

设备故障条件下生产计划的鲁棒性分析

徐晔雄^{1,2}, 林文文^{1,2*}, 方志梅^{1,2}, 王磊^{1,2}, 周初恺^{1,2}, 张岳君^{1,2}

(1. 宁波大学 机械工程与力学学院, 浙江 宁波 315211; 2. 浙江省零件轧制成形技术重点实验室, 浙江 宁波 315211)

摘要: 以有限产能批量问题为背景, 假定生产过程受到泊松分布的设备故障影响, 引入与故障相关的鲁棒性约束, 并建立生产计划决策的模型. 首先将这一随机规划问题转换为确定性模型, 然后用优化软件 Lingo 求解. 算例结果表明, 基于故障期望的计划模型中各个周期满足产能约束的一致性较差, 而新模型能达到较高的鲁棒性水平, 对应的生产成本会有一定程度的上升, 而随着鲁棒性水平的降低, 生产成本呈阶段性下降趋势, 并与基于故障期望的模型趋近; 同时发现与后者相比, 新模型在增加有限的生产成本(高约 1.0%)条件下, 可以获得较高(85%)的鲁棒性水平.

关键词: 生产计划; 故障; 鲁棒性; 泊松分布

中图分类号: F273

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2019) 03-0050-05

近年来, 故障条件下生产计划问题的研究受到越来越多学者的重视^[1]. Weinstein 等^[2]在分层框架下研究了在生产计划过程中考虑维护和故障因素的影响作用. Aghezzaf 等^[3]以成本最小化为导向, 建立了单机环境下周期性维护和生产批量计划集成优化模型. Nijid 等^[4]对小修和预防性维护的关系进行了深入研究, 并在联合模型中考虑了缺货成本. Fitouhi 等^[5]在文献[3]的基础上建立了故障条件下非周期的设备预防性维护与生产计划的整合模型. 张岳君等^[6]提出了一种基于设备运行的预防性维护与生产批量的联合决策模型, 且允许在同一生产周期内进行多次预防性维护作业. 张博文等^[7]基于系统可靠性, 将问题由单设备扩展到并行机系统. 胡家文等^[8]考虑设备运行负荷以生产批量转换时刻为预防维护契机, 提出了基于当前生产计划和成本变动模型的动态预防维护策略. 文献[9-11]基于加工失效假设建立了生产与维护集成计划模型. 上述文献在建模故障对生产计划的影响时主要以故障期望的形式体现, 不能涵盖各个生产周期实际的故障发生情境, 降低了生产计划在执行过程的可行性.

为了提升生产计划在不确定环境下的可行性,

不少文献^[12-17]采用鲁棒性的建模方法. Leung 等^[12]提出了一种用于在不确定环境下总生产计划的鲁棒优化模型. Wu^[13]应用鲁棒优化方法解决了需求不确定, 配额成本波动的全球供应链管理生产计划问题. Leung 等^[14]提出了一种多站点生产计划问题的鲁棒优化模型. Zanjani 等^[15]应用鲁棒优化方法解决了产量不确定的多周期生产计划问题. Zanjani 等^[16]提出了一种随机规划方法来解决需求和产量不确定条件下的有限产能批量问题. 目前只有 Nourelfath^[17]研究了故障条件下的生产计划鲁棒性问题, 目的是满足各个周期设定的服务水平.

本文提出故障条件下考虑鲁棒性约束的生产计划建模方法. 生产计划的鲁棒性水平是保证计划顺利完成的关键指标之一, 文献[17]虽兼顾了计划的鲁棒性, 但在建模故障对生产计划影响时采用连续形式. 本文通过引入生产计划的鲁棒性约束, 控制计划实施过程中违反产能约束的概率, 制定生产成本最小化的作业安排, 以期提高计划在执行过程中的可行性.

1 故障条件下 2 种生产计划的建模方法

生产计划以有限产能批量问题(Capacitated

收稿日期: 2018-11-30.

宁波大学学报(理工版)网址: <http://journal.lg.nbu.edu.cn/>

基金项目: 国家青年科学基金(51605263); 浙江省自然科学基金(LQ16G010002); 宁波市自然科学基金(2017A610141).

第一作者: 徐晔雄(1993-), 男, 浙江龙游人, 在读硕士研究生, 主要研究方向: 制造系统工程. E-mail: 602441464@qq.com.

*通信作者: 林文文(1989-), 男, 浙江温州人, 博士/讲师, 主要研究方向: 车间能效意识控制. E-mail: 352013588@qq.com.

Lot-sizing Problem, CLSP)为基础, 这里分别提出考虑鲁棒性约束与基于故障期望的生产计划建模方法, 两者在产能约束的构建理念上存在差别.

1.1 考虑鲁棒性约束的生产计划建模

考虑某一单设备生产系统需在给定的范围 H 内(包括 T 个生产周期)安排 N 种产品的批量, 设备在每个周期的最大产能为 $k_{\max}$. 对于产品 i 在周期 t 内单位加工时间为 a_i , 需求量为 d_{it} , 每个周期内可生产 1 种或多种产品. 生产周期内产品需求由该产品的产量以及库存来满足, 需求不能满足时则将出现产品延期. 设备开机、产品生产、库存及延期生产的单位成本分别为 s_{it} 、 c_{it} 、 h_{it} 和 b_{it} , 对应的决策变量为 y_{it} 、 x_{it} 、 I_{it} 和 B_{it} .

设备经一定时间运行后, 在疲劳、磨损和冲击等因素影响下会发生故障. 假设设备的劣化和实际加工时间相关, 非生产时间不受影响, 在一个周期内设备发生的故障次数服从泊松分布, 故障发生率为 λ , 发生故障后立刻进行小修, 故障维修的停机时间为 t_{cm} .

生产计划的鲁棒性是指在不同故障情境下整个计划依然能稳定执行的能力, 本质是要求控制违反产能约束的概率, 因此这里设定各个周期满足产能约束的概率 β_t 大于鲁棒水平 β^* . 上述模型的目标是最小化生产成本, 可表示为:

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (s_{it} y_{it} + c_{it} x_{it} + h_{it} I_{it} + b_{it} B_{it}), \quad (1)$$

限制条件:

$$x_{it} + I_{i,t-1} - I_{it} = d_{it} - B_{it} + B_{i,t-1}, \forall i, t, \quad (2)$$

$$\beta_t = \text{prob}(\sum_{i=1}^N a_i x_{it} \leq k_{\max} - m_t t_{\text{cm}}), \forall t, \quad (3)$$

$$\beta_t \geq \beta^*, \forall t, \quad (4)$$

$$x_{it} \leq Q y_{it}, \forall i, t, \quad (5)$$

$$x_{it}, I_{it} \geq 0, \forall i, t, \quad (6)$$

$$y_{it} \in \{0, 1\}, \forall i, t. \quad (7)$$

模型的目标函数式(1)是在满足鲁棒性约束前提下最小化生产总成本; 式(2)是不同生产周期的物料平衡表达式; 式(3)为给定故障次数 m_t 条件下, 生产周期满足产能约束的概率; 式(4)要求满足产能约束的概率大于鲁棒性水平 β^* ; 式(5)判断不同产品批量的设备准备操作与产量的一致性; 式(6)

和式(7)是对变量取值的约束.

1.2 基于故障期望的生产计划模型

基于故障期望的生产计划模型需要将故障停机的期望值引入产能约束. 周期 t 内设备运行时间为 $\sum_{i=1}^N a_i x_{it}$, 对应的故障次数为 $\lambda \sum_{i=1}^N a_i x_{it}$, 停机维修时间为 $t_{\text{cm}} \lambda \sum_{i=1}^N a_i x_{it}$, 将这一故障停机影响引入原先产能约束后获得:

$$\sum_{i=1}^N a_i x_{it} \leq k_{\max} - t_{\text{cm}} \lambda \sum_{i=1}^N a_i x_{it}, \forall i, t. \quad (8)$$

基于故障期望的生产计划模型, 只需式(8)替代上述模型中式(3)和式(4)即可.

2 模型求解

将所建立的考虑鲁棒性约束的生产计划模型记为 M-R, 基于故障期望的生产计划模型记为 M-E. 基于故障概率的分布特点, M-E 为线性规划模型, 可以直接采用优化软件 Lingo 求解.

M-R 中生产周期内设备允许故障发生次数 m_t 由鲁棒性约束确定, 发生 m_t 次故障的概率为:

$$\theta_{m_t} = \frac{(\lambda \sum_{i=1}^N a_i x_{it})^{m_t}}{m_t!} e^{-\lambda \sum_{i=1}^N a_i x_{it}}. \quad (9)$$

考虑鲁棒性约束的 M-R 模型为机会约束规划问题, 模型求解分 2 个步骤: (1)将随机规划模型转换成确定性模型; (2)进行求解. 在周期 t 生产过程中, 不同的故障次数对应不同的产能约束:

$$m_t = 0, \sum_{i=1}^N a_i x_{it} \leq k_{\max}, \theta_0 = e^{-\lambda \sum_{i=1}^N a_i x_{it}},$$

$$m_t = 1, \sum_{i=1}^N a_i x_{it} \leq k_{\max} - t_{\text{cm}}, \theta_1 = \lambda \sum_{i=1}^N a_i x_{it} e^{-\lambda \sum_{i=1}^N a_i x_{it}},$$

$\vdots$

$$m_t = k, \sum_{i=1}^N a_i x_{it} \leq k_{\max} - k t_{\text{cm}},$$

$$\theta_k = ((\lambda \sum_{i=1}^N a_i x_{it})^k / k!) e^{-\lambda \sum_{i=1}^N a_i x_{it}}.$$

对于给定鲁棒性水平 β^* , 由于 $\sum_{m_t=0}^k \theta_{m_t}$ 的递增特性, 存在一个 $\sum_{m_t=0}^k \theta_{m_t}$, 使得:

$$\sum_{m_t=0}^k \theta_{m_t} \geq \beta^*. \quad (10)$$

在采用枚举方法计算获得 k 后, 可用式(10)替代原先的鲁棒性约束, 从而将原模型转化为确定性模型, 并进一步用 Lingo 求解.

3 算例分析

3.1 算例

假设需在 8 个生产周期内决策 2 种产品的生产计划. 采用无量纲形式的单位加工时间和生产成本(表 1), 与文献[3]算例中的参数一致, 生产周期内的最大产能 $k_{\max}=50$, 计划的鲁棒性水平为 $\beta_t^*=95\%$. 设备故障过程服从泊松分布^[18], 其中故障率为 $\lambda=0.05$ ^[19], 设备故障维护时间为 $t_{cm}=4.5$ ^[6].

表 1 生产时间和生产相关成本参数

产品	a_i	s_{it}	c_{it}	h_{it}	d_{it}
产品 1	1	1 000	90	40	240
产品 2	1	1 000	90	40	240

表 2 列出了各个生产周期的产品需求, 其中 2 种产品的需求数量均服从 $U[10, 20]$. 进一步给出了 M-R 模型的计算结果, M-R 模型的总生产成本 $T_{PC}=39\,340$, 比 M-E 高出 11.1%, 这一成本差异主要由 M-R 模型中的鲁棒性约束引起.

表 2 产品需求及模型计算结果

参数	产品	周期							
		1	2	3	4	5	6	7	8
d_{it}	产品 1	11	17	17	10	11	17	16	15
	产品 2	16	17	19	10	18	15	12	17
s_{it}	产品 1	1	1	1	1	1	1	1	1
	产品 2	1	1	1	1	1	1	1	1
x_{it}	产品 1	11	17	11	16	11	17	16	15
	产品 2	16	15	21	10	18	15	12	17
I_{it}	产品 1	0	0	0	0	0	0	0	0
	产品 2	0	0	0	0	0	0	0	0
b_{it}	产品 1	0	0	6	0	0	0	0	0
	产品 2	0	2	0	0	0	0	0	0

表 3 对比了由 2 个模型计算获得的各周期实际生产时间. 表 4 在此基础上给出了 2 个生产计划模型在各个周期发生不同故障次数的概率以及满足产能约束的概率, 其中带下划线的数据为对应故障次数不能满足产能约束时的发生概率. 随着故障次数情境的增加, 2 个模型的故障发生概率逐渐

降低, 当故障次数超过产能约束限定值时会导致计划不可行.

表 3 2 种模型各周期实际生产时间

模型	周期							
	1	2	3	4	5	6	7	8
M-E	27	40	40	21	33	33	29	15
M-R	27	32	32	26	29	32	28	32

表 4 2 种模型各周期发生不同故障次数的概率

以及满足产能约束的概率 %

故障次数	模型	周期							
		1	2	3	4	5	6	7	8
0	M-E	22.70	11.10	11.10	31.50	16.30	16.30	20.30	43.80
	M-R	22.70	17.20	17.20	24.00	20.30	17.20	21.40	17.20
1	M-E	33.60	24.40	24.40	36.40	29.60	29.60	32.40	36.20
	M-R	33.60	30.30	30.30	34.20	32.40	30.30	33.00	30.30
2	M-E	25.00	26.80	26.80	21.00	26.80	26.80	25.80	14.90
	M-R	25.00	26.60	26.60	24.50	25.80	26.60	25.40	26.60
3	M-E	12.40	<u>19.70</u>	<u>19.70</u>	8.10	16.20	16.20	13.70	4.10
	M-R	12.40	15.60	15.60	11.70	13.70	15.60	13.00	15.60
4	M-E	4.60	<u>10.80</u>	<u>10.80</u>	2.30	<u>7.40</u>	<u>7.40</u>	5.50	0.80
	M-R	4.60	6.90	6.90	4.20	5.50	6.90	5.00	6.90
5	M-E	1.40	<u>4.80</u>	<u>4.80</u>	0.50	<u>2.70</u>	<u>2.70</u>	<u>1.70</u>	0.10
	M-R	1.40	<u>2.40</u>	<u>2.40</u>	1.20	<u>1.70</u>	<u>2.40</u>	<u>1.50</u>	<u>2.40</u>
6	M-E	<u>0.30</u>	<u>1.70</u>	<u>1.70</u>	0.10	<u>0.80</u>	<u>0.80</u>	<u>0.50</u>	0.02
	M-R	<u>0.30</u>	<u>0.70</u>	<u>0.70</u>	<u>0.30</u>	<u>0.50</u>	<u>0.70</u>	<u>0.40</u>	<u>0.70</u>
7	M-E	<u>0.07</u>	<u>0.50</u>	<u>0.50</u>	<u>0.02</u>	<u>0.20</u>	<u>0.20</u>	<u>0.10</u>	0.00
	M-R	<u>0.08</u>	<u>0.20</u>	<u>0.20</u>	<u>0.06</u>	<u>0.10</u>	<u>0.20</u>	<u>0.09</u>	<u>0.20</u>
β_t	M-E	99.70	62.30	62.30	99.90	88.90	88.90	97.70	99.90
	M-R	99.70	96.60	96.60	99.80	97.70	96.60	97.80	96.60

在第 2 个和第 3 个周期中, 故障次数超过 2 次时 M-E 不能满足产能约束, 而在第 8 个周期模型允许发生 7 次故障, M-E 满足产能约束的一致性较差. 在 M-R 中各个周期允许的故障次数至少为 4 次, 在生产过程中面对随机故障计划具有更高的可行性.

图 1 进一步展示了表 4 中 2 种模型各个周期满足产能约束的概率变化趋势, 并与设定的鲁棒性水平 β_t^* 对比. M-E 中, 存在 4 个周期满足产能约束的概率 β_t 在设定的鲁棒性水平 β_t^* 之上, 其余周期均在 β_t^* 之下, 且最大值与最小值相差 37.6%. 这是由于 M-E 没有对 β_t 的冗余空间进行约束, 使得在生产过程中满足产能约束的概率 β_t 波动幅度较大.

M-R 中, 各个周期的 β_i 值都超过了给定的鲁棒性水平, 且波动幅度很小, 这是因为模型中的鲁棒性约束使得 β_i 的冗余空间减少。

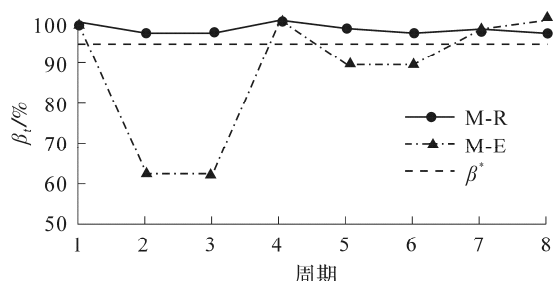


图1 2种模型各个周期满足产能约束的概率

3.2 不同 β_i^* 条件下的生产成本

为体现鲁棒性水平 β_i^* 对生产成本造成的影响, 对 β_i^* 进行敏感度分析。将周期内 β_i^* 依次降低 10%, 分别降低 7 次, 并计算出对应的生产成本。图 2 为 M-R 模型生产成本的变化趋势, 并与 M-E 及 CLSP 所对应的生产成本进行对比。随着鲁棒性水平 β_i^* 的降低, M-R 生产成本整体呈阶段性的下降趋势, 其中当 β_i^* 小于 85% 后成本变化较为平缓, 而当 β_i^* 值为 95% 时, 生产成本上升显著。这是由于 β_i^* 值为 95% 时, 各个周期需要涵盖更多的故障次数情境, 使得生产计划的求解空间极为有限, 最终导致成本的急剧上升。

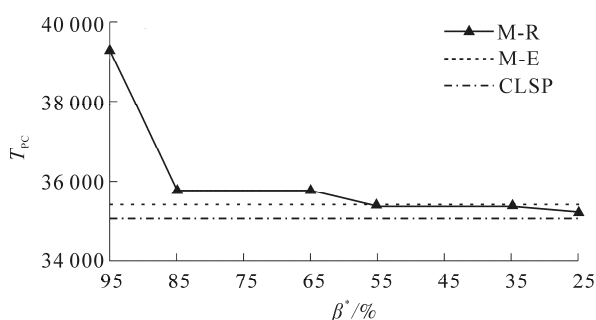


图2 不同 β^* 条件下的生产成本变化趋势

当 β_i^* 值降到 55% 后, M-R 的生产成本略低于 M-E (相差 0.1%)。M-E 在建模故障对生产计划的影响时以故障期望的形式体现与实际的故障次数情境不符, 使得 M-E 生产安排的求解空间减小, 导致生产成本增加。当 β_i^* 值松弛到 25% 时, 鲁棒性水平对模型的约束效果减弱, 生产成本接近 CLSP 对应的下限。

在一定范围内生产成本受 β_i^* 值的影响很小, M-E 增加 1.1% 的成本就能将满足产能约束的概率

由 62.3% 提高至 85%。 β_i^* 的敏感度分析结果为决策者在计划鲁棒性和生产成本之间取得平衡提供了依据。

4 结论

在本文提出的模型中, 通过引入约束条件确保每个周期内满足产能约束的概率达到设定的鲁棒性水平。算例结果表明, 与基于故障预期的生产维护计划模型相比, 新模型在各个生产周期内都能满足设定的生产计划鲁棒性水平。通过鲁棒性水平的敏感度分析发现, 模型具有较好的柔性, 且计划鲁棒性提升到较高水平只需花费少量成本, 为决策者制定生产计划提供了依据。

参考文献:

- [1] Hadidi L A, Ai-Turki U M, Rahim A. Integrated models in production planning and scheduling, maintenance and quality: A review[J]. International Journal of Industrial and Systems Engineering, 2012, 10(1):21-50.
- [2] Weinstein L, Chung C H. Integrating maintenance and production decisions in a hierarchical production planning environment[J]. Computers and Operations Research, 1999, 26(10/11):1059-1074.
- [3] Aghezzaf E H, Jamali M A, Ait-Kadi D. An integrated production and preventive maintenance planning mode [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 181(2):679-685.
- [4] Najid M N, Alaoui-Selsouli M, Mohafid A. An integrated production and maintenance planning model with time windows and shortage cost[J]. International Journal of Production Research, 2011, 49(8):2265-2283.
- [5] Fitouhi M C, Noureldath M. Integrating noncyclical preventive maintenance scheduling and production planning for a single machine[J]. International Journal of Production Economics, 2012, 136(2):344-351.
- [6] 张岳君, 陆志强. 一种基于设备运行的预防性维护与生产批量联合决策模型[J]. 计算机集成制造系统, 2014, 20(7):1737-1742.
- [7] 张博文, 陆志强, 张岳君. 并行机系统生产计划与预防性维护联合建模[J]. 上海交通大学学报(自然版), 2015, 49(4):564-571.
- [8] 胡家文, 蒋祖华, 侯文瑞, 等. 批量生产模式下考虑设备运行负荷的预防维护策略[J]. 上海交通大学学报(自然版), 2018, 52(3):332-339.
- [9] 赵世雄. 基于加工失效情形下生产批量计划与设备维

- 护集成优化研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2014.
- [10] 冷乔, 王丽亚, 赵世雄, 等. 多机串行系统的生产批量与维护计划集成优化[J]. 计算机集成制造系统, 2016, 22(8):1945-1952.
- [11] 祝颖, 冷乔, 王丽亚, 等. 带缓冲多阶段系统的生产批量与维护计划集成优化[J]. 工业工程与管理, 2015, 20(6):48-53.
- [12] Leung S C H, Wu Y. A robust optimization model for stochastic aggregate production planning[J]. *Production Planning and Control*, 2004, 15(5):502-514.
- [13] Wu Y. Robust optimization applied to uncertain production loading problems with import quota limits under the global supply chain management environment [J]. *International Journal of Production Research*, 2006, 44(5):849-882.
- [14] Leung S C H, Tsang S O S, Ng W L, et al. A robust optimization model for multi-site production planning problem in an uncertain environment[J]. *European Journal of Operational Research*, 2007, 181(1):224-238.
- [15] Zanjani M K, Ait-Kadi D, Nourelfath M. Robust production planning in a manufacturing environment with random yield: A case in sawmill production planning[J]. *European Journal of Operational Research*, 2010, 201(3): 882-891.
- [16] Zanjani M K, Nourelfath M, Ait-Kadi D. A multi-stage stochastic programming approach for production planning with uncertainty in the quality of raw materials and demand[J]. *International Journal of Production Research*, 2010, 48(16):4701-4723.
- [17] Nourelfath M. Service level robustness in stochastic production planning under random machine breakdowns [J]. *European Journal of Operational Research*, 2011, 212(1):81-88.
- [18] 刘学娟, 赵斐. 多产品生产计划与设备维修整合优化模型[J]. 工业工程与管理, 2015, 20(4):23-28.
- [19] Savsar M. Modelling of multi-stage production lines with maintenance operations[J]. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 2008, 21(4):396-406.

Robust analysis of production planning under equipment failure conditions

XU Ye-xiong^{1,2}, LIN Wen-wen^{1,2*}, FANG Zhi-mei^{1,2}, WANG Lei^{1,2}, ZHOU Reng-kai^{1,2}, ZHANG Yue-jun^{1,2}

(1.Faculty of Mechanical Engineering & Mechanics, Ningbo University, Ningbo 315211, China;

2.Zhejiang Provincial Key Laboratory of Part Rolling Technology, Ningbo 315211, China)

Abstract: In this paper, based on the Capacitated Lot-sizing Problem, it is assumed that the production process is affected by the Poisson distribution equipment failure, and the fault-related robustness constraints are introduced and the production planning decision model is established. This stochastic programming problem is first converted into a deterministic model and further solved by the optimization software Lingo. The results of the example show that the consistency of the capacity constraints in each cycle of the planning model based on the failure expectation is poor and the new model can achieve a higher level of robustness, and the corresponding production cost will increase to a certain extent. With the decrease of the level of robustness, the production cost shows a downward trend and approaches to the model that is based on failure expectation. At the same time, compared with the latter, the new model is capable of accomplishing a higher level of robustness (85%) with increase of a limited production cost (about 1.0% higher).

Key words: production plan; failure; robustness; Poisson distribution

(责任编辑 史小丽)