

基于 DNSGA-II 算法的三值 FPRM 电路面积与功耗优化

王铭波¹, 汪鹏君^{1*}, 符强^{1,2}, 张会红¹

(1. 宁波大学 电路与系统研究所, 浙江 宁波 315211; 2. 宁波大学 科学技术学院, 浙江 宁波 315212)

摘要: 针对三值 FPRM 电路面积与功耗综合优化问题, 提出一种基于差分非支配排序遗传算法 (Differential Non-dominated Sort Genetic Algorithm II, DNSGA-II) 的最佳极性搜索方案。首先在 DNSGA-II 算法中, 随机抽取种群个体进行高斯变异而产生变异群体。从 Pareto 非劣解集和变异群体中抽取父代进行二项式交叉产生子代群体, 从而维持算法的多样性。然后, 结合 DNSGA-II 算法与三值 FPRM 电路极性转换技术和低功耗技术, 搜索电路面积与功耗的最佳极性。最后对 MCNC Benchmark 电路进行测试, 与 GA 和 NSGA-II 算法搜索到的结果相比, DNSGA-II 算法获取的最佳极性电路功耗平均减小 19.53% 和 15.08%, 面积平均节省 9.01% 和 6.05%。

关键词: 差分非支配排序遗传算法; 三值 FPRM 电路; 极性搜索; 低功耗技术

中图分类号: TN79

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2018) 05-0040-05

多值逻辑电路由于增加了导线的信息携带量, 不仅降低了 VLSI 芯片内部互连线的复杂性, 减小芯片面积, 而且增强了芯片单位面积的数据处理能力, 提高了系统工作速度。但当前多值逻辑电路多数采用二值元器件设计, 其电路结构复杂, 功耗较大, 因此基于多值逻辑电路的低功耗技术变得至关重要。其中, Boolean 逻辑和 RM 逻辑是三值逻辑函数的两种主要表现形式。与传统的 Boolean 逻辑电路相比, 基于 RM 逻辑的电路(如奇偶校验电路、通信电路等)在电路面积、功耗和可测试性等方面具有更明显的优势, 因此受到了广泛关注。

三值固定极性 RM(Fixed Polarity Reed-Muller, FPRM)表达式是三值 RM 逻辑函数中一种常见的逻辑表达式。 n 变量的三值 FPRM 逻辑函数共有 3^n 个极性, 不同极性对应不同的三值 FPRM 表达式, 相应电路的面积与功耗也不同。因此, 极性对于综合优化电路面积与功耗等性能有重要意义。目前, 国内外相关研究主要采用加权系数法^[1-3], 设置面积与功耗不同的权重系数, 从而达到电路面积与功耗优化的效果。但是, 该方法主要存在以下几个问题: (1) 权重系数较难选择, 设置不同的权重系数,

其最终结果可能不同; (2) 通常只能获取部分最优解, 对面积或功耗单一指标进行优化, 难以满足面积与功耗综合优化的需求。

多目标智能算法采用 Pareto 准则, 避免权重系数的设置问题, 可以实现多个目标函数综合优化, 在求解多目标问题中得到广泛应用^[4-6]。因此, 国内外有学者采用多目标智能算法对电路性能进行优化, 文献[7-8]分别采用多目标遗传算法和多目标粒子群算法优化电路面积、延时与功耗等性能。

非支配排序遗传算法 (Non-dominated Sort Genetic Algorithm II, NSGA-II) 与其他同类的多目标智能算法相比, 全局搜索能力较强, 鲁棒性较好, 受到了越来越多的关注^[9-10]。但该算法容易发生过早收敛, 寻优精度不高。因此, 本文提出了一种基于差分非支配排序遗传算法 (DNSGA-II) 的三值 FPRM 电路面积与功耗最佳极性搜索方案, 进一步提高三值 FPRM 电路性能优化的效果。

1 三值 FPRM 表达式及极性转换算法

变量数为 n , 极性为 p 的三值 FPRM 逻辑函数可表示为:

收稿日期: 2017-11-15.

宁波大学学报(理工版) 网址: <http://journalg.nbu.edu.cn/>

基金项目: 国家自然科学基金 (61474068, 61306041); 浙江省公益性技术应用研究计划项目 (2016C31078)。

第一作者: 王铭波 (1994-), 男, 浙江奉化人, 在读硕士研究生, 主要研究方向: 电路优化及设计。E-mail: wangmignbo@qq.com

*通信作者: 汪鹏君 (1966-), 男, 浙江奉化人, 博导/教授, 主要研究方向: 逻辑电路与低功耗集成电路。E-mail: wangpengjun@nbu.edu.cn

$$f^p(x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_0) = \oplus \sum_{i=0}^{3^n-1} b_i \cdot \prod_{j=0}^{n-1} \dot{x}_j^{i_j}, \quad (1)$$

其中, 极性 p 用三进制表示为 $(p_n p_{n-1} \dots p_0)$; $\oplus \Sigma$ 为模 3 加运算; b_i 为与项系数, $b_i \in \{0, 1, 2\}$; i 用三进制表示为 $(i_n i_{n-1} \dots i_0)$; $\prod_{j=0}^{n-1} \dot{x}_j^{i_j}$ 为模 3 乘项, 极性 p 和下标 i 决定了变量 $\dot{x}_j^{i_j}$ 的表示形式, 具体见表 1.

表 1 $\dot{x}_j^{i_j}$ 查找表

p_j	i_j	$\dot{x}_j^{i_j}$	p_j	i_j	$\dot{x}_j^{i_j}$	p_j	i_j	$\dot{x}_j^{i_j}$
0	0	1	1	0	1	2	0	1
0	1	x_j	1	1	$x_j \oplus 1$	2	1	$x_j \oplus 2$
0	2	x_j^2	1	2	$(x_j \oplus 1)^2$	2	2	$(x_j \oplus 2)^2$

当已知某个极性的三值 FPRM 表达式时, 通过极性转换算法可以得到另一个极性表达式. 文献[11]提出了一种基于列表技术的极性转换算法, 主要包括两方面: (1)从 Boolean 最小项转换到极性 p 的三值 FPRM 表达式; (2)从极性 p 转换到极性 q 的三值 FPRM 表达式.

2 三值 FPRM 电路的面积与功耗估算模型

CMOS 电路的功耗主要由动态功耗、短路电流功耗和静态功耗三部分组成. 其中, 动态功耗主要由电容充放电引起, 若忽略输出电压幅值变化的影响, 平均动态功耗计算公式如下:

$$P = \frac{1}{2} V_{dd}^2 f_{clk} \sum_{i=1}^n C_{L,i} E_{sw,i}, \quad (2)$$

其中, V_{dd} 为电源电压; f_{clk} 为时钟频率; $C_{L,i}$ 表示电路第 i 个门的负载电容; $E_{sw,i}$ 表示电路第 i 个门的开关活动性. 根据式(2)可知, 在逻辑综合优化过程中, 只有开关活动性 $E_{sw,i}$ 能够被优化. 因此, 可以将开关活动性最小化实现电路低功耗的设计.

在三值 FPRM 电路逻辑综合优化过程中, 首先需要将电路中的多输入门分解为二输入门, 然后根据电路开关活动性和节点数来估计电路功耗和面积. 因此, 三值 FPRM 电路总开关活动性和面积的估算模型分别为:

$$S_A(p) = \sum_{i=1}^n E_{sw,i}, \quad (3)$$

$$S_{area}(p) = \text{Mod}3_A + \text{Mod}3_M, \quad (4)$$

其中, $\text{Mod}3_A$ 表示模 3 加门数; $\text{Mod}3_M$ 表示模 3 乘门数. 在动态逻辑电路中, 第 i 个门的开关活动

性为:

$$E_{sw,i} = 2(P'_1 + P'_2), \quad (5)$$

其中, P'_1 和 P'_2 分别表示 2 个输入门输出变量信号为 1 和 2 的概率.

3 基于 DNSGA-II 算法的三值 FPRM 电路面积与功耗最佳极性搜索

3.1 多目标优化模型

在三值 FPRM 电路中, 极性对电路面积与功耗优化具有重要意义, 只有获取最佳极性, 才能综合优化电路面积与功耗. 传统的加权系数法通过设置面积与功耗权重系数, 将其转换为单目标优化问题, 然后通过穷举法或智能算法搜索电路最佳极性. 但是, 电路面积与功耗不一定呈现相同的变化趋势, 电路面积小了, 功耗可能较大; 功耗小了, 面积可能较大. 因此, 需要采用多目标优化方法综合优化电路面积与功耗, 得到多目标决策函数为:

$$\min F(p) = \min[S_{area}(p), S_A(p)], \quad (6)$$

其中, $S_{area}(p)$ 和 $S_A(p)$ 分别表示极性 p 对应电路面积和总开关活动性.

假设 p_1 和 p_2 为电路的 2 个极性, 若 p_1 占优于 p_2 , 或者 p_1 支配 p_2 , 记作 $p_1 \succ p_2$. 当且仅当

$$\begin{cases} S_{area}(p_1) \leq S_{area}(p_2), \\ S_A(p_1) \leq S_A(p_2). \end{cases} \quad (7)$$

若极性 p_1 不被其他极性支配, 则 p_1 为满足面积与功耗 Pareto 关系的最佳极性之一, 而 Pareto 最优解集是所有满足 Pareto 关系的最佳极性集合.

3.2 差分非支配排序遗传算法

NSGA-II 算法是 Deb 等^[12]在 NSGA 算法基础上提出的改进算法, 算法采用分级策略的快速非支配排序算法. 同时引入拥挤距离, 使得 Pareto 解集拥有良好的分布性. 通过 NSGA-II 算法对三值 FPRM 电路面积与功耗进行优化, 虽然能够搜索到关于电路面积较小、功耗较低的一系列 Pareto 最优解, 但该算法在电路面积与功耗最佳极性搜索的过程中存在以下缺点: (1)由于电路极性间关联性较差, 相邻极性之间的电路面积与功耗差别较大. 因此, 在 NSGA-II 算法中, 通过精英保留策略, 将父代极性中大量较优的基因片段进行保留, 而小部分较差的基因通过交叉方式产生基因重组, 导

致算法的搜索空间会减小,不容易搜索到电路的最佳极性;(2)模拟二进制交叉和多项式变异算子的搜索能力较弱,使得算法最终搜索到最佳极性电路面积与功耗优化效果不明显.因此,本文提出了一种差分非支配排序遗传算法(DNSGA-II).

3.2.1 高斯变异

为避免种群陷入局部最优解,从种群中随机抽取一定数量个体进行高斯变异,产生变异种群.其高斯变异算子的计算公式如下:

$$M_{ij}(t) = \text{round}(P_{ij}(t) + \text{gaussrand}(0,1)), \quad (8)$$

其中, $M(t)$ 表示变异群体; P_{ij} 表示种群个体 i 的第 j 位基因; $\text{gaussrand}(0,1)$ 表示服从均值为 0, 方差为 1 的随机数; $\text{round}(x)$ 表示对 x 进行取整操作.

3.2.2 选择策略

为避免算法由于精英保留策略而导致极性搜索空间减小,基于差分思想提出了一种新的选择策略.首先,采用外部档案 $R(t)$ 存放每代种群中非支配等级最高的个体;然后,在父代选择的过程中,分别从 $R(t)$ 和 $M(t)$ 中抽取父代群体.即只保留部分父代个体作为精英个体,其余个体为变异个体.在算法交叉过程中,2 个父代个体相似的极性基因位会减少,而大部分基因位通过 2 个父代极性基因位重组产生,扩大了算法搜索的极性空间.

3.2.3 二项式交叉

分别从 $R(t)$ 和 $M(t)$ 中随机抽取一个个体进行二项式交叉产生子代群体 $Q(t)$,子代个体 $Q_i(t)$ 根据交叉概率 $P_{\text{crossover}}$ 确定第 j 位基因,计算公式如下:

$$Q_{ij}(t) = \begin{cases} R_j(t), \text{randc} \leq P_{\text{crossover}} & \text{或 } j = \text{randd}, \\ M_j(t), \text{randc} > P_{\text{crossover}} & \text{或 } j \neq \text{randd}, \end{cases} \quad (9)$$

其中, R_j 表示从外部档案库中随机抽取父代个体 1 第 j 位基因; M_j 表示从变异群体中随机抽取父代个体 2 第 j 位基因; randc 表示 $[0,1]$ 范围内的随机数; randd 表示 $[1,D]$ 范围内的随机数.

3.3 基于 DNSGA-II 算法的三值 FPRM 电路面积与功耗最佳极性搜索方案

Step 1 对种群进行初始化 $P(t)$, 计算每个个体的 S_{area} 和 S_A , 并将 $P(t)$ 个体进行快速非支配排序, 赋予每个个体秩(rank), 将种群中 rank 最高的个体放入外部档案 $R(t)$ 中;

Step 2 从 $P(t)$ 中随机抽取一定数量进行高斯变异, 生成变异群体 $M(t)$, 计算变异个体的 S_{area} 和

S_A ;

Step 3 从 $R(t)$ 和 $M(t)$ 中分别随机抽取父代群体, 进行二项式交叉, 产生子代群体 $Q(t)$, 并计算每个子代个体的 S_{area} 和 S_A ;

Step 4 将 $P(t)$ 、 $M(t)$ 和 $Q(t)$ 进行快速非支配排序操作, 选择 rank 最高的个体, 更新种群 $P(t+1)$;

Step 5 将 $R(t)$ 与 $P(t+1)$ 进行快速非支配排序操作, 更新外部档案库 $R(t+1)$;

Step 6 若 $\text{num}(R(t+1)) > \text{rep_num}$, 则 rep_num 表示外部档案规模, 则删除拥挤距离较大的个体, 维持 $R(t+1)$ 的多样性;

Step 7 重复 Step2~Step6 步骤, 直至最大迭代次数, 输出外部档案库中个体的面积与功耗.

4 实验数据与分析

为了验证 DNSGA-II 算法在求解三值 FPRM 电路面积与功耗最佳极性搜索问题的有效性, 将 DNSGA-II 与遗传算法(Genetic Algorithm, GA)和 NSGA-II 算法进行实验对比. 为减小随机数因子的影响, 将上述 3 种算法分别测试 5 次, 并将每次得到的最优解进行累加. 表 2 给出了 3 种算法各自运行 MCNC Benchmark 电路获取最佳极性电路的面积与总开关活动性, 其中, name 和 input 分别表示电路的名称和输入变量数, S_{area} 和 S_A 表示 3 种算法各自运行 5 次最佳极性电路面积和总开关活动性的累加值, $S_{\text{area},O}$ 和 $S_{A,O}$ 表示电路面积和总开关活动性的优化率, 计算公式如下:

$$S_{\text{area},O} = \frac{S_{\text{area}}1(S_{\text{area}}2) - S_{\text{area}}3}{S_{\text{area}}3} \times 100\%, \quad (10)$$

$$S_{A,O} = \frac{S_A1(S_A2) - S_A3}{S_A3} \times 100\%, \quad (11)$$

其中, $S_{\text{area}}1(S_A1)$ 、 $S_{\text{area}}2(S_A2)$ 、 $S_{\text{area}}3(S_A3)$ 分别表示 GA、NSGA-II 和 DNSGA-II 算法搜索到最佳极性电路面积与总开关活动性.

在实验结果对比中, 由于 GA 算法采用加权系数法搜索单一最佳极性, 而 NSGA-II 和 DNSGA-II 算法采用多目标优化方法搜索最佳极性解集, 较难验证 3 种算法的优劣性. 因此需对 NSGA-II 和 DNSGA-II 算法搜索到的最佳极性解集进行处理, 选取一个综合优化电路面积与功耗的极性进行结果比较. 因此, 本文采用归一化机制计算解集中每

表2 DNSGA-II 与其他算法最佳极性实验数据和优化率

benchmark		GA		NSGA-II		DNSGA-II		DNSGA-II 相对 GA 的优化率		DNSGA-II 相对 NSGA-II 的优化率	
name	input	S_{area}	S_A	S_{area}	S_A	S_{area}	S_A	$S_{area,O}/\%$	$S_{A,O}/\%$	$S_{area,O}/\%$	$S_{A,O}/\%$
apla	10	954	367.04	942	318.81	940	298.91	1.49	22.80	0.21	6.66
clpl	11	90	19.46	90	16.25	90	12.74	0.00	52.77	0.00	27.57
newcond	11	7 624	1 629.37	8 284	1 806.53	6 820	1 430.51	11.79	13.90	21.47	26.29
br1	12	579	88.27	587	89.41	595	81.39	-2.69	8.45	-1.34	9.85
newapla	12	251	47.89	247	45.20	235	43.46	6.81	10.18	5.11	4.00
t4	12	314	87.78	295	79.94	275	66.17	14.18	32.67	7.27	20.82
cu	14	113	31.20	113	29.99	105	28.99	7.62	7.65	7.62	3.49
cm162a	14	4 472	973.39	4 532	965.10	4315	790.91	3.64	23.07	5.03	22.02
mp2d	14	112	35.29	103	34.94	100	30.44	12.00	15.94	3.00	14.77
table3	14	30 551	6 014.87	30 679	6 459.57	28 257	5 477.42	8.12	9.81	8.57	17.93
dk48	15	14 543	1 975.25	13 361	1 937.83	12 175	1 612.73	19.45	22.48	9.74	20.13
newtpla	15	11 151	1 876.30	9 673	1 589.82	8 458	1 342.35	31.84	39.78	14.37	18.44
pm1	16	177	54.61	170	51.32	170	49.62	4.12	10.06	0.00	3.42
cm163a	16	1 223	323.38	1176	355.54	1 135	307.40	7.75	5.20	3.61	15.66

个极性的 fitness, 并将 fitness 最小的极性进行实验结果对比, fitness($F_{fitness,i}$)计算公式如下:

$$F_{fitness,i} = \frac{S_{area,i}}{\sum_{i=1}^l S_{area,i}} + \frac{S_{A,i}}{\sum_{i=1}^l S_{A,i}}, \quad (12)$$

其中, $S_{area,i}$ 表示最佳极性解集中第 i 个最佳极性电路面积; $S_{A,i}$ 表示最佳解集中第 i 个最佳极性电路总开关活动性; l 表示最佳极性个数。

分析表2数据可知, DNSGA-II 算法相比其他2种算法能获取更小电路面积和总开关活动性。如 newtpla 电路, DNSGA-II 算法比 GA 算法电路面积和总开关活动性分别优化了 31.84% 和 39.78%, 比 NSGA-II 算法分别优化了 14.37% 和 18.44%。虽然在 br1 电路中, DNSGA-II 算法搜索到的最佳极性电路面积有所增加, 但是总开关活动性却减小了。根据 14 个 Benchmark 电路的测试结果可知, DNSGA-II 算法比 GA 和 NSGA-II 算法, 电路面积与总开关活动性平均优化率分别为 9.01%、19.53% 和 6.05%、15.08%。最后, 将 3 种算法 5 次迭代结果进行方差计算与对比, GA 算法面积与总开关活动性方差分别为 68.38 和 16.22, NSGA-II 算法方差分别为 61.10 和 25.87, DNSGA-II 算法的方差分别为 9.52 和 2.72, 表现出了 DNSGA-II 算法具有良好的鲁棒性。

5 结论

针对三值 FPRM 电路面积与功耗优化问题, 提出了一种基于 DNSGA-II 算法的三值 FPRM 电路面积与功耗最佳极性搜索方案。在 DNSGA-II 算法中, 随机抽取种群个体进行高斯变异产生变异群体, 从 Pareto 非劣解集和变异群体分别随机抽取父代进行二项式交叉产生子代群体, 从而保证了算法的收敛性和多样性。最后对 14 个 Benchmark 电路进行测试, 与 GA 和 NSGA-II 算法搜索到的最优化极性相比, DNSGA-II 算法表现出了良好的优化效果和鲁棒性。

参考文献:

- [1] 厉康平, 汪鹏君, 张会红. 基于穷举法的三值 FPRM 电路功耗最佳极性搜索[J]. 宁波大学学报(理工版), 2015, 28(4): 31-35.
- [2] 汪涛, 张会红. 基于 SMPISO 算法的三值 FPRM 电路延时优化[J]. 宁波大学学报(理工版), 2017, 30(2): 60-65.
- [3] 王伦耀, 夏银水, 陈偕雄. 逻辑函数的双逻辑综合与优化[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2012, 24(7): 961-967.
- [4] Zhang X Y, Tian Y, Jin Y C. A knee point-driven evolutionary algorithm for many-objective optimization

- [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2015, 19(6):761-776.
- [5] Han H G, Lu W, Qiao J F. An adaptive multi-objective particle swarm optimization based on multiple adaptive methods[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(9):1-14.
- [6] Zhang L, Pan H B, Su Y S, et al. A mixed representation-based multi-objective evolutionary algorithm for overlapping community detection[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(9):1-14.
- [7] Ram D, Bhuvaneswari M, Prabhu S. A novel framework for applying multi-objective GA and PSO based approaches for simultaneous area, delay, and power optimization in high level synthesis of datapaths[EB/OL]. [2017-06-15]. <https://www.hindawi.com/journals/vlsi/2017/273276/>.
- [8] 符强, 汪鹏君, 童楠, 等. 基于MODPSO算法的FPRM电路多约束极性优化方法[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(3):717-723.
- [9] Cheng R, Jin Y C, Olhofer M, et al. A reference vector guide evolutionary algorithm for many-objective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2016, 20(5):773-791.
- [10] Kumar M, Guria C. The elitist non-dominated sorting genetic algorithm with inheritance (INSGA-II) and its jumping gene adaptations for multi-objective optimization[J]. Information Science, 2017, 382/383:15-37.
- [11] Yu H Z, Wang P J, Zhang Y J. A ternary polarity conversion technique for fixed polarity Reed-Muller expansions[C]. IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing, Hong Kong, China, 2016:1-5.
- [12] Deb K, Pratap A, Agarwal S. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.

Area and power optimization for ternary FPRM circuits based on DNSGA-II algorithm

WANG Ming-bo¹, WANG Peng-jun^{1*}, FU Qiang^{1,2}, ZHANG Hui-hong¹

(1.Institute of Circuits and Systems, Ningbo University, Ningbo 315211, China;

2.College of Science & Technology, Ningbo University, Ningbo 315212, China)

Abstract: Taking the minimum area and power of ternary FPRM circuits as objectives, a Differential Non-dominated Sort Genetic Algorithm II (DNSGA-II) is proposed. Firstly, in DNSGA-II algorithm, the differential evolution strategy is introduced. The individuals are randomly selected from population to produce mutation groups by Gaussian mutation. And some individuals are selected from the mutation group and Pareto non-inferior group as the parents to generate offspring group by binomial crossover, which maintain the diversity of the algorithm. Secondly, combined with the polarity conversion technique and the low power technique, DNSGA-II will search the best polarity from the ternary FPRM circuits to optimize the circuits area and power. Finally, the PLA format MCNC Benchmark circuits are put to test to verify the effectiveness of DNSGA-II, and the result shows that the average saving of power and area achieves 19.53%, 15.08% and 9.01%, 6.05% in comparison with GA and NSGA-II respectively.

Key words: differential non-dominated sort genetic algorithm II; ternary FPRM circuit; polarity search; low power technique

(责任编辑 章践立)