

多指标约束的斜拉索滑模非脆弱减振控制

时云飞, 刘小峰, 张 刚, 冯志敏*, 陈 冲

(宁波大学 海运学院, 浙江 宁波 315832)

摘要: 为了提高斜拉索-磁流变阻尼器减振控制系统的稳定性, 提出了一种多指标约束的滑模非脆弱减振控制算法. 基于线性矩阵不等式(LMI), 利用 H_∞ 性能指标和保性能指标分别用来抑制外界扰动, 保证系统渐近稳定且具有一定上界指标, 并以区域极点配置表征减振控制稳定性与快速性, 方差表征小振幅和振动速度. 将非脆弱状态反馈控制与滑模控制相结合, 得到了多指标约束的滑模非脆弱减振控制算法设计形式及方法. 在强度为 0.100 2 高斯白噪声随机扰动下, 对某跨海大桥 C18、C13 号斜拉索进行算例仿真. 结果表明, 该算法不仅使减振控制系统具有较优的保性能上界指标 J^* 和较小的抗扰性能指标 γ , 同时使拉索振动状态幅值降低 91.11%~92.50%, 收敛时间缩短 76.67%~84.00%.

关键词: 斜拉索; 多指标约束; 保性能; 滑模控制; 状态反馈

中图分类号: U448.27

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2020) 06-0034-11

斜拉桥作为海洋经济发展的通道和枢纽, 其安全问题逐渐受到人们的关注. 拉索是斜拉桥的主要受力构件, 极易在风雨等复杂的海洋环境中发生有害振动. 因此, 如何有效地减少斜拉索振动已成为海洋工程中亟待解决的关键问题之一^[1-2].

随着磁流变阻尼器在海洋工程中的应用, 国内外学者对斜拉索半主动智能控制算法的研究日趋增多. Boston 等^[3]提出将进化算法用于斜拉索结构控制, 并设计了相应的半主动算法, 通过案例证明该算法的可行性; Xiao^[4]提出基于模糊逻辑理论的斜拉索-磁流变系统半主动控制算法, 得出具有较好的减振控制效果; 陈昭晖等^[5]将线性二次高斯控制与 Hilbert-Huang 变换(HHT)相结合, 提出性能较优的斜拉索-磁流变阻尼器频域自适应控制方法, 并证明其具有较高的可靠性; 徐彦青等^[6]提出基于线性自回归模型和 Bang-Bang 算法的半主动控制方法, 并以数值案例得出其合理性; 段玉贺等^[7]利用系统状态方程和多指标约束(区域极点指标和协方差性能指标)进行减振控制算法设计和优化, 并取得良好的减振效果.

实际上, 由于脆弱性的存在, 减振控制器增益参数会发生偏差, 且在外界干扰下也可能发生改变. 对此, 人们往往希望减振控制系统不仅具备一定的抗扰性、稳定性和快速性, 而且还要能够克服控制器的增益摄动.

本文利用 H_∞ 性能指标约束^[8]和保性能指标约束^[9]分别用来抑制外界扰动, 保证系统渐近稳定, 且具有一定的上界指标; 同时, 以区域极点配置表征减振控制稳定性与快速性, 以方差表征小振幅和振动速度; 随后, 结合线性矩阵不等式(LMI)滑模控制^[10]与非脆弱控制^[11-12], 提出一种多指标约束的滑模非脆弱减振控制方法; 最后, 通过数值案例仿真, 分别与单一 LMI 滑模减振控制算法、极点和协方差约束的状态反馈算法进行对比, 得到当系统受到不同强度的随机扰动时, 该减振控制算法不仅能使闭环系统具有较好的抗扰性及稳定性, 且能有效地抑制斜拉索的收敛时间和振荡幅值.

1 斜拉索-阻尼系统数学模型

图 1 为斜拉索-磁流变阻尼器系统模型示意图.

收稿日期: 2020-05-26.

宁波大学学报(理工版)网址: <http://journal.lg.nbu.edu.cn/>

基金项目: 国家自然科学基金(51675286); 浙江省教育厅科研项目(Y201941599).

第一作者: 时云飞(1992-), 男, 河南太康人, 在读硕士研究生, 主要研究方向: 海洋结构减振控制算法. E-mail: 1596991320@qq.com

*通信作者: 冯志敏(1960-), 男, 浙江宁波人, 教授, 主要研究方向: 海洋工程检测与故障诊断等. E-mail: fengzhimin@nbu.edu.cn

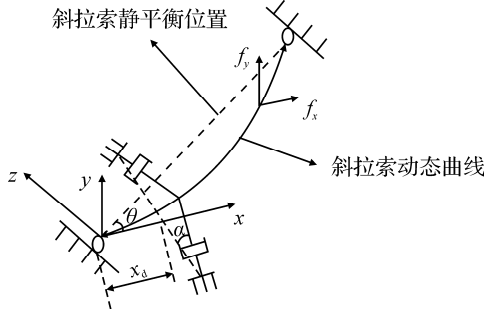


图1 斜拉索-磁流变阻尼器系统模型示意图

图1中静平衡位置下斜拉索长度为 L ; 拉索动态变化曲线为 $y(x, t)$; f_x 、 f_y 表示斜拉索在 x 、 y 方向所受的外界扰动; x_d 为磁流变阻尼器到锚固端距离; α 为磁流变阻尼器与水平面夹角. 对此, 结合能量守恒原理可得斜拉索在 y 方向的面内振动方程为^[13]:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = f(t) + \varphi(x_d)u(t), \quad (1)$$

式中: M 为质量矩阵; C 为阻尼矩阵; K 为刚度矩阵; $u(t)$ 为斜拉索减振阻尼力; $\varphi(x_d)$ 为坐标 x_d 处的振型函数向量值; M 、 K 、 C 矩阵采用切比雪夫级数法(计算过程简化)对斜拉索-磁流变阻尼器系统的偏微分振动方程进行求解^[7], 由于在建模过程中存在误差等, 系统状态空间方程可表示为:

$$\dot{z}_g(t) = (A + \Delta A)z_g(t) + (B + \Delta B)u(t) + Df(t), \quad (2)$$

式中: $z_g(t)$ 为 y 方向广义坐标状态变量; A 为系统矩阵; B 为控制矩阵; D 为扰动矩阵; ΔA 、 ΔB 分别为考虑非线性因素后的状态矩阵不确定性项及输入矩阵的不确定性项.

2 滑模非脆弱减振控制算法

2.1 LMI 滑模面模型

结合斜拉索-磁流变阻尼器的状态空间方程(2), 定义滑模函数为:

$$s = Cz_g(t) = (B + \Delta B)^T P^* z_g(t), \quad (3)$$

式中: C 为基于LMI设计的滑模面; P^* 为 $2n \times 2n$ 阶正定矩阵(n 为斜拉索形函数数目).

由式(3)可知, 对滑模面 C 的设计可以转换成对正定矩阵 P^* 的设计. 为使该减振控制系统状态能够稳定在滑模面上, 且极点能够配置在半径为 r 的圆盘区域 $F(-q, r)$ ($0 < r < q$)内, 还能抑制外界干扰, 为此引入区域极点指标约束(表征斜拉索减振控制具备一定的快速性与稳定性)、 H_∞ 性能指标约束

($\|H(S)\|_\infty < \gamma$), 区域极点指标约束及 H_∞ 性能指标约束可表示为:

$$((A_c + \Delta A_c + qI))Q((A_c + \Delta A_c + qI))^T - r^2 Q < 0, \quad (4)$$

$$((A_c + \Delta A_c))^T Q + Q((A_c + \Delta A_c)) + \gamma^2 Q C^T C Q + D D^T < 0, \quad (5)$$

式中: A_c 和 ΔA_c 分别表示 $A_c = A + B(K_1 + \Delta K_1)$, $\Delta A_c = H F(t)(E_1 + E_2(K_1 + \Delta K_1))$ ($\Delta K_1 \in R^{m \times n}$ 为加法摄动方式构造的控制增益参数摄动量).

为了保证减振控制系统渐近稳定, 且具有一定上界指标 J^* , 引入保性能控制, 并定义性能指标函数为:

$$J = \int_0^\infty (z_g^T(t) Q z_g(t) + u^T(t) R u(t)) dt, \quad (6)$$

其中: $Q > 0$, $R > 0$, 且均为给定的加权矩阵.

如果存在一个矩阵 $P = P^T > 0$, 且满足:

$$Q + (K_1 + \Delta K_1)^T R (K_1 + \Delta K_1) + P A_c + A_c^T P < 0, \quad (7)$$

则该系统具有一定的稳定性, 且系统性能指标满足上界为 $J \leq J^* = q r^{-2} z_{g1}^T P z_{g1} + q \gamma^2 \beta$, z_{g1} 为初始状态; β 为平方可积的外部干扰 $f(t)$ 的最大值. 同时对所有的 $t > 0$ 都有:

$$q r^{-2} z_{g1}^T(t) P z_{g1}(t) + q r^2 \beta \leq q r^{-2} z_{g1}^T P z_{g1} + q \gamma^2 \beta, \quad (8)$$

因此, 在保证斜拉索-磁流变阻尼器减振控制系统渐近稳定的同时, 为使斜拉索具有小的振幅、振速, 且稳态协方差矩阵 X 具有较小上界, 则定义稳态协方差约束指标函数为:

$$X = \lim_{t \rightarrow \infty} E(z_g(t) z_g(t)^T), \quad (9)$$

式中: X 为连续 Lyapunov 方程(9)的唯一半正定解.

$$\dot{z}_g(t) = ((A_c + \Delta A_c) + (B + \Delta B)(K_1 + \Delta K_1)) \cdot z_g(t) + D W_K(t) D^T, \quad (10)$$

式中: $W_K(t)$ 表示为斜拉索所受到的风致振动的外载荷强度, 为式(2)中 $f(t)$ 的函数^[14].

多性能指标约束的滑模面设计需要应用到如下引理.

引理 1^[15] 适维矩阵的所有特征值均在圆盘 $F(-q, r)$ 中的充要条件是存在对称矩阵 $X > 0$, 使得:

$$\begin{bmatrix} -rX & AX + qX \\ XA^T + qX & -rX \end{bmatrix}. \quad (11)$$

引理 2^[16] 给定任意适维矩阵 Q 、 H 、 E , 有 $Q + HFE + E^T F^T H^T < 0$ (对于任何矩阵 F 满足 $F^T F^T \leq I$), 当且仅当存在参数 $\varepsilon > 0$, 有 $Q + \varepsilon HH^T + \varepsilon^{-1} E^T E < 0$.

2.2 LMI 滑模控制器设计

考虑到斜拉索-磁流变阻尼器减振控制系统受到外界不确定干扰, 将系统的控制输入分成滑模等效控制 u_{eq} , 用以提供斜拉索减振控制系统所需的确定控制量, 以及扰动补偿控制 u_n , 用以修正减振控制系统所受不确定干扰因素影响. 滑模减振控制器为^[12]:

$$u(t) = u_{eq} + u_n, \quad (12)$$

辅助反馈的滑模控制可以采用多指标约束的 LMI 设计 P^* , 将式(11)写为式(13):

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 HH^T - rQ & (A + qI)Q + BS & 0 & \varepsilon_2 BM_1 & 0 \\ Q^T(A + qI)^T + S^T B^T & -rI & QE_1^T + S^T E_2^T & 0 & QN_1^T \\ 0 & E_1 Q + E_2 S & -\varepsilon_1 I & \varepsilon_2 E_2 M_1 & 0 \\ \varepsilon_5 M_1^T B^T & 0 & \varepsilon_2 M_1^T E_2^T & -\varepsilon_2 I & 0 \\ 0 & N_1 Q & 0 & 0 & \varepsilon_2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} AQ + QA^T + BS + S^T B^T + \varepsilon_3 HH^T + DD^T & QC^T & QE_1^T + S^T E_2^T & \varepsilon_5 BM_1 & QN_1^T \\ CQ & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 \\ E_1 Q + E_2 S & 0 & -\varepsilon_4 I & \varepsilon_5 E_2 M_1 & 0 \\ \varepsilon_5 M_1^T B^T & 0 & \varepsilon_5 M_1^T E_2^T & -\varepsilon_5 I & 0 \\ N_1 Q & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_5 I \end{bmatrix} < 0, \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} AQ + QA^T + BS + S^T B^T + \varepsilon_6 HH^T + DW_K D^T & QE_1^T + S^T E_2^T & 0 & QN_1^T \\ E_1 Q + E_2 S & -\varepsilon_6 I & \varepsilon_7 E_2 M_1 & 0 \\ 0 & M_1^T E_2^T & -\varepsilon_7 I & 0 \\ N_1 Q & 0 & 0 & -\varepsilon_7 \delta I \end{bmatrix} < 0, \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} \Pi & Q^T & S^T & QE_1^T QN_1^T & Q^T & S^T + E_1^T & 0 & QN_1^T & QN_1^T & QN_1^T & S^T & QN_1^T \\ Q & -R^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S & 0 & -W^{-1} + \varepsilon_{13}^{-1} M_1 M_1^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ E_1 Q & 0 & 0 & -\varepsilon_8 I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ N_1 Q & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_9 I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Q & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{10} + \varepsilon_{12}^{-1} M_1 M_1^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S + E_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{11} + \varepsilon_{14}^{-1} M_1 M_1^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{12} + \varepsilon_{15}^{-1} M_1 M_1^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ E_1 Q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{13}^{-1} I & 0 & 0 & 0 \\ E_1 Q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{14}^{-1} I & 0 & 0 \\ E_1 Q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{15}^{-1} I & 0 \\ S & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{16} + \varepsilon_{17}^{-1} M_1 M_1^T & 0 \\ E_1 Q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{17}^{-1} I \end{bmatrix} < 0, \quad (18)$$

$$u(t) = -K_1^* z_g(t) + v(t) = (K_1 + \Delta K_1) z_g(t) + v(t), \quad (13)$$

式中:

$$v(t) = -K_1^* z_g(t) + u_{eq} + u_n = -(K_1 + \Delta K_1) z_g(t) + u_{eq},$$

则斜拉索-磁流变系统可变为:

$$\dot{z}_g(t) = \bar{A} z_g(t) + (B + \Delta B) v(t) + DW_K(t) D^T, \quad (14)$$

式中: $\bar{A} = (A + \Delta A) - (B + \Delta B) K_1^*$, 且符合 Hurwitz 条件.

为了求解 LMI 滑模减振控制器增益 K_1^* , 令 $P^* = P = Q$ 为正定矩阵, 利用矩阵变换及引理 1 和 2, 可转 LMIs 等价形式^[17-18], 获得符合性能要求的控制增益 K_1 .

定理 1 在多指标约束的减振控制系统中, 极点能够位于圆盘区域 $F(-q, r)$ 内, 且同时满足 H_∞ 性能指标约束、保性能指标约束、协方差指标约束, 则必存在实变量 $\varepsilon_i (i=1, 2, 3, \dots, 17)$ 、 δ 、 γ 和矩阵变量 Q 、 S , 使得 LMI 组有可行解的充要条件为:

$$Q > 0, \quad (19)$$

式中:

$$S = K_1 Q \text{ 闭环增益 } K_1 = S Q^{-1},$$

$$\Pi = A Q + Q A^T + B S + S^T B^T + (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{14} + \varepsilon_{15}) \cdot$$

$$H H^T + \varepsilon_{12} B M_1 M_1^T B^T + \varepsilon_{11} B M_1 M_1^T B^T.$$

证明 令 $Q = P^{-1}$, $S = K_1 P^{-1}$, 根据引理 1 和 2, 表征快速性与稳定性的圆盘极点约束性能指标式(4)等价:

$$\begin{bmatrix} -rQ + \varepsilon_1 H H^T & (A + B K_1)Q + qQ & 0 \\ Q(A + B K_1)^T + qQ & -rQ & Q(E_1 + E_2 K_1)^T \\ 0 & Q(E_1 + E_2 K_1) & -\varepsilon_1 I \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} B M_1 \\ 0 \\ E_2 M_1 \end{bmatrix} F_1(t) [0 \quad N_1 Q \quad 0] +$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} B M_1 \\ 0 \\ E_2 M_1 \end{bmatrix} F_1(t) [0 \quad N_1 Q \quad 0] \right\}^T < 0.$$

由 Schur 补引理^[19]可以证明等价条件式(15); 同理, 可以证明式(16)~(18).

2.3 状态反馈控制器设计

定理 1 给出了与系统滑模面设计相关的正定矩阵 $P^* = P = Q$ 和 LMI 滑模减振控制器增益 K_1 需要满足多指标约束(保性能指标、 H_∞ 性能指标、区域极点指标和稳态协方差性能)的充分条件式(15)~(19). 因此, 可以得到非脆弱状态反馈控制器 $u(t) = K_1^* z_g(t) = (K_1 + \Delta K_1) z_g(t)$ 的求解过程. 为了保证控制器增益 $K_1^* = (K_1 + \Delta K_1)$ 满足与滑模面的设计相关的 $P^* = P = Q$, 并解决系统 H_∞ 性能指标 γ 、圆盘极点可配置、振幅和振速稳态协方差性能指标约束及保性能指标约束下的极小值问题, 可以采用凸优化方法.

2.4 多指标约束相容性问题求解

在求解多指标约束的LMIs时, 假设在LMI滑模控制和非脆弱控制下, 满足 H_∞ 性能指标约束、保性能指标约束、圆盘极点性能指标约束和方差性能指标约束及Hurwitz稳定条件, 则式(15)~(19)必有凸集可行解, 以下极值问题有意义. 假设有可行解, 则实变量 $\varepsilon_i (i=1, 2, 3, \dots, 17)$ 、 δ 、 γ 和矩阵变量 Q 、 S 相应的极小值为 $(Q_L, S_L, \varepsilon_{1L}, \varepsilon_{2L}, \varepsilon_{17L}, \gamma_L^2)$, 并给定

H_∞ 上界指标 $\gamma > \gamma_L$ 、保性能指标上界指标为 $J \leq J^*$ 、方差上界指标 $\sigma^2 > \text{diag}(Q_L)$, 则定理2成立.

定理 2 若斜拉索减振控制系统使式(2)极点可配置, 取保性能指标、 H_∞ 性能指标、稳态协方差性能指标, 且满足 $\sigma^2 > \text{diag}(Q_L)$ 的方差上界指标 σ^2 与区域极点指标 $F(-q, r)$ 、保性能指标、 H_∞ 性能指标相容, 则^[20]:

$$\begin{cases} \min \{rQ, \gamma^2, q\lambda + q\gamma^2\beta\} : (Q, S, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \dots, \varepsilon_{17}), \\ \text{s.t. LMI}((15) \sim (19)), \end{cases} \quad (20)$$

证明 假定存在 $Q_0 (Q_0 > Q_L)$ 任意相同非对角元素的正定对称矩阵, 且满足 $\sigma^2 > \text{diag}(Q_0)$. 根据 Q_L 定义知, 对充分小正常数 ε_0 , 有可行解 (Q, S) 满足式(15)~(19), 使得 $Q \leq Q_L + \varepsilon_0 < Q_0$, 定理2得证.

3 实例数值计算

3.1 系统基本参数

以某跨海大桥 C18(长索)和 C13(短索)型号拉索参数为实例进行验证, 其基本参数见表 1.

表 1 C18 和 C13 号斜拉索基本参数

型号	索长/ m	直径/ m	索力/ kN	倾斜/ (°)	单位质量/ (kg·m ⁻¹)
C18	175.40	0.151	4 167	29.93	80.1
C13	113.40	0.114	3 443	39.10	45.6

MR-60 磁流变阻尼器安装如图 1 所示, 连接处相互垂直, 且对称安装, 距离桥面锚固端 1.8 m 处加速度传感器安装在 0.03L 位置^[21].

3.2 系统各参数确定

结合上述斜拉索-磁流变阻尼器系统状态空间方程及 A 、 B 、 D 、 C_0 矩阵表达形式, 并参见文献[10]中对斜拉索参数矩阵的详细求解过程, 可分别得到 C18 和 C13 的 A 、 B 、 D 、 C_0 矩阵数值; 同时, 当矩阵的形函数 $n=2$ 时, 其近似解已收敛^[7].

此外, 由于斜拉索-磁流变阻尼器系统在建模过程中会不可避免受到非线性因素(建模误差、阻尼器老化、增益摄动等)影响, 遂引入 5% 不确定性误差作为系统矩阵、输入矩阵及增益摄动误差. 假设 $\varepsilon_1 = 1$, 则经过 Matlab 中 LMI 工具箱计算可得 H 、 F 、 E_1 、 E_2 . 考虑到理论计算值与实际工程的差距, 将控制增益描述为^[22]:

$$K_1^* = K_1 + r_1(t) \Delta K_1^* + r_2(t) \Delta K_2^* +$$

$$r_3(t)\Delta K_3^* + r_4(t)\Delta K_4^*,$$

其中:

$$\Delta K_1^* = [1 \ 0 \ 0 \ 0], \Delta K_2^* = [0 \ 1 \ 0 \ 0],$$

$$\Delta K_3^* = [0 \ 0 \ 1 \ 0], \Delta K_4^* = [0 \ 0 \ 0 \ 1],$$

$$-1 \leq r_i \leq 1, i = 1, 2, 3, 4.$$

定义矩阵 $F(t) = \text{diag}[r_1(t) \ r_2(t) \ r_3(t) \ r_4(t)]$, 则得 M_1 、 N_1 值. 各参数值为:

$$A_{C18} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.0134 & -0.0644 & -0.0326 & -0.0002 \\ -0.0139 & -0.9102 & -0.0001 & -0.0275 \end{bmatrix},$$

$$B_{C18} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 6.1603 \\ 0.3148 \end{bmatrix}, D_{C18} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 6.1577 & 0.0129 \\ 0.0129 & 1.5168 \end{bmatrix},$$

$$A_{C13} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.0156 & -0.0727 & -0.0603 & -0.0004 \\ -0.0157 & -1.0257 & -0.0001 & -0.0501 \end{bmatrix},$$

$$B_{C13} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 11.5169 \\ 0.5858 \end{bmatrix}, D_{C13} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 8.7338 & 0.0188 \\ 0.0188 & 2.1506 \end{bmatrix},$$

$$H = F = \text{diag} \begin{bmatrix} -0.3669 - 19.15i \\ -0.3669 + 19.15i \\ -12.3000 - 10i \\ -12.3000 + 10i \end{bmatrix}^T,$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0500 \\ -0.0025 & -0.0097 & -0.0024 & 0.0001 \\ -0.0029 & -0.0540 & 0 & -0.0019 \end{bmatrix},$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.2714 \\ 0.0164 \end{bmatrix},$$

$$M_1 = [0.05 \ 0.05 \ 0.05 \ 0.05],$$

$$N_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

通过 LMI 工具箱计算得到斜拉索 C18、C13 号参数值, 其中多指标约束下的滑模非脆弱减振控制增益为:

$$K_{1C18} = [-0.5847 \ -0.9207 \ -0.6782 \ 1.2300],$$

$$K_{1C13} = [-0.3868 \ -0.5836 \ -0.4115 \ 0.7020],$$

$$P_{C18} = \begin{bmatrix} 0.0228 & 0.0113 & 0.0113 & -0.0266 \\ 0.0113 & 0.4960 & 0.0335 & -0.4754 \\ -0.0113 & -0.0335 & -0.0107 & -0.0565 \\ -0.0266 & -0.4754 & -0.0565 & 0.8855 \end{bmatrix},$$

$$P_{C13} = \begin{bmatrix} 0.0338 & 0.0126 & 0.0127 & -0.0263 \\ 0.0126 & 0.6039 & 0.0376 & -0.5544 \\ 0.0127 & 0.0376 & 0.0107 & -0.0571 \\ -0.0263 & -0.5544 & -0.0571 & 0.9156 \end{bmatrix},$$

$$J_{C18}^* = 5.1727, J_{C13}^* = 5.0532,$$

$$\gamma_{C18\min} = 1.5208, \gamma_{C13\min} = 1.5061.$$

在保性能指标、 H_∞ 性能指标、极点配置性能指标、协方差性能指标约束下, 极点能够配置在圆盘 $F(-2, 1)$ 内, 极点坐标见表 2.

表 2 C18、C13 号斜拉索减振控制系统极点配置

型号	极点 1	极点 2
C18	$(-1.673 \ 0, 0.596 \ 6i)$	$(-1.673 \ 0, -0.596 \ 6i)$
C13	$(-1.809 \ 0, 0.665 \ 6i)$	$(-1.809 \ 0, -0.665 \ 6i)$

由表 2 可知, C18、C13 斜拉索在多指标约束下滑模非脆弱减振控制算法具有较优的保性能上界指标及抗扰性能指标, 取 H_∞ 性能指标 $\gamma_{C18} = \gamma_{C13} = 2$, 极点也可配置在 $F(-2, 1)$ 内.

4 结果与分析

以宁波不同季节风速为例, 为便于计算, 且考虑将顺风向载荷(平均风压与脉动风压之和)转化为作用于斜拉索沿 x 方向的分布载荷为^[14]:

$$f_q(x, t) = W_k(z_g, t)|_{z=x\sin\theta}, \quad (21)$$

忽略空间相关性, 且根据国标《GB 50009-2012 建筑结构荷载规范》, 该风荷载可表示为:

$$f_q(x, t) = W_k(z_g, t)|_{z=x\sin\theta} = \beta_z \mu_s \mu_z w_0, \quad (22)$$

式中: $W_k(z_g, t)|_{z=x\sin\theta}$ 为风荷载标准值, $\text{kN}\cdot\text{m}^{-2}$; β_z 为高度 z 处的风振系数; μ_s 为风荷载体型系数; μ_z 为风压高度变化系数; w_0 为基本风压, $\text{kN}\cdot\text{m}^{-2}$.

参考文献[7], 宁波为 A 类地貌, 每年 7~9 月风

速为 $4.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, 而12月至翌年1月和2月的风速为 $5.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. 经计算其平均强度为 $W_K=0.1002^{[7]}$. 利用平均强度 $W_K=0.1002$, $W_K=0.2004$ 的高斯白噪声表示斜拉索所受的随机风载荷, 在滑模控制中取 $\delta_f=0.3$, $\varepsilon_0=0.15$, 并采用饱和函数代替切换函数抑制或消除滑模控制中存在的抖振现象, 边界层厚度取 $0.05^{[10]}$.

为验证减振控制的有效性和可靠性, 以C18、C13号斜拉索为例, 对单一LMI滑模减振控制、多指标约束(仅考虑极点和协方差约束)的状态反馈控制、多指标约束的滑模非脆弱减振控制进行仿真比较.

(1)单一 LMI 滑模控制下 C18、C13 号斜拉索

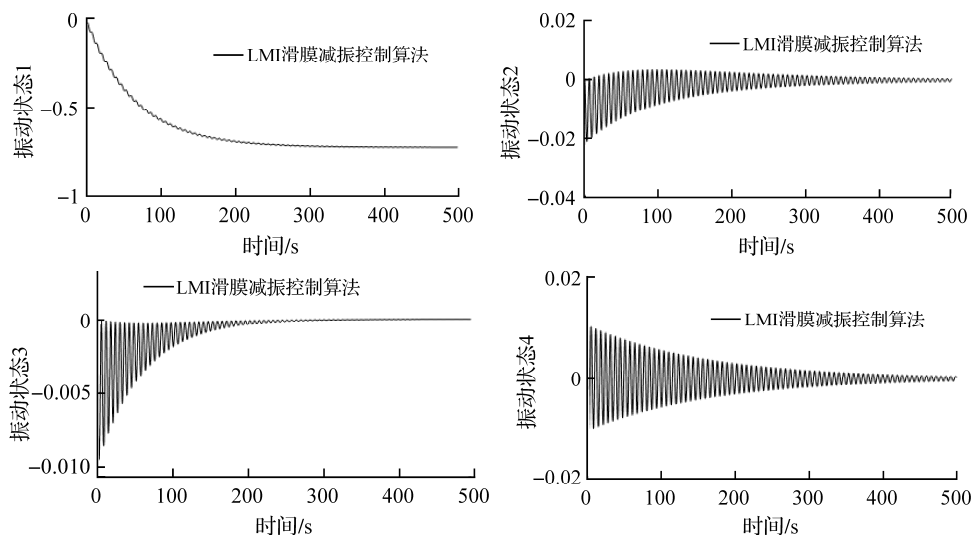


图2 随机扰动为 0.100 2 时单一 LMI 滑模控制下 C18 号斜拉索 4 种振动状态零输入响应曲线

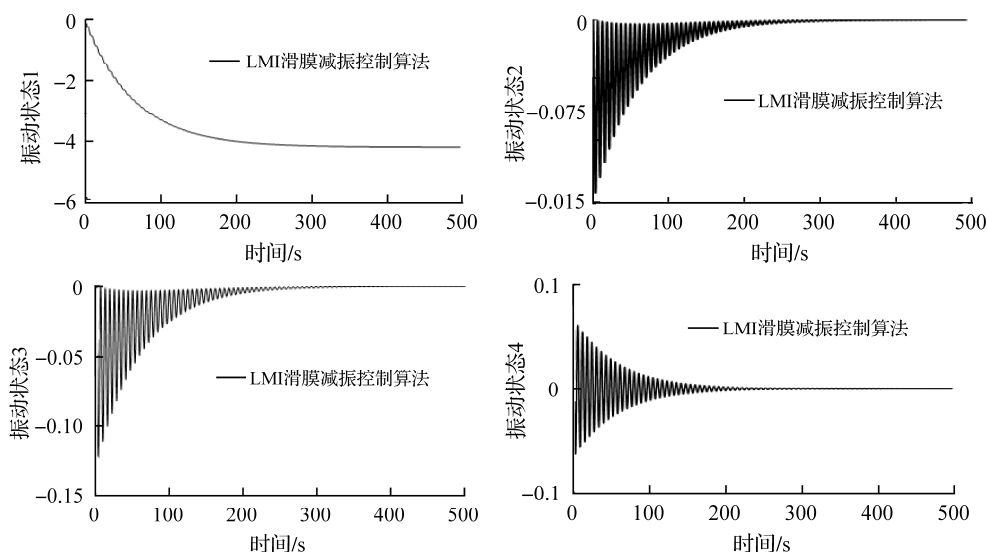


图3 随机扰动为 0.200 4 时单一 LMI 滑模控制下 C18 号斜拉索 4 种振动状态零输入响应曲线

不同振动状态响应曲线如图 2 和图 3 所示. (2)考虑极点和协方差多指标约束的状态反馈控制下 C18、C13 号斜拉索不同振动状态响应曲线如图 4 和图 5 所示. (3)滑模非脆弱控制下 C18、C13 号斜拉索不同振动状态响应曲线如图 6 和图 7 所示.

由图 2~5 可知, C18、C13 号斜拉索在 0.100 2、0.200 4 两种强度的随机载荷作用下, 单一 LMI 滑模减振控制中最大振动状态幅值在 0.6~0.8、4.0~4.5 内, 收敛时间为 300~500 s; 由图 6~9 可知, 极点和协方差约束的状态反馈控制下最大振动状态幅值在 0.3~0.4、0.6~0.5 内, 收敛时间为 200~300 s; 而由图(10)~(13)可知, 多指标约束的滑模非脆弱减振控制下最大振动状态幅值在 0.20~0.25、0.30~

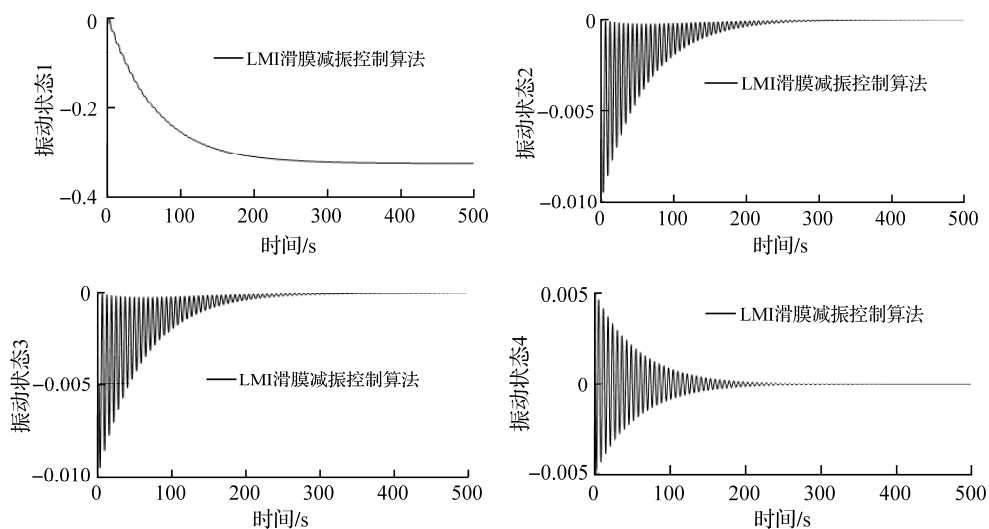


图4 随机扰动为 0.1002 时单一 LMI 滑模控制下 C13 号斜拉索 4 种振动状态零输入响应曲线

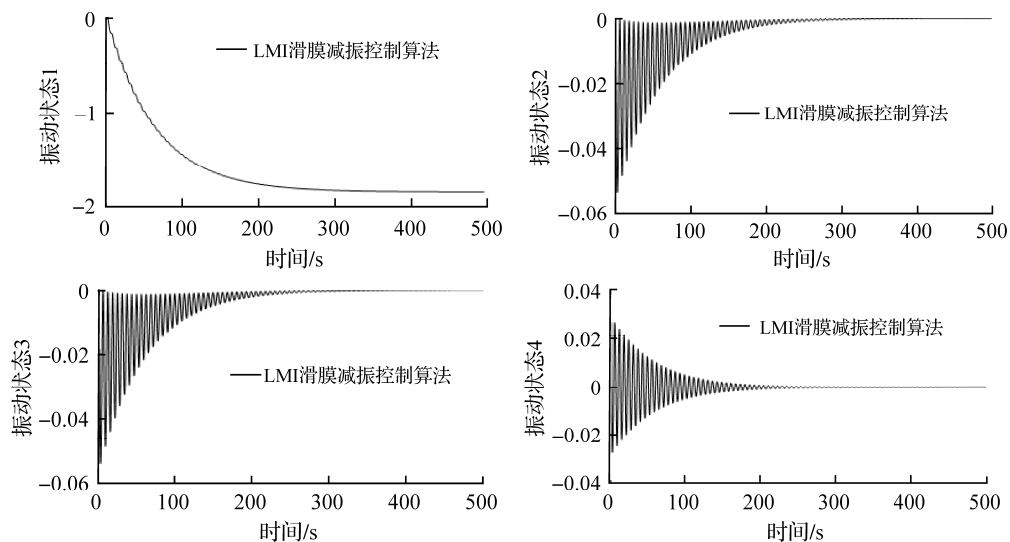


图5 随机扰动为 0.2004 时单一 LMI 滑模控制下 C13 号斜拉索 4 种振动状态零输入响应曲线

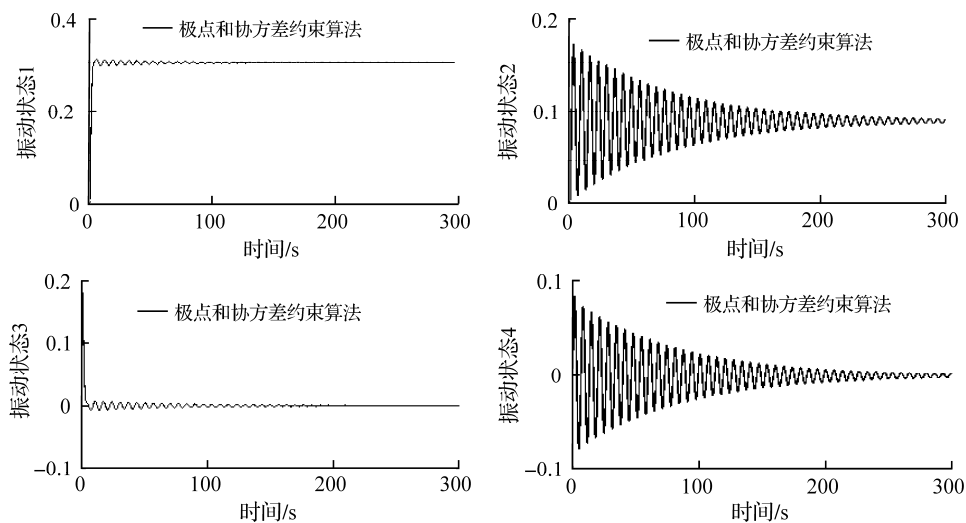


图6 随机扰动为 0.1002 时极点 and 协方差约束控制下 C18 号斜拉索 4 种振动状态响应输入曲线

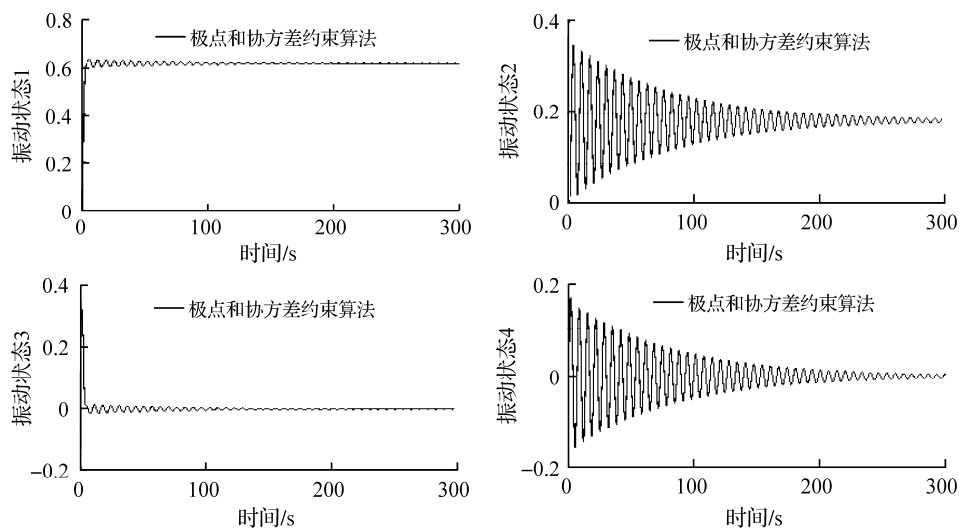


图 7 随机扰动为 0.200 4 时极点 and 协方差约束控制下 C18 号斜拉索 4 种振动状态响应输入曲线

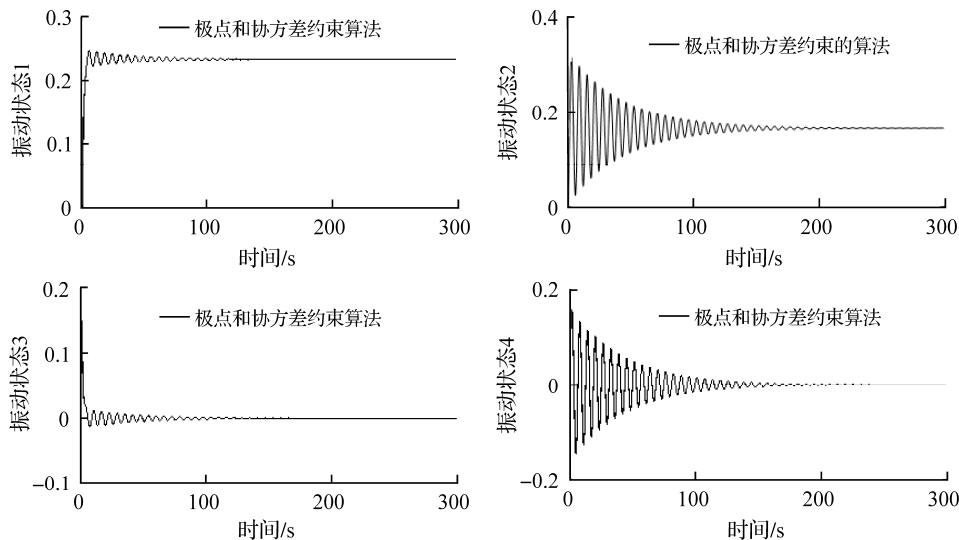


图 8 随机扰动为 0.100 2 时极点 and 协方差约束控制下 C13 号斜拉索 4 种振动状态响应输入曲线

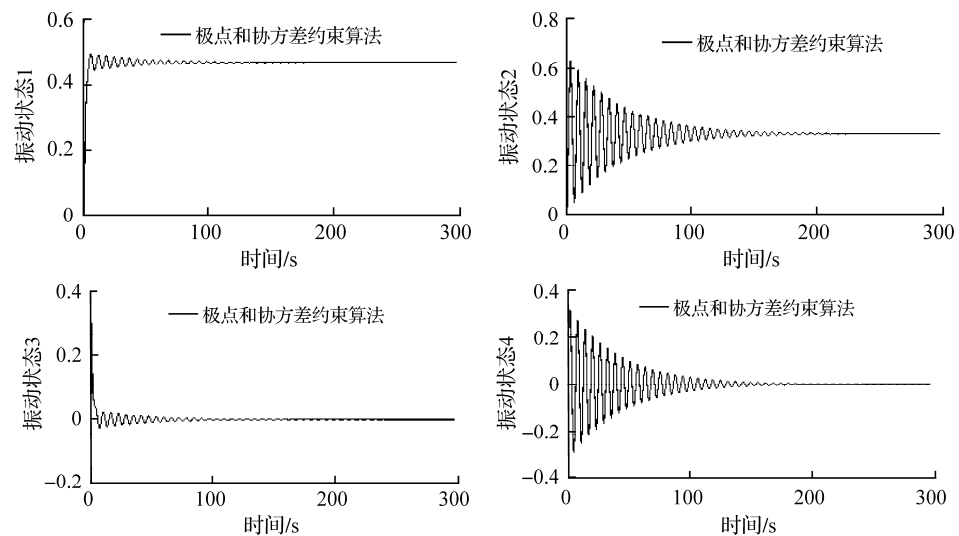


图 9 随机扰动为 0.200 4 时极点 and 协方差约束控制下 C13 号斜拉索 4 种振动状态响应输入曲线

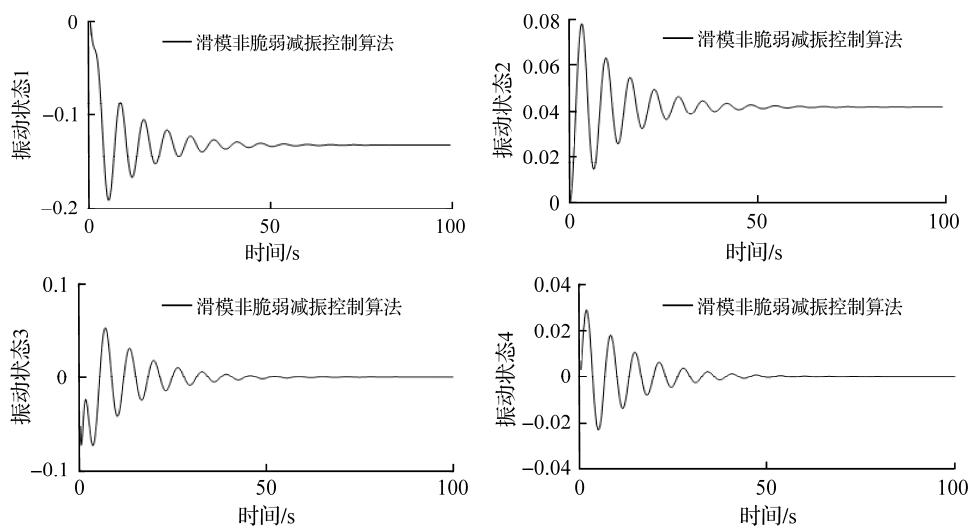


图 10 随机扰动为 0.100 2 时滑模非脆弱控制下 C18 号斜拉索 4 种振动状态响应输入曲线

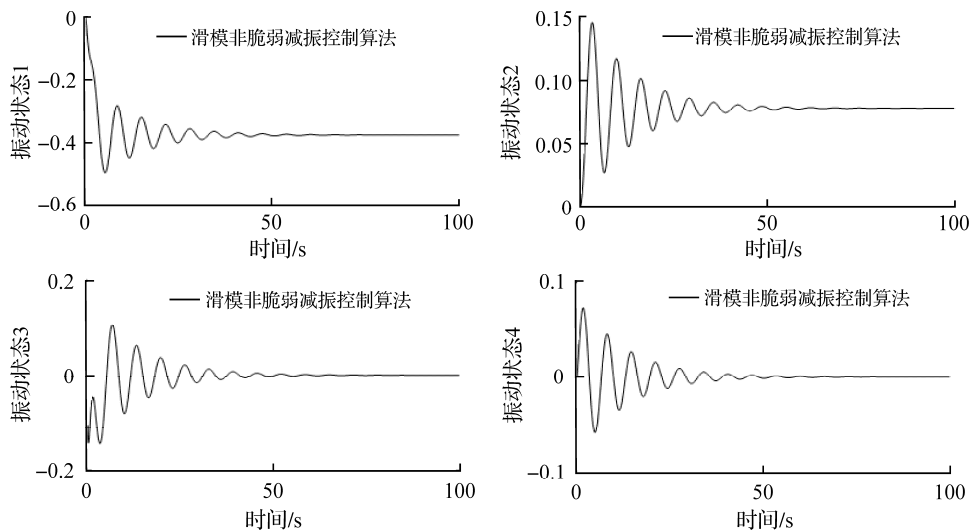


图 11 随机扰动为 0.200 4 时滑模非脆弱控制下 C18 号滑模斜拉索 4 种振动状态响应输入曲线

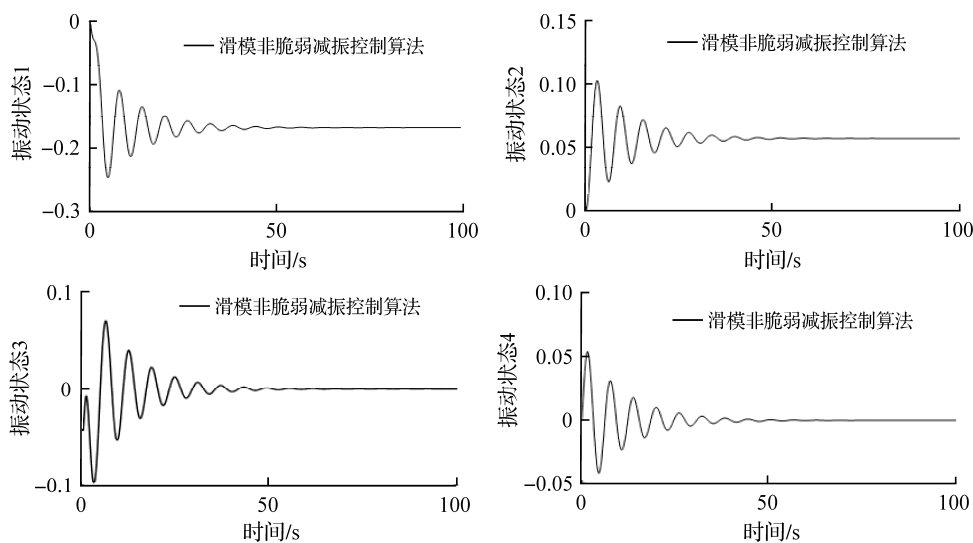


图 12 随机扰动为 0.100 2 时滑模非脆弱控制下 C13 号斜拉索 4 种振动状态响应输入曲线

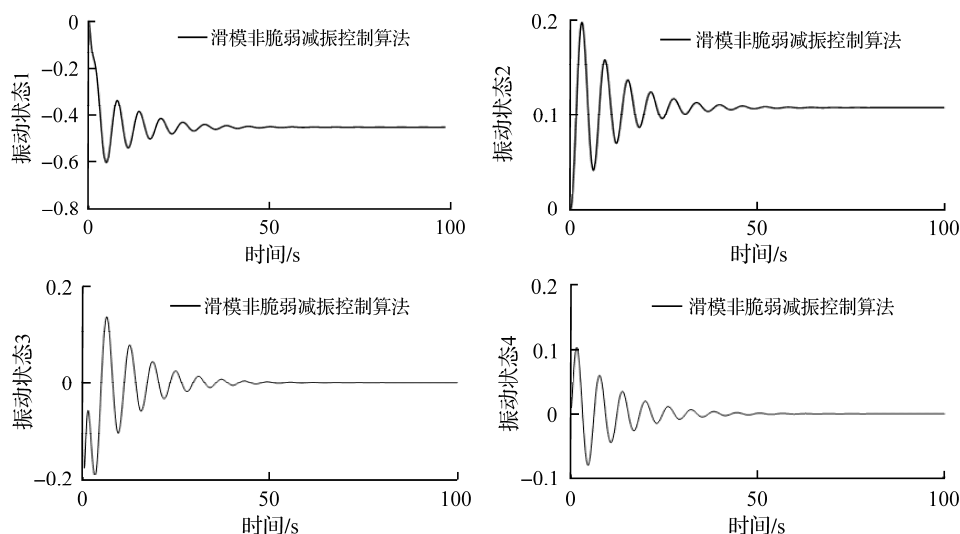


图13 随机扰动为0.2004时滑模非脆弱控制下C13号斜拉索4种振动状态响应输入曲线

0.40内, 收敛时间仅为70~80s. 相较之, 振动幅值降低了33.33%~66.67%、91.11%~92.50%、37.75%~68.75%、20%~50%, 收敛时间缩短了76.67%~84.00%、65.00%~73.33%.

5 结论

针对外部扰动和增益摄动因素下减振控制系统的稳定性问题, 提出一种多指标约束的滑模非脆弱减振控制算法, 并将该减振算法与单一LMI滑模减振控制算法、极点和协方差约束的状态反馈控制算法进行仿真对比, 得出如下结论:

(1) 将非脆弱控制、滑模控制和保性能约束运用到斜拉索减振控制设计中, 不仅可使系统具有较优的保性能上界指标值、抗扰性能指标, 也改善了减振控制系统在外界扰动和增益摄动下的渐进稳定性.

(2) 在随机扰动载荷下进行实例仿真验证, 结果表明, 相较于单一LMI滑模减振控制算法、极点和协方差约束的状态反馈控制算法, 多指标约束的滑模非脆弱减振控制下C18和C13号的斜拉索振荡幅值最大降低了91.11%~92.50%, 收敛时间最长缩短了76.67%~84.00%, 减振效果较好.

参考文献:

[1] 程鹏. 斜拉索与MR阻尼器动力学耦合建模及响应研究[D]. 宁波: 宁波大学, 2018.
[2] 陈维雄, 汪正兴, 王波, 等. 沪通长江大桥主航道桥超长斜拉索阻尼减振方案比选[J]. 桥梁建设, 2015, 45(6):

7-11.

[3] Boston C, Weber F, Guzzella L. Optimal semi-active damping of cables: Evolutionary algorithms and closed-form solutions[J]. Smart Materials and Structures, 2009, 18(5):055006.
[4] Xiao Z R. Semi-active control on stay cable vibration based on fuzzy logical theory[J]. Advanced Materials Research, 2010, 163/164/165/166/167:2815-2818.
[5] 陈昭晖, 陈宝春. 斜拉索-磁流变阻尼器系统的频域自适应控制[J]. 福州大学学报(自然科学版), 2017, 45(4): 459-465.
[6] 徐彦青, 郭彤. 半主动控制下超长斜拉索的面外风振响应[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2018, 48(1):146-151.
[7] 段玉贺, 张刚, 韩祥兰, 等. 斜拉索-磁流变阻尼器多性能约束下的减振控制算法[J]. 船舶工程, 2018, 40(7): 52-57.
[8] 罗跃生, 龚新平, 温秀平. 线性系统相容指标约束下的容错控制新方法[J]. 控制工程, 2012, 19(2):225-228.
[9] 刘金琨. 滑模变结构控制MATLAB仿真[M]. 北京: 清华大学出版社, 2012.
[10] Guo S X. Robust reliability method for non-fragile guaranteed cost control of parametric uncertain systems [J]. Systems & Control Letters, 2014, 64:27-35.
[11] Qiu C Y, Xiao J, Yu L, et al. A modified interval type-2 fuzzy C-means algorithm with application in MR image segmentation[J]. Pattern Recognition Letters, 2013, 34(12):1329-1338.
[12] 马跃超, 李超锋. 广义系统的时滞相关非脆弱 H_∞ 保成本控制[J]. 控制工程, 2012, 19(1):176-180.
[13] 李利军. 斜拉索风雨振分析及磁流变阻尼器减振应用

- 研究[D]. 西安: 长安大学, 2005.
- [14] 岳晓瑞, 徐海祥, 罗薇, 等. 海洋工程结构物风载荷计算方法比较[J]. 船海工程, 2012, 41(1):99-100.
- [15] Li C J, Chen X. Non-fragile H_∞ control for a class of uncertain time-delay switched systems[J]. Journal of Northeastern University, 2012, 33(12):1677-1680.
- [16] Zhang L, Wang X Y, Zhang K. Non-fragile finite-time guaranteed cost fuzzy control for continuous-time nonlinear systems[J]. International Journal of Computational Intelligence Systems, 2014, 7(1):129-135.
- [17] Wu Z, Liu L. Non-fragile guaranteed cost H_∞ control of underactuated robots based on T-S model[J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21(11):1319-1324.
- [18] Luo Y P, Deng F, Zhou B F, et al. H_∞ Non-fragile synchronous guaranteed control of uncertainty complex dynamic network with time-varying delay[J]. Asian Journal of Control, 2016, 18(6):2109-2121.
- [19] 孙文安, 赵军. 基于 LMIs 的不确定线性切换系统 H_∞ 鲁棒控制[J]. 控制与决策, 2005(6):650-655; 678.
- [20] 俞立, 陈国定, 潘海天. 不确定离散时间系统的 H_2/H_∞ 最优保性能控制[J]. 控制与决策, 2001(2):151-154.
- [21] 孙捷超, 冯志敏, 董凯, 等. MR 阻尼器瞬态温度场的多场耦合仿真及试验[J]. 船舶工程, 2017, 39(2):32-36.
- [22] 高兴泉, 胡云峰. 考虑时域约束的线性系统非脆弱 H_∞ 控制[J]. 计算机应用, 2014, 34(7):2140-2144.

Non-fragile vibration damping control of stay cable with multi-index constraint

SHI Yunfei, LIU Xiaofeng, ZHANG Gang, FENG Zhimin*, CHEN Chong

(Faculty of Maritime and Transportation, Ningbo University, Ningbo 315832, China)

Abstract: In order to improve the stability of the stay cable-magnetorheological damper control system, a sliding mode non-fragile guaranteed-performance damping control algorithm is proposed based on linear matrix inequality (LMI) multi-index constraints. The H_∞ performance index and the guaranteed performance index are used to suppress the external disturbances, ensuring the asymptotic stability of the system with a certain upper bound index. The regional pole configuration is used to characterize the stability and fastness of the vibration reduction control. By combining non-fragile state feedback control with sliding mode control, the design scheme and method of sliding mode non-fragile cost-effective vibration damping control algorithm with multiple index constraints are obtained. Finally, the random disturbances are represented by Gaussian white noise with an intensity of 0.100 2, and a case study is carried out on the stay cables C18 and C13 of a cross-sea bridge. The results show that the algorithm enables the vibration damping control system have a superior upper guarantee index J^* and a smaller anti-interference performance index γ , while at the same time, the amplitude of the cable vibration state is reduced by 91.11%-92.50%, and the convergence time is shortened by 76.67%-84.00% respectively.

Key words: stay cable; multi-index constraints; guaranteed performance; sliding mode control; status feedback

(责任编辑 史小丽)