

基于 KL 散度的岩土参数可信度贝叶斯估计

黄则浩, 郑荣跃*, 刘干斌

(宁波大学 岩土工程研究所, 浙江 宁波 315211)

摘要: 鉴于先验信息与样本信息的不匹配, 会导致岩土参数的贝叶斯估计结果与实际产生偏差. 为解决该问题, 本文引入可信度贝叶斯估计的概念, 并结合相容性检验, 改进了基于 KL 散度的经典可信度计算公式. 最后, 以宁波地区典型土层的地基承载力为例, 对比改进可信度贝叶斯、经典可信度贝叶斯和经典贝叶斯的估计结果. 结果表明: 改进可信度贝叶斯方法能在充分利用先验信息的前提下, 提高样本信息在参数估计中的计算权重, 同时也避免了不匹配问题所导致的贝叶斯计算误差.

关键词: 相容性检验; 贝叶斯参数估计; KL 散度; 可信度; 地基承载力

中图分类号: TU431

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2019) 03-0074-06

在岩土工程的设计和分析中, 经常出现的确定因素主要分为两类: (1) 计算模型的不确定性; (2) 模型中计算参数的不确定性^[1]. 为了解决这两类不确定因素, 在岩土工程界已经有大量的研究引入了贝叶斯理论, 并且证明了贝叶斯理论在处理不确定因素时的优越性^[2-4]. 但是由于岩土体的形成条件和赋存环境差别很大, 同类或类似岩土某一性质有较大差异^[5], 可能会使先验信息和样本信息不匹配, 从而引起后验分布与实际情况产生误差, 进而导致贝叶斯估计岩土参数结果的不可信. 先验信息和样本信息不匹配的问题并不仅仅存在于岩土工程领域; 在军工试验和航天器模拟领域, 邓海军等^[6]通过引入可信度贝叶斯的概念来解决该问题, 通过统计学假设检验中二类错误理论来推导正态分布下先验信息和样本信息的相容性, 并得到了先验信息可信度的计算公式.

为了得到可靠的可信度计算公式, 并将其融入到贝叶斯估计结果中, 以得到更加合理的后验分布, 本文先采用了正态分布的可信度贝叶斯估计方法, 再利用 KL 散度表示先验信息与样本信息的分布差异, 建立基于 KL 散度、相容性检验和样

本数目的可信度计算公式, 然后将可信度引入到贝叶斯估计中. 最后以宁波市典型土层的地基承载力分布参数为例, 来表明本文所述方法的有效性和实用性.

1 正态分布的可信度贝叶斯估计

1.1 可信度与贝叶斯理论融合原则

将可信度与贝叶斯理论融合时, 需要满足以下性质^[7-8]:

(1) 可信度 c 需满足 $0 \leq c \leq 1$;

(2) 可信度越高, 先验信息在贝叶斯估计中的作用越大;

(3) 当 $c=0$ 时, 可信度贝叶斯估计等价于无信息先验分布; 而当 $c=1$ 时, 则与经典贝叶斯方法一致.

1.2 可信度贝叶斯模型

在得到可信度贝叶斯的性质后, 对可信度贝叶斯模型进行定义^[6]:

$$\pi_c(\theta|X) = \frac{f(x, \theta)\pi_c(\theta)}{\int_{\Theta} f(x, \theta)\pi_c(\theta)d\theta}, \quad (1)$$

式中, $\pi_c(\theta)$ 为可信度修正后的先验分布; $f(x, \theta)=$

收稿日期: 2018-04-26.

宁波大学学报(理工版) 网址: <http://journalg.nbu.edu.cn/>

基金项目: 国家自然科学基金(51778303).

第一作者: 黄则浩(1993—), 男, 浙江温州人, 在读硕士研究生, 主要研究方向: 软土地下工程. E-mail: huangzehao1993@163.com

*通信作者: 郑荣跃(1964—), 男, 浙江宁波人, 博士/教授, 主要研究方向: 结构可靠性. E-mail: rongyue@nbu.edu.cn

$f(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta)$ 表示在获得试验数据 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 后, 所构建联合概率密度函数, 而 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为其观测值。

可信度贝叶斯分析难点是如何在贝叶斯估计中考虑可信度 c 。邓海军等在飞行试验仿真领域中提出了适用于正态分布的可信度模型, 并证明了该模型的适用性和实用性^[6]。在岩土工程中, 正态分布和对数正态分布已被证明能很好地用来描述大部分岩土参数的分布情况^[9]。因此用该模型对岩土参数进行可信度贝叶斯估计是合理的。

在该模型中, 可信度先验分布 $\pi_c(\theta) = \pi^c(\theta)$ 。当 $c \rightarrow 0$ 时, $\pi^c(\theta) \rightarrow 1$, $n/c \rightarrow \infty$, 先验分布趋向于无信息先验; 而当 $c = 1$ 时, 分析结果与经典贝叶斯一致, 符合可信度贝叶斯的性质。

对该模型下正态分布的后验分布进行推导。某岩土参数的先验分布为正态分布 $\pi(\theta) \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其可信度先验分布的密度函数为:

$$\pi_c(\theta) = (2\pi\sigma^2)^{-c} \exp\left(-\frac{c}{2\sigma^2}(\theta - \mu)^2\right). \quad (2)$$

现场试验得到样本 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, 均值为 $\bar{x}$, 方差为 S^2 , 总体分布为正态分布 $X \sim N(\theta, \sigma_0^2)$, 其中, σ_0^2 已知, 对参数 θ 进行贝叶斯估计, 则样本的似然函数为:

$$\begin{aligned} L(x|\theta) &= (2\pi\sigma_0^2)^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_0^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta)^2\right) \propto \\ &\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_0^2}((n-1)S^2 + n(\theta - \bar{x})^2)\right) \propto \\ &\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_0^2}n(\mu - \bar{x})^2\right). \end{aligned} \quad (3)$$

根据贝叶斯理论, θ 的后验密度函数为:

$$\begin{aligned} \pi_c(\theta|X) &\propto f(X, \theta)\pi_c(\theta) \propto \\ &\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{n(\theta - \bar{x})^2}{\sigma_0^2} + \frac{c(\theta - \mu)^2}{\sigma^2}\right)\right) \propto \\ &\exp\left(-\left(\frac{n\sigma^2 + c\sigma_0^2}{2\sigma^2\sigma_0^2}\right)\left(\theta - \frac{n\bar{x}\sigma^2 + c\mu\sigma_0^2}{n\sigma^2 + c\sigma_0^2}\right)^2\right). \end{aligned} \quad (4)$$

所以, $\pi_c(\theta|X)$ 仍为正态分布, 分布参数为 (μ_1, σ_1^2) , 其中,

$$\mu_1 = \frac{n\bar{x}\sigma^2 + c\mu\sigma_0^2}{n\sigma^2 + c\sigma_0^2} = \frac{n\bar{x}\sigma^2/c + \mu\sigma_0^2}{n\sigma^2/c + \sigma_0^2}, \quad (5)$$

$$\sigma_1^2 = \frac{\sigma_0^2\sigma^2}{n\sigma^2 + c\sigma_0^2} = \frac{\sigma_0^2\sigma^2/c}{n\sigma^2/c + \sigma_0^2}. \quad (6)$$

由(5)、(6)式可知先验信息越不可靠, 即可信度越低, 可信度贝叶斯估计结果就越趋向于样本分布, 先验信息在后验分布计算中起的作用越小。

经典贝叶斯估计结果如下^[10]:

$$\mu_1 = \frac{n\bar{x}\sigma^2 + \mu\sigma_0^2}{n\sigma^2 + \sigma_0^2}, \quad (7)$$

$$\sigma_1^2 = \frac{\sigma_0^2\sigma^2}{n\sigma^2 + \sigma_0^2}. \quad (8)$$

在得到参数 θ 的后验分布后, 可预测样本的总体分布为 $\tilde{\theta} \sim N(\mu_1, \sigma_0^2 + \sigma_1^2)$ 。

对比经典贝叶斯方法和可信度贝叶斯方法, 可知在先验信息可信度为 α 的条件下, 可信度贝叶斯估计结果参数近似相当于现场试验次数增大至 n/α , 增加了样本信息的计算权重。由于经典贝叶斯估计中先验信息的权重等价于样本信息, 若先验信息与样本信息的偏差过大, 则参数估计结果就会偏离实际情况。考虑到先验信息的可信度, 则既可以充分利用先验信息, 又可以提升计算中样本信息的权重; 且在此基础上扩大了方差的值, 得到了更为安全的结果。可见可信度贝叶斯分析方法中是有积极意义的。

2 基于 KL 散度的可信度计算

2.1 相容性检验

以样本信息作为比较标准, 将先验信息与其进行比较, 判定两者是否相一致(相容)。当某岩土参数服从正态分布时, 一致性检验问题可转化为期望值相等性检验。引入统计假设 H_0 : 先验信息与样本信息属于同一总体。在正态假定下, 先验信息总体均值期望值与样本信息总体均值相同。在统计充分的假设下, 先验分布为 $F \sim N(\mu_1, \sigma_*^2/m)$, 样本分布为 $G \sim N(\mu_2, \sigma_*^2/n)$, 其中, σ_* 为先验分布的标准差。那么, 用以下统计假设问题来代替相容性检验: $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$, 接受两者相容; $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$, 拒绝两者相容。

根据已给定统计学假设检验中给定犯 I 类错误的概率, 也就是检验水平 ε , 则当

$$|\mu_1 - \mu_2| \leq \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} \cdot \sigma_* \cdot \mu_{\alpha/2}, \quad (9)$$

成立时, 接受 H_0 假设. 其中, $\mu_{\alpha/2}$ 为标准正态分布分位数, 查表可得.

在工程实践中, 当 $|\mu_1 - \mu_2| \geq \delta > 0$ 时, 先验信息和样本信息的总体分布有显著差异, 其中, δ 是根据具体问题给定的两均值差异的容许限. 则考虑容许限时检验中犯 II 类错误的概率 β 为:

$$\beta = \Phi\left(\mu_{\alpha/2} - \frac{\delta}{(\sqrt{1/n+1/m})\sigma_*}\right) + \Phi\left(\mu_{\alpha/2} + \frac{\delta}{(\sqrt{1/n+1/m})\sigma_*}\right) - 1. \quad (10)$$

将可信度定义为 $P(H_0 | \text{accept } H_0)$. 根据贝叶斯公式,

$$c = P(H_0 | \text{accept } H_0) = (P(H_0)P(\text{accept } H_0 | H_0)) / (P(H_0)P(\text{accept } H_0 | H_0) + P(H_1)P(\text{accept } H_0 | H_1)) = \frac{1}{1 + (P(H_1)\beta) / (P(H_0)(1-\alpha))}. \quad (11)$$

但该方法存在缺陷. 当无先验信息可用时, 假设 $P(H_0) = 1/2$, 一般取 $\alpha = \beta$, 则 $c = 1 - \alpha$, 这与可信度贝叶斯分析中无先验信息时等价于 $c = 0$ 明显不相符.

2.2 基于 KL 散度的分布差异计算公式

由于相容性检验计算可信度有不足之处, 因此可用概率分布差异来计算不匹配程度. KL 散度 (Kullback-Leibler Divergence) 又被称为相对熵或信息散度, 被广泛地用来描述 2 个概率分布差异^[11]. 其物理意义是值在相同事件空间内, 概率分布 $f(x)$ 对应的每个事件, 若用概率分布 $g(x)$ 编码时, 则是平均每个基本事件(符号)编码长度增加了多少比特. 在贝叶斯统计中, KL 散度既可以被用来确定先验信息和样本信息之间的偏差, 也可以用来确定先验分布与后验分布或不同后验分布之间的分布差异^[12].

假设 $f(x)$ 和 $g(x)$ 为 2 个概率密度函数, 则 $f(x)$ 对 $g(x)$ 的 KL 散度为:

$$KL(f \| g) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \log \frac{f(x)}{g(x)} dx. \quad (12)$$

KL 散度具不对称性, 即 $KL(f \| g) \neq KL(g \| f)$, 无法描述 $f(x)$ 和 $g(x)$ 相互的分布差异, 因此用分布差异指标将 KL 散度对称化:

$$D(f, g) = KL(f \| g) + KL(g \| f) =$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (f(x) - g(x)) \log \frac{f(x)}{g(x)} dx, \quad (13)$$

式中, $D(f, g)$ 表示分布差异指标, 且当 $f(x) = g(x)$ 时, $D(f, g) = 0$, 这种情况属于理想状态. $f(x)$ 和 $g(x)$ 分布差异越大, $D(f, g)$ 的值就越大.

当样本数目较少时, 无法准确地分析 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的分布密度函数表达形式. 因此为了简便和有效, 规定当样本数小于某数时, 用离散化的频数分布 p 和 q 代替连续密度函数 $f(x)$ 和 $g(x)$, 则分布差异指标变为:

$$D(p, q) = \sum_{i=1}^n (p_i - q_i) \log \frac{p_i}{q_i}. \quad (14)$$

如果 $D(p, q)$ 的值越大, 那么 2 个分布的差异越大. 由于 $D(p, q)$ 的值随着离散精度的变化而变化, 所以合理科学地选择离散区间, 且离散区间的划分需要满足任意的 p_i, q_i 值不等于 0. 采用的离散方法如下: (1) 已知样本信息 $A(a_1, a_2, \dots, a_m)$, 将其从小到大排列成数组 $B(b_1, b_2, \dots, b_n)$, 将大小相同的数支取 1 次, $n \leq m$; (2) 令 $q_i = q(b_{i-1}, b_i]$, 表示第 i 区间上的频数等于 A 落入右闭区间 $(b_{i-1}, b_i]$ 中的频数; (3) p_i 的值等于先验信息的概率密度函数在 $(b_{i-1}, b_i]$ 上的积分.

2.3 结合相容性检验的可信度计算公式

在已有研究中, 根据 KL 散度设计的可信度指标的计算公式为^[13]:

$$\alpha = h(D) = \frac{1}{1 + D}, \quad (15)$$

式中, D 根据需求既可用(13)式也可由(14)式计算得到.

但(12)式存在缺陷, 即当先验与样本信息拒绝属于同一分布时, 仍然具有可信度. 其验证如下.

假设先验信息和样本信息为正态分布, (13)式可简化为^[11]:

$$D = \frac{1}{2} \left(\frac{n}{m} + \frac{m}{n} + \frac{(\mu_1 - \mu_2)^2}{\sigma_*^2 / m} + \frac{(\mu_1 - \mu_2)^2}{\sigma_*^2 / n} \right) - 1, \quad (16)$$

则

$$\mu_1 - \mu_2 = \sqrt{\left(2D + 2 - \frac{m^2 + n^2}{mn} \right) \cdot \frac{1}{m+n} \cdot \sigma_*}. \quad (17)$$

将上述公式代入到相容性检验公式中, 得到:

$$D \leq \frac{(m^2 + n^2)(\mu_{\alpha/2}^2 + 1) + 2mn\mu_{\alpha/2}^2}{2mn} - 1. \quad (18)$$

当 $m = n$ 时, $D \leq 2\mu_{\varepsilon/2}^2$. 取检验水平 $\varepsilon = 0.1$ 时, 可得 $\mu_{\varepsilon/2} = 1.6449$, 则当 $D > 5.411$ 时, 拒绝假设先验信息与样本信息为同一分布, 即可信度 α 为 0. 但是根据(15)式, $D = 5.411$ 时, 可信度为 0.156 0. 因此, (15)式的可信度计算公式有缺陷. 为解决该问题, 设计如下新的可信度计算公式:

$$\alpha = h(D) = e^{-D}. \quad (19)$$

(19)式满足了可信度的基本性质, 且当 $D = 5.411$, $\alpha = 0.00447$, 接近于 0. (19)式和(15)式的函数曲线如图 1 所示, 从中可以看出, (19)式比(15)式更容易收敛, 且计算结果小于(15)式, 因此在实际应用中更为安全可靠.

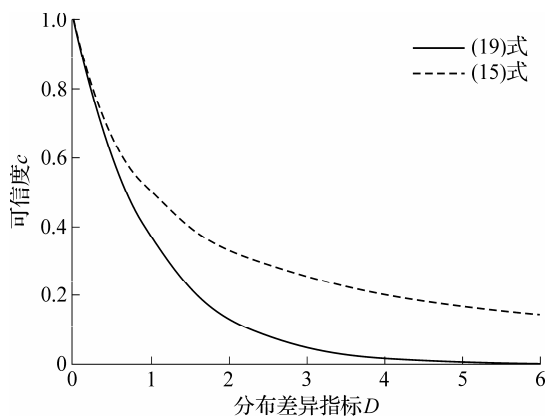


图 1 可信度与分布差异关系曲线

在大子样情况下, 该方法计算所得的可信度比较可靠; 但在小子样情况下, 由于样本抽样存在随机性, 样本分布与整体分布很可能存在较大的差异. 即使是源于同个分布, 不同样本数据描述的分布差异将大相径庭, 导致可信度的可靠程度大打折扣. 而且用离散频率代替概率时, $D(p, q)$ 的大小受到离散精度的影响. 因此, 可信度 α 的计算需要考虑到样本数目. 样本数目越大, 样本分布就越接近于总体分布, 分布差异指标计算结果就越可靠. 因此, 引入样本数目修正系数 β 对 $D(p, q)$ 进行修正. β 的性质如下: (1) 当样本数 $n \rightarrow n_0$ 时, $\beta \rightarrow 1$; (2) $0 \leq \beta \leq 1$.

根据 β 的性质, β 的计算公式设计为:

$$\beta = i(n) = 1 - e^{-\gamma n}, \quad (20)$$

式中, n 表示样本的统计数目; γ 表示为修正系数.

根据小样本理论, 样本数目 < 30 时, 视为小样本, 故合理假设: 当 $n \geq 30$ 时, $\beta = 1$. 又因为函数 $1 - e^{-x}$ 的值在 $x \geq 10$ 时, 近似等于 1, 所以(12)式可

表示如下:

$$\beta = i(n) = 1 - e^{-n/3}. \quad (21)$$

鉴于样本数过小, 会导致 $f(x)$ 和 $g(x)$ 之间分布差异既可能增加, 也可能减小. 安全保守起见, 假设样本数目过小只会导致分布差异减小, 则修正后的可信度计算公式如下:

$$c = h(D) = e^{-D/(\beta_1 \beta_2)}, \quad (22)$$

式中, β_1 和 β_2 分别表示频数分布 p 和 q 的样本数目修正系数.

3 算例

为验证可信度贝叶斯估计的可靠性和实用性, 以地基承载力分布参数估计为例, 用经验公式将静力触探试验(CPT)数据换算成地基承载力, 是在工程设计中较为可靠实际的方法. 将已有宁波市典型土层地基承载力研究资料作为先验信息^[14], 合理假设所有土层地基承载力为正态分布, 并以宁波市轨道交通 3 号线对应典型土层的地基承载力作为总体信息, 然后随机选取总体信息中的 60% 作为样本信息, 进行贝叶斯估计. 其先验信息、总体信息和样本信息数据均列于表 1.

对这些土层的地基承载力参数依次进行经典贝叶斯估计、基于(15)式的经典可信度贝叶斯估计和基于(22)式的改进可信度贝叶斯估计, 将计算结果中的均值与真实分布均值对比, 进行最优选择, 并列于表 2.

结合表 1 和表 2 可以看出, 算例中的 12 层土有 7 层的改进可信度贝叶斯结果最接近实际分布, 取得了较好的预测结果. 当先验信息和样本信息分布差异巨大(⑤1 层黏土)时, 经典可信度贝叶斯估计仍有计算结果. 但是结合相容性检验的改进可信度贝叶斯拒绝进行⑤1 层黏土参数估计, 能有效地防止贝叶斯方法的错误使用.

4 结论

基于 KL 散度的可信度贝叶斯方法已经被广泛应用到军工武器的仿真试验中, 该方法能在充分利用先验信息的基础上, 提高计算结果中样本信息的权重, 能有效地防止估计结果因先验信息与样本信息偏差过大而偏离实际, 降低了用贝叶斯方法指导实际工程的风险. 本文在已有研究

表 1 宁波地区典型土层地基承载力的先验分布、实际分布和样本分布

土层 编号	土层名称	先验样 本数/个	真实样 本数/个	信息样 本数/个	先验分布		实际分布		样本分布	
					均值/kPa	标准差/kPa	均值/kPa	标准差/kPa	均值/kPa	标准差/kPa
①2	黏土	4 961	77	46	108.98	47.75	82.37	21.35	82.470	20.893
①3	淤泥质黏土	17 757	19	11	58.31	11.57	56.73	9.20	58.227	11.159
②1	黏土	5 382	74	44	82.64	15.32	79.43	12.78	79.166	13.198
②2-1	淤泥	12 997	56	34	64.13	8.64	61.02	6.78	62.485	7.030
②2-2	淤泥质黏土	23 809	67	40	71.69	13.28	74.58	10.17	75.332	9.833
②3	淤泥质粉质黏土	16 652	35	21	93.44	25.52	89.65	11.39	91.621	9.361
③2	粉质黏土	13 472	11	7	124.67	40.44	139.32	61.95	110.762	18.995
④2	黏土	26 816	43	26	144.13	30.23	148.52	31.57	148.525	36.402
⑤1	黏土	29 441	5	3	336.87	86.35	396.97	23.69	406.752	17.880
⑤2	粉质黏土	25 745	43	26	326.08	100.95	342.01	120.35	317.999	103.238
⑤4	粉质黏土	16 746	30	18	238.80	61.26	214.11	72.18	212.717	71.771
⑥2	粉质黏土	19 501	15	9	237.40	64.35	319.30	82.50	310.337	84.406

表 2 宁波地区典型土层地基承载力贝叶斯估计结果

土层 编号	分布差异 指标 <i>D</i>	经典贝叶斯(B)		经典可信度贝叶斯(C)			改进可信度贝叶斯(I)			最优选择
		均值/kPa	标准差/kPa	可信度	均值/kPa	标准差/kPa	可信度	均值/kPa	标准差/kPa	
①2	2.666	82.580	23.967	0.273	82.500	26.788	0.069	82.478	32.577	I
①3	0.289	58.234	14.390	0.776	58.232	14.860	0.743	58.232	14.945	C、I
②1	0.105	79.224	15.171	0.905	79.219	15.274	0.900	79.218	15.280	B
②2-1	0.132	62.517	8.224	0.884	62.513	8.302	0.877	62.513	8.307	C、I
②2-2	0.292	75.283	11.378	0.774	75.294	11.592	0.747	75.296	11.624	B
②3	1.570	91.632	11.397	0.389	91.625	12.632	0.208	91.623	13.840	I
③2	1.925	111.187	26.064	0.342	110.910	31.208	0.119	110.814	39.801	I
④2	0.904	148.293	43.349	0.525	148.400	46.110	0.405	148.428	47.495	I
⑤1	7.032	405.767	28.131	0.125	406.628	47.111	0.000	-	-	I
⑤2	0.660	318.311	123.090	0.603	318.190	129.012	0.517	318.163	131.110	B
⑤4	1.407	214.565	88.077	0.415	213.517	97.612	0.244	213.193	105.709	B
⑥2	1.352	298.632	110.185	0.425	304.855	125.905	0.241	307.125	140.450	I

的基础上，用相容性检验改进了可信度的计算公式，避免了当先验信息与样本信息不相容时，计算结果仍然存在的情况。

参考文献:

[1] 郑荣跃, 梧松. 基于 Spencer 法的边坡稳定性可靠度指标分析[J]. 岩土力学, 2006, 27(1):147-150.
[2] 严春风, 陈洪凯, 张建辉. 岩石力学参数的概率分布的

Bayes 推断[J]. 土木建筑与环境工程, 1997(2):65-71.
[3] 王俊杰, 陈爱玖, 姬凤玲, 等. 岩土参数的概率分布拟合及 Bayes 方法优化[J]. 华北水利水电大学学报(自然科学版), 2004, 25(2):51-54.
[4] 李夕兵, 宫凤强. 岩土力学参数概率分布的推断方法研究综述[J]. 长沙理工大学学报(自然科学版), 2007, 4(1):1-8.
[5] 苏永华, 何满潮, 孙晓明. 大子样岩土随机参数统计方

- 法[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(1):117-119.
- [6] 邓海军, 查亚兵. Bayes 小子样鉴定中仿真可信度研究[J]. 系统仿真学报, 2005, 17(7):1566-1568.
- [7] 黄寒砚, 段晓君, 王正明. 考虑先验信息可信度的后验加权 Bayes 估计[J]. 航空学报, 2008, 29(5):1245-1251.
- [8] 毕忠伟, 丁德馨, 饶龙, 等. 岩石参数 Bayes 估计中验前样本可信度的研究[J]. 水利学报, 2006, 37(8):1000-1003.
- [9] 张继周, 缪林昌. 岩土参数概率分布类型及其选择标准[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(S2):3526-3532.
- [10] 韩明. 贝叶斯统计学及其应用[M]. 上海: 同济大学出版社, 2015.
- [11] Belov D I, Armstrong R D. Distributions of the Kullback-Leibler divergence with applications[J]. British Journal of Mathematical & Statistical Psychology, 2011, 64(2):291-309.
- [12] Gelman A, Carlin J B, Stern H S, et al. Bayesian data analysis[J]. Chapman & Hall, 1995, 1(5):121-142.
- [13] 段晓君, 黄寒砚. 基于信息散度的补充样本加权融合评估[J]. 兵工学报, 2007, 28(10):1276-1280.
- [14] 陈斌, 叶俊能, 朱剑锋, 等. 宁波地区典型土层地基承载力确定[J]. 工程地质学报, 2013, 21(4):493-500.

Credibility Bayesian estimation of geotechnical parameters based on KL divergence

HUANG Ze-hao, ZHENG Rong-yue^{*}, LIU Gan-bin

(Institute of Geotechnical Engineering, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: The mismatch between prior information and sample information will lead to deviations between the Bayesian estimation results and the actual results of geotechnical parameters. To address this problem, this paper introduces the concept of credibility Bayesian estimation. The consistency test is then employed to improve the classical credibility calculation equation based on KL divergence. Finally, taking the foundation bearing capacity of the typical soil layer in Ningbo as an example, the estimation results of the improved credibility Bayesian, classical credibility Bayesian and classical Bayesian are compared. The research result shows that the improved credibility Bayesian method can improve the weight of the sample information in the parameter estimation with full usage of prior information, and avoid the Bayesian calculation error caused by the mismatch problem.

Key words: consistency test; Bayesian parameter estimation; KL divergence; credibility; foundation bearing capacity

(责任编辑 章践立)