{H}_1 | \Psi \rangle. \quad (10)$$

将方程(7)和(9)代入(10)式, 得

$$E_{n_1, n_2}(\lambda_1, \lambda_2) = E_{n_1, n_2}^R(\lambda_1, \lambda_2) + \sum_q \hbar \omega_{LO} |f_q|^2 + \left(\sum_q V_q' \rho_{n_1, n_2}(\mathbf{q}, \lambda_1, \lambda_2) f_q + \text{H.C.} \right), \quad (11)$$

其中电子的能量期望值

$$E_{n_1, n_2}^R(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{\hbar^2 \lambda_1^2}{4M_1} (2n_1 + 1) + \frac{\hbar^2 \lambda_2^2}{4M_2} (2n_2 + 1) + \frac{M_1 \omega_1^2}{4\lambda_1^2} (2n_1 + 1) + \frac{M_2 \omega_2^2}{4\lambda_2^2} (2n_2 + 1), \quad (12)$$

有效质量 $M_{1,2}$ 和有效频率 $\omega_{1,2}$ 分别为

$$M_{1,2} = 2m_0 \sqrt{(\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_c^2)^2 - 4\omega_x^2 \omega_y^2} /$$

$$((\omega_x^2 - \omega_y^2 \pm \omega_c^2) +$$

$$\sqrt{(\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_c^2)^2 - 4\omega_x^2 \omega_y^2}),$$

$$\omega_{1,2} = (\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_c^2 \pm$$

$$\sqrt{(\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_c^2)^2 - 4\omega_x^2 \omega_y^2})^{1/2} / \sqrt{2},$$

$$V'_q = UV_q U^{-1} = V_q e^{i\hbar^2 \beta q_x q_y}.$$

矩阵元为

$$\rho_{n_1, n_2}(\mathbf{q}, \lambda_1, \lambda_2) = \langle \psi_{n_1, n_2} | e^{-i\hbar \mathbf{q} \cdot \mathbf{J}} e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} | \psi_{n_1, n_2} \rangle =$$

$$\frac{e^{-(\frac{1}{4}\lambda_1(\hbar^2 \beta q_x)^2 + \frac{1}{4}\lambda_2(\hbar^2 \beta q_y)^2 + i\hbar^2 \beta q_x q_y + \frac{q_x^2}{4\lambda_1^2} + \frac{q_y^2}{4\lambda_2^2})}}{2^{n_1+n_2} n_1! n_2!}, \quad (13)$$

其中 $\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 为矩阵, 注意在得到上述表达式时, 使用了下面的公式:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-a^2 x^2 + bx} H_n(ax) H_m(ax + D) =$$

$$\frac{\pi^{1/2}}{a} e^{\frac{b^2}{4a^2} \min(n, m)} \sum_{p=0}^{\min(n, m)} \frac{m! n! a_3^p a_4^{n-p} a_5^{m-p}}{p!(n-p)!(m-p)!}, \quad (14)$$

其中 $a_3 = 2$, $a_4 = b/a$, $a_5 = 2D + b/a$, 此公式可用生成函数的方法得到^[42].

然后能量 E 取极小值可得到 f_q^* , f_q 分别满足

$$f_q^* = -V'_q \rho_{n_1, n_2}(\mathbf{q}, \lambda_1, \lambda_2) / (\hbar \omega_{LO}),$$

$$f_q = -V_q^* \rho_{n_1, n_2}^*(\mathbf{q}, \lambda_1, \lambda_2) / (\hbar \omega_{LO}). \quad (15)$$

再将方程(15)代回(11), 得到

$$E_{n_1, n_2}(\lambda_1, \lambda_2) = E_{n_1, n_2}^R(\lambda_1, \lambda_2) - \Delta E(\lambda_1, \lambda_2), \quad (16)$$

式中, $\Delta E(\lambda_1, \lambda_2)$ 是由于电子和 LO 声子之间相互作用而导致的能量修正项,

$$\Delta E(\lambda_1, \lambda_2) = \sqrt{2\alpha} / (4\pi\hbar\omega_{LO}) \cdot$$

$$\iint (|\rho_{n_1, n_2}(\mathbf{q}, \lambda_1, \lambda_2)|^2 / |\mathbf{q}|) d\mathbf{q}. \quad (17)$$

方程(16)是本文的关键结果. 将(16)式中的 λ_1, λ_2 取最小值后便可得到磁极化子能量.

2 结果和讨论

重写 $\omega_x = \omega_0 \sin \varphi$, $\omega_y = \omega_0 \cos \varphi$. 在这种形式下, 各向异性度由角度 φ 来表征. 显然, $\varphi = \pi/4$ 对应于圆形抛物线势的情况, 当 $\varphi \rightarrow \pi/2$ 时限制势成线状. 另一方面, 量子点的有效尺寸或限制长度

可以定义为 $l_0 = (\hbar / (m_0 \omega_0))^{1/2}$, 极化子半径通常定义为 $r_0 = (\hbar / (2m_0 \omega_0))^{1/2}$. 因而在 $\omega_{LO} = \hbar = m_0 = 1.0$ 单位下, 量子点的相对尺寸为 $l_0 / r_0 = (2\omega_0)^{-1/2}$. 以下仅考虑小尺寸量子点, 即 l_0 与 r_0 具有相同量级.

2.1 基态能量 $E_{0,0}$

首先, 考虑基态变分波函数 $|\psi\rangle_{0,0}$, 则等式(8)的变分电子波函数变为

$$\psi_{0,0}(\mathbf{r}) = \psi_{0,0}(x, y) = \sqrt{\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\pi}} e^{-\frac{\lambda_1^2 x^2}{2}} e^{-\frac{\lambda_2^2 y^2}{2}}. \quad (18)$$

方程(16)的能量期望值变为

$$E_{0,0}(\lambda_1, \lambda_2) = E_{0,0}^R(\lambda_1, \lambda_2) - \sqrt{2\alpha} / (4\pi\hbar\omega_{LO}) \cdot$$

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{\pi} / (2(A_0 + iB_0)^{1/2}) d\theta, \quad (19)$$

式中,

$$A_0 = (\frac{1}{2}\hbar^4 \beta^2 + \frac{1}{2\lambda_1^2 \lambda_2^2})(\lambda_1^2 \sin^2 \theta + \lambda_2^2 \cos^2 \theta),$$

$$B_0 = 2\hbar^2 \beta \sin \theta \cos \theta,$$

$$E_{0,0}^R(\lambda_1, \lambda_2) = \hbar^2 \lambda_1^2 / (4M_1) + \hbar^2 \lambda_2^2 / (4M_2) +$$

$$M_1 \omega_1^2 / (4\lambda_1^2) + M_2 \omega_2^2 / (4\lambda_2^2). \quad (20)$$

方程(19)右边的积分不能解析得到, 所以对它进行数值计算, 然后对 λ_1, λ_2 取最小值. 在中等耦合强度 $\alpha=4.0$ 下, 选取不同各向异性参数值 $\varphi=45^\circ, 50^\circ, 55^\circ, 65^\circ, 75^\circ, 89^\circ$ 的磁极化子基态能量 $E_{0,0}$ 作图(图 1~3). 为便于比较, 在同一图中画出电子的基态能量 $E_{0,0}^R$. 从图 1~3 可以看出, 电子-声子相互作用使电子的基态能量产生负偏移. 然而, 随着量子点的尺寸 l_0 从 r_0 减小到 $r_0/2$, 磁极化子的基态能量随 ω_c 变化的曲线有很大不同.

对于如图 1 所示的 $l_0 = r_0$, 在各向同性情况下,

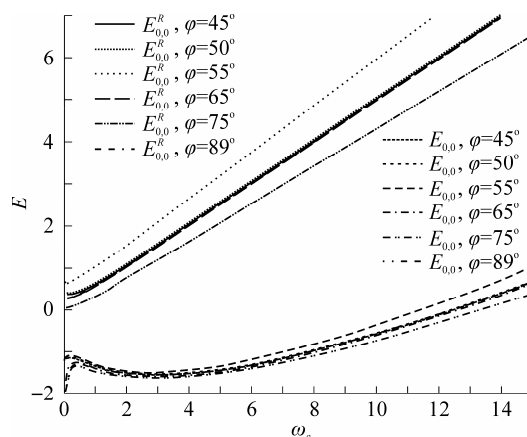


图 1 $\omega_0=0.5$, $l_0=r_0$ 时电子和磁极化子的基态能量

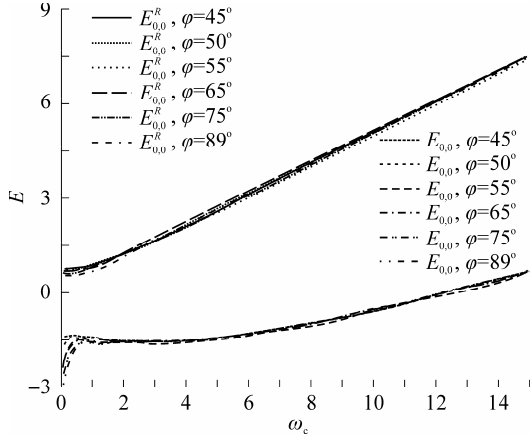


图2 $\omega_0=1.0$, $l_0=r_0/\sqrt{2}$ 时电子和磁极化子的基态能量

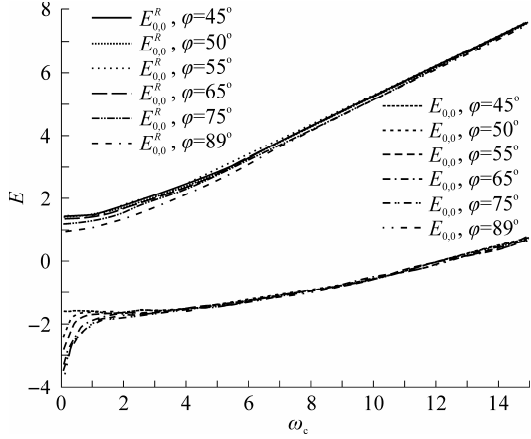


图3 $\omega_0=2.0$, $l_0=r_0/2$ 时电子和磁极化子的基态能量
即 $\varphi=45^\circ$, 磁极化子的基态能量一开始随着磁场强度或 ω_c 的增强而减小, 随着 ω_c 进一步增强而增加, 因而中间存在一最小值. 随着各向异性度即 φ 的值增加, 磁极化子的基态能量曲线在 ω_c 值很小的地方开始产生一个凸起, 其值随着 ω_c 从 0 增加而迅速达到一局部最大值, 然后减小, 当 ω_c 更进一步增加时再次增加. 当 QD 的尺寸减小到 $l_0=r_0/\sqrt{2}$ 时如图 2 所示, 该凸起的高度减小而变得不明显. 而当 QD 的尺寸进一步减小为 $l_0=r_0/2$, 凸起甚至消失, 曲线开始变为单调递增, 如图 3 所示.

由此可见, 各向异性度和量子点尺寸对磁极化子的基态能量作为磁场强度函数的曲线形状有较大影响. 尽管在磁场强度足够强后, 该曲线都表现为单调递增, 但是在极化子半径和量子点尺寸相等, 磁场相对较弱时会出现一个快速增加然后再下降的峰. 此时若增加各向异性度, 此峰会变得明显. 当量子点尺寸变小时, 此峰的下降部分变得不明显, 乃至逐渐消失, 能量曲线转成单调递增.

2.2 激发态能量 $E_{1,0}$ 和 $E_{0,1}$

考虑激发态 $|\psi\rangle_{1,0}, |\psi\rangle_{0,1}$, 其电子波函数为

$$\begin{aligned}\psi_{1,0}(\mathbf{r}) &= \sqrt{2\lambda_1\lambda_2} / \pi \lambda_1 x e^{-\lambda_1^2 x^2/2} e^{-\lambda_2^2 y^2/2}, \\ \psi_{0,1}(\mathbf{r}) &= \sqrt{2\lambda_1\lambda_2} / \pi \lambda_2 y e^{-\lambda_1^2 x^2/2} e^{-\lambda_2^2 y^2/2}.\end{aligned}\quad (21)$$

从方程(16)中得到两个激发态的变分能量

$$\begin{aligned}E_{1,0} &= E_{1,0}^R - \sqrt{2}\alpha / (16\lambda_1^4 \pi \hbar \omega_{LO}) \cdot \\ &\quad \int_0^{2\pi} \frac{4K(A+iB) - 2D(A+iB) + 3C}{8(A+iB)^{5/2}} \cdot \\ &\quad \sqrt{\pi} d\theta, \\ E_{0,1} &= E_{0,1}^R - \sqrt{2}\alpha / (16\lambda_2^4 \pi \hbar \omega_{LO}) \cdot \\ &\quad \int_0^{2\pi} \frac{4K'(A'+iB') - 2D'(A'+iB') + 3C'}{8(A'+iB')^{5/2}} \cdot \\ &\quad \sqrt{\pi} d\theta,\end{aligned}\quad (22)$$

式中,

$$E_{1,0}^R = \frac{3\hbar^2 \lambda_1^2}{4M_1} + \frac{\hbar^2 \lambda_2^2}{4M_2} + \frac{3M_1 \omega_1^2}{4\lambda_1^2} + \frac{M_2 \omega_2^2}{4\lambda_2^2}, \quad (24)$$

系数

$$\begin{aligned}A &= \left(\frac{1}{2}\hbar^4 \beta^2 + \frac{1}{2\lambda_1^2 \lambda_2^2}\right)(\lambda_1^2 \sin^2 \theta + \lambda_2^2 \cos^2 \theta), \\ B &= 2\hbar^2 \beta \sin \theta \cos \theta, \\ C &= \cos^4 \theta + 2\lambda_1^4 \hbar^4 \beta^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \\ &\quad \lambda_1^8 \hbar^8 \beta^4 \sin^4 \theta, \\ D &= 4\lambda_1^2 \cos^2 \theta + 4\lambda_1^6 \hbar^4 \beta^2 \sin^2 \theta, \\ K &= 4\lambda_1^4,\end{aligned}$$

以及

$$E_{0,1}^R = \frac{\hbar^2 \lambda_1^2}{4M_1} + \frac{3\hbar^2 \lambda_2^2}{4M_2} + \frac{M_1 \omega_1^2}{4\lambda_1^2} + \frac{3M_2 \omega_2^2}{4\lambda_2^2}, \quad (25)$$

系数

$$\begin{aligned}A' &= \left(\frac{1}{2}\hbar^4 \beta^2 + \frac{1}{2\lambda_1^2 \lambda_2^2}\right)(\lambda_1^2 \cos^2 \theta + \lambda_2^2 \sin^2 \theta), \\ B' &= 2\hbar^2 \beta \sin \theta \cos \theta, \\ C' &= \sin^4 \theta + 2\lambda_2^4 \hbar^4 \beta^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \\ &\quad \lambda_2^8 \hbar^8 \beta^4 \cos^4 \theta, \\ D' &= 4\lambda_2^2 \sin^2 \theta + 4\lambda_2^6 \hbar^4 \beta^2 \cos^2 \theta, \\ K' &= 4\lambda_2^4.\end{aligned}$$

对(22)和(23)式中的 λ_1, λ_2 做变分可得到相应的激发态能量. 类似于基态, 对于不同尺寸 l_0 和不同各向异性度 φ , 通过数值计算得到其能量作为 ω_c 的函数. 其中图 4~6 和图 7~9 分别对应状态 $|\psi\rangle_{0,1}$ 和 $|\psi\rangle_{1,0}$. 电子-声子相互作用也使电子的激

发态能量与基态情况相似地产生负偏移. 然而, 与基态情况不同的是, 在不同的各向同性情况下激发态能量都随 ω_c 的增加而单调增加. 随着各向异性程度的增加, 在量子点尺寸从 r_0 变到 $r_0/2$ 过程中, 会出现一个小的凸起. 与基态情况相比, 该凸起的高度不是很大, 不太明显.

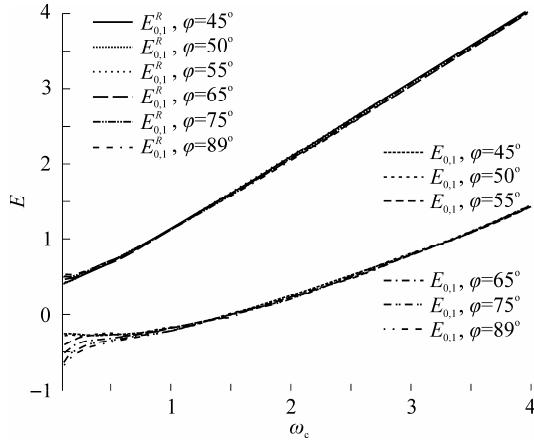


图4 $\omega_0=0.5$, $l_0=r_0$ 时电子和磁极化子的激发态能量

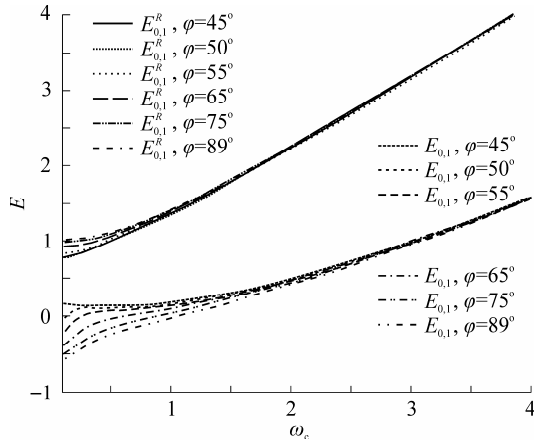


图5 $\omega_0=1.0$, $l_0=r_0/\sqrt{2}$ 时电子和磁极化子的激发态能量

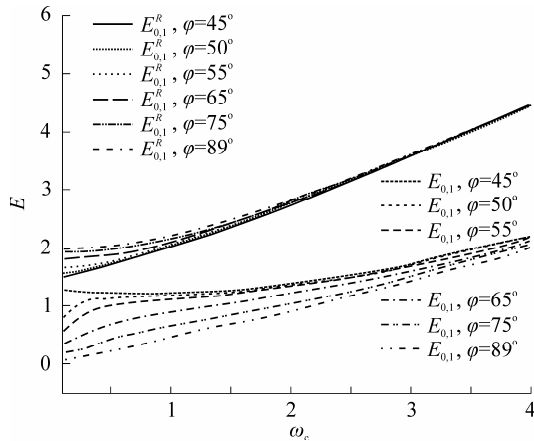


图6 $\omega_0=2.0$, $l_0=r_0/2$ 时电子和磁极化子的激发态能量

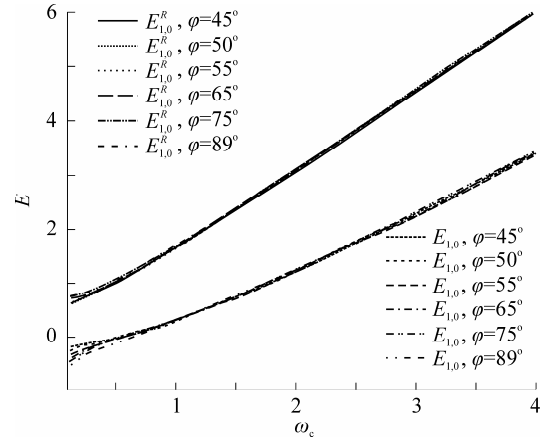


图7 $\omega_0=0.5$, $l_0=r_0$ 时电子和磁极化子的激发态能量

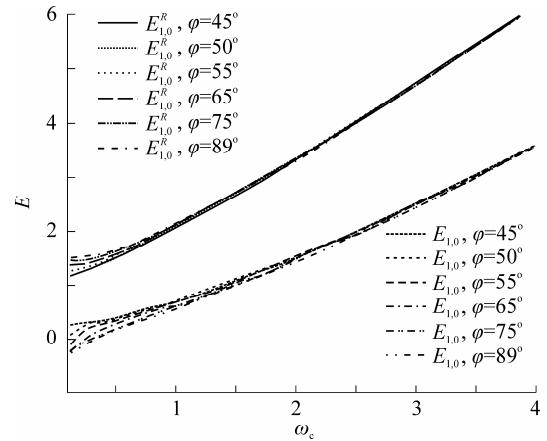


图8 $\omega_0=1.0$, $l_0=r_0/\sqrt{2}$ 时电子和磁极化子的激发态能量

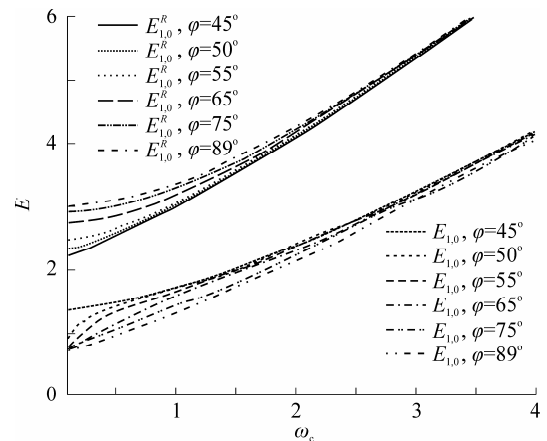


图9 $\omega_0=2.0$, $l_0=r_0/2$ 时电子和磁极化子的激发态能量

3 结论

本文研究了在二维各向异性量子点和垂直磁场中具有中等电子-声子耦合强度作用下的磁极化子效应. 通过使用变分法, 得到了磁极化子能谱的积分表达式, 然后通过数值计算, 阐明了在一些不

同尺寸量子点中, 不同各向异性度下的基态、第一和第二激发态的磁极化子效应. 电子-声子相互作用总是对无微扰情况下的能量产生负偏移, 但是对于不同尺寸的量子点, 在磁场较弱的区域, 能量曲线作为磁场强度的函数在不同的各向异性度下有很大不同. 而在磁场强度足够强后, 各向异性度影响不明显, 该曲线都表现为单调递增.

参考文献:

- [1] Kastner M A. The single-electron transistor[J]. Review of Modern Physics, 1992, 64(3):849-858.
- [2] Reed M A, Bate R T, Bradshaw K, et al. Spatial quantization in GaAs-AlGaAs multiple quantum dots[J]. Journal of Vacuum Science & Technology B, Nanotechnology and Microelectronics: Materials, Processing, Measurement, and Phenomena, 1986, 4(1):358-360.
- [3] Kash K, Scherer A, Worlock J M, et al. Optical spectroscopy of ultrasmall structures etched from quantum wells[J]. Applied Physics Letters, 1986, 49(16):1043-1045.
- [4] Cibert J, Petroff P M, Dolan G J, et al. Optically detected carrier confinement to one and zero dimension in GaAs quantum well wires and boxes[J]. Applied Physics Letters, 1986, 49(19):1275-1277.
- [5] Temkin H, Dolan G J, Panish M B, et al. Low temperature photoluminescence from InGaAs/InP quantum wires and boxes[J]. Applied Physics Letters, 1987, 50(7):413-415.
- [6] Reed M A, Randall J N, Aggarwal R J, et al. Observation of discrete electronic states in a zero-dimensional semiconductor nanostructure[J]. Physical Review Letters, 1988, 60(6):535-537.
- [7] Sikorski C, Merkt U. Spectroscopy of electronic states in InSb quantum dots[J]. Physical Review Letters, 1989, 62(18):2164-2167.
- [8] Demel T, Heitmann D, Grambow P, et al. Nonlocal dynamic response and level crossings in quantum-dot structures[J]. Physical Review Letters, 1990, 64(7):788-791.
- [9] Lorke A, Kotthaus J P, Ploog K. Coupling of quantum dots on GaAs[J]. Physical Review Letters, 1990, 64(21):2559-2562.
- [10] Reimann S M, Manninen M. Electronic structure of quantum dots[J]. Reviews of Modern Physics, 2002, 74(4):1283-1342.
- [11] Chakraborty T. Quantum Dots: A Survey of the Properties of Artificial Atoms[M]. Amsterdam: Elsevier, 1999.
- [12] Jacak L, Hawrylak P, Wójs A. Quantum Dots[M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 2013.
- [13] Johnson N F. Quantum dots: Few-body, low-dimensional systems[J]. Journal of Physics: Condensed Matter, 1995, 7(6):965-989.
- [14] Pan J S, Pan H B. Size quantum effect of the energy of a charge carrier in a semiconductor crystallite[J]. Physica Status Solidi (B), 1988, 148(1):129-141.
- [15] Roussignol P, Ricard D, Flytzanis C D, et al. Phonon broadening and spectral hole burning in very small semiconductor particles[J]. Physical Review Letters, 1989, 62(3):312-315.
- [16] Degani M H, Farias G A. Polaron effects in one-dimensional lateral quantum wires and parabolic quantum dots[J]. Physical Review B, 1990, 42(18):11950-11952.
- [17] Zhu K D, Gu S W. Temperature dependence of polarons in a harmonic quantum dot[J]. Physics Letters A, 1992, 171(1):113-118.
- [18] Mukhopadhyay S, Chatterjee A. Rayleigh-Schrodinger perturbation theory for electron-phonon interaction effects in polar semiconductor quantum dots with parabolic confinement[J]. Physics Letters A, 1995, 204(5):411-417.
- [19] Mukhopadhyay S, Chatterjee A. Path-integral approach for electron-phonon interaction effects in harmonic quantum dots[J]. International Journal of Modern Physics B, 1996, 10(22):2781-2796.
- [20] Chen Q, Ren Y, Jiao Z, et al. Feynman-Haken path-integral approach for polarons in parabolic quantum wires and dots[J]. Physical Review B, 1998, 58(24):16340-16352.
- [21] Kervan N, Altanhan T, Chatterjee A. A variational approach with squeezed-states for the polaronic effects in quantum dots[J]. Physics Letters A, 2003, 315(3):280-287.
- [22] Chen S H, Yao Q Z, Wei Y H. Temperature dependence of polaronic correction to the ground state energy in a GaAs parabolic quantum dot[J]. Journal of Low Temperature Physics, 2012, 168(1/2):63-68.
- [23] Haupt R, Wendler L. Cyclotron resonance of magnetopolarons in anisotropic parabolic quantum dots[J]. Physica B: Condensed Matter, 1993, 184(1/2/3/4):394-397.
- [24] Mitra T K, Chatterjee A, Mukhopadhyay S. Polarons[J]. Physics Reports, 1987, 153(2/3):91-207.
- [25] Zhu K D, Gu S W. Cyclotron resonance of magnetopolarons in a parabolic quantum dot in strong magnetic fields[J]. Physical Review B, 1993, 47(19):12941-12944.
- [26] Yip S K. Extensions of Kohn's theorem[J]. Physical Review B, 1989, 40(6):3682-3684.
- [27] Zhu K D, Kobayashi T. Temperature dependence of magnetopolaron masses in a GaAs/AlGaAs quantum dot

- in external magnetic fields[J]. *Solid State Communications*, 1995, 95(11):805-809.
- [28] Kandemir B S, Altanhan T. Polaron effects on an anisotropic quantum dot in a magnetic field[J]. *Physical Review B*, 1999, 60(7):4834-4849.
- [29] Kandemir B S, Altanhan T. Cyclotron mass of a polaron in a quantum dot[J]. *Physics Letters A*, 2001, 287(5):403-408.
- [30] Chen S H. The cyclotron resonance of impurity magnetopolarons in two-dimensional quantum dots for all coupling strengths[J]. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 2011, 43(4):1007-1010.
- [31] Chen S H. The cyclotron resonance of a polaron in an anisotropic quantum dot[J]. *Superlattices and Microstructures*, 2016, 100:900-906.
- [32] Fock V. Bemerkung zur quantelung des harmonischen oszillators im magnetfeld[J]. *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei*, 1928, 47(5):446-448.
- [33] Dippel O, Schmelcher P, Cederbaum L S. Charged anisotropic harmonic oscillator and the hydrogen atom in crossed fields[J]. *Physical Review A*, 1994, 49(6):4415-4429.
- [34] Ezaki T, Mori N, Hamaguchi C. Electronic structures in circular, elliptic, and triangular quantum dots[J]. *Physical Review B*, 1997, 56(11):6428-6431.
- [35] Imamura H, Maksym P A, Aoki H. Symmetry of 'molecular' configurations of interacting electrons in a quantum dot in strong magnetic fields[J]. *Physica B: Condensed Matter*, 1998, 249:214-219.
- [36] Reimann S M, Koskinen M, Lindelof P E, et al. Spin-density waves in superdeformed quantum dots[J]. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 1998, 2(1):648-651.
- [37] Drouvelis P S, Schmelcher P, Diakonov F K. Global view on the electronic properties of two-electron anisotropic quantum dots[EB/OL]. [2016-04-09]. <https://journals.aps.org/prb/abstract/10.1103/PhysRevB.69.035333>.
- [38] Drouvelis P S, Schmelcher P, Diakonov F K. Effects of anisotropy and magnetic fields on two-electron parabolic quantum dots[J]. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 2004, 16(21):3633-3646.
- [39] Kościk P, Okopińska A. Two-electron entanglement in elliptically deformed quantum dots[J]. *Physics Letters A*, 2010, 374(37):3841-3846.
- [40] Yannouleas C, Landman U. Symmetry breaking and quantum correlations in finite systems: Studies of quantum dots and ultracold Bose gases and related nuclear and chemical methods[J]. *Reports on Progress in Physics*, 2007, 70(12):2067-2148.
- [41] Birman J L, Nazmitdinov R G, Yukalov V I. Effects of symmetry breaking in finite quantum systems[J]. *Physics Reports*, 2013, 526(1):1-91.
- [42] Um C I, Yeon K H, George T F. The quantum damped harmonic oscillator[J]. *Physics Reports*, 2002, 362(2/3): 63-192.

Polaron effects on a two-dimensional anisotropic parabolic quantum dot in a perpendicular magnetic field

JIANG Qian-yun, WANG Yan-jie, PAN Xiao-yin^{*}

(Faculty of Science, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: The polaronic effects under a perpendicular uniform magnetic field in two-dimensional anisotropic parabolic quantum dots are studied for an intermediate electron-phonon coupling strength. A variational wave function is constructed as a product form of a part of coherent phonons generated by the Lee-Low-Pines transformation from the vacuum and an electronic part, with the latter being a special unitary transformation from the wave function of a two-dimensional simple anisotropic harmonic oscillator. Integral expressions for the polaron energy spectrum are obtained by the minimization procedure. After evaluating the results numerically, the magnetic and anisotropic effects for the ground and first two excited states of small size quantum dots are demonstrated.

Key words: magnetopolaron; electron-phonon interactions; quantum dots

(责任编辑 韩 超)