

移动力作用下考虑自由振动与阻尼影响的 简支梁桥动力响应理论解

占陈文, 丁 勇*, 孔树清, 黄剑源

(宁波大学 建筑工程与环境学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 对于移动力作用下简支梁的振动, 推导了考虑阻尼和自由振动影响的动力学方程用以研究简支梁桥在车辆荷载作用下的动态挠度响应, 并通过动力学有限元方法验证了该理论解的可靠性. 利用该理论解探讨了影响车辆荷载冲击系数的主要因素, 包括车辆的速度、桥梁的自振频率、结构材料类型和阻尼等, 所得结论可为桥梁结构的减振降噪提供参考.

关键词: 移动力; 动力响应; 冲击系数; 桥梁结构

中图分类号: U441.3

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2013) 02-0073-05

移动的车辆荷载是桥梁日常承受的主要荷载, 在这种荷载作用下, 结构将产生明显振动, 为确保桥梁结构的安全性, 设计中必须考虑车辆荷载的动力效应.

对桥梁动力响应的研究主要分为理论和数值方法两大类. 在理论方法方面, 往往建立车辆作用下桥梁的动力学平衡方程直接求解结构动力响应. Biggs^[1]和 Fryba^[2]分别在 1964 年和 1972 年在同时考虑移动车辆荷载和桥梁质量的基础上, 通过频域变换方法求解桥梁振动响应, 得出了桥梁竖向振动的微分方程, 其理论计算和实测结果相当一致, 该方法已经具有现代车桥振动分析方法的雏形, 但是频域的分析较为复杂. 1987 年, 曹雪琴^[3]对简支梁振动的位移公式进行了推导, 但是没有考虑自由振动的影响; 2000 年, 韩景泉等人^[4]虽然考虑了自由振动的影响, 但是尚缺少移动力离开桥后的振动位移公式, 也未涉及桥梁阻尼、自振频率等参数的分析. 而数值方法方面一般基于动力平衡方程, 并利用有限元方法求解移动车辆作用下桥梁的瞬态振动. 2006 年, 刘伯权等人^[5]利用有限元方法模拟了简支 T 型桥梁在车辆通过时的动力响应; 2008 年, 桂水荣等人^[6]建立车—桥耦合振

动模型, 计算了车辆在横桥向两种不同位置行驶时桥梁的冲击系数. 虽然当前的数值方法在建模和方程求解方面具有优势, 但是理论解法仍然具有概念清晰、结论完备的特点, 并可用于验证(或部分验证)数值方法的可靠性.

基于上述考虑, 笔者对移动荷载通过简支桥梁时的动力响应问题, 从时域分析的角度, 推导了考虑自由振动和阻尼影响的理论解; 并利用该完备解, 从降低车辆荷载冲击系数的角度, 对桥梁振动的各个影响因素进行了分析, 为桥梁的设计和维护提供参考.

1 振动方程与理论解

1.1 移动荷载作用下梁的振动方程及求解

图 1 为移动力 P 作用下的简支梁模型. 梁抗弯刚度为 EI (常数), 单位长度质量为 m (常数), 阻尼

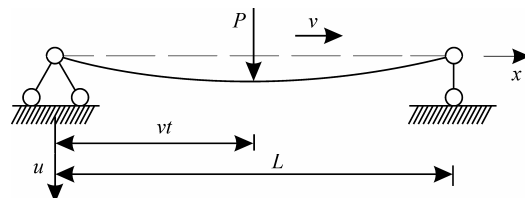


图 1 移动力 P 作用下的简支梁模型

收稿日期: 2012-10-23.

宁波大学学报(理工版)网址: <http://nbdxlg.paperopen.com/>

基金项目: 国家自然科学基金(51208269); 浙江省自然科学基金(Y1110548); 浙江省重中之重学科开放基金(ZJ1109).

第一作者: 占陈文(1988—), 男, 浙江丽水人, 在读硕士研究生, 主要研究方向: 桥梁工程. E-mail: 676496851@qq.com

*通信作者: 丁 勇(1975—), 男, 浙江余姚人, 博士/副教授, 主要研究方向: 桥梁工程. E-mail: dingyong@nbu.edu.cn

为 c , 使集中力以速度 v 在梁上移动. 假定梁的运动为平面弯曲, 且符合弯曲变形的平截面假定, 由此得到有阻尼体系简支梁的振动微分方程:

$$m \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} + c \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 u(x, t)}{\partial x^4} = \delta(x - vt)P(t),$$

上式中, δ 为 Dirac 函数^[7]. 可利用振型叠加法求解上述方程, 集中荷载作用下梁的振型力可按式进行计算:

$$P_n(t) = \int_0^L \varphi_n(x) \delta(x - s) P(t) dx = \varphi_n(s) P(t).$$

对于等截面简支梁, 振型函数可假定为三角函数, $\varphi_n(x) = \sin n\pi x / L$, 振型力方程为:

$$P_n(t) = \int_0^L \sin \frac{n\pi x}{L} \delta(x - s) P(t) dx = \sin \frac{n\pi s}{L} P(t),$$

$$n = 1, 2, \dots, \infty.$$

移动力作用下简支梁动力平衡方程为:

$$\ddot{q}_n(t) + 2\zeta_n w_n \dot{q}_n(t) + w_n^2 q_n(t) = \frac{P_n(t)}{M_n} = \frac{2P_0}{mL} \sin \bar{w}_{vn} t,$$

式中, ζ_n 为第 n 阶振型阻尼比; M_n 为第 n 阶振型质量, w_n 为第 n 阶振型的自振频率, $\bar{w}_{vn} = n\pi v / L$ 表示移动力第 n 阶振型的加载圆频率. 方程的齐次通解为:

$$q_n(t) = e^{-\zeta_n w_n t} (A \cos w_D t + B \sin w_D t),$$

式中, $w_D = w_n \sqrt{1 - \zeta^2}$. 而该方程的特解(即方程的稳态解)可设为如下形式:

$$q_n(t) = C \sin \bar{w}_{vn} t + D \cos \bar{w}_{vn} t,$$

可得方程的稳态反应解:

$$q_n(t) = \frac{2P_0}{mLw_n^2} \frac{1}{(1 - \beta_n^2)^2 + (2\zeta_n \beta_n)^2} \cdot [(1 - \beta_n^2) \sin \bar{w}_{vn} t - 2\zeta_n \beta_n \cos \bar{w}_{vn} t].$$

考虑阻尼和自由振动后的公式应为方程的齐次通解和特解之和, 即:

$$q_n(t) = e^{-\zeta_n w_n t} (A \cos w_D t + B \sin w_D t) + \frac{2P_0}{mLw_n^2} \frac{1}{(1 - \beta_n^2)^2 + (2\zeta_n \beta_n)^2} \cdot [(1 - \beta_n^2) \sin \bar{w}_{vn} t - 2\zeta_n \beta_n \cos \bar{w}_{vn} t].$$

将求解系数 A 和 B 代入上式, 可得:

$$u(x, t) = \frac{2P_0}{mLw_n^2} \sum_{n=1}^N \frac{1}{(1 - \beta_n^2)^2 + (2\zeta_n \beta_n)^2} \cdot e^{-\zeta_n w_n t} \left[\frac{\zeta_n w_n (2\zeta_n \beta_n) - (1 - \beta_n^2) \bar{w}_{vn}}{w_D} \right]$$

$$\sin w_D t + e^{\zeta_n w_n t} (1 - \beta_n^2) \sin \bar{w}_{vn} t + (2\zeta_n \beta_n) \cos w_D t \sin \frac{n\pi x}{L}.$$

上式即为考虑自由振动的简支梁在移动力作用下的振动位移公式. 可验证该理论解与 Fryba 根据积分变换得到的公式是一致的, 但是本文在时域的推导过程中要简洁得多, 并且计入了以往时域推导时忽略的阻尼和自由振动项.

当 $\zeta_n = 0$ 时, 方程退化为不计阻尼的形式^[8]:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^N \frac{2P_0}{mLw_n^2} \frac{1}{1 - \beta_n^2} (\sin \bar{w}_{vn} t - \beta_n \sin w_n t) \sin \frac{n\pi x}{L}.$$

当方程的通解项为零时, 则退化为不计自由项的形式^[9]:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^N \frac{2P_0}{mLw_n^2} \frac{1}{(1 - \beta_n^2)^2 + (2\zeta_n \beta_n)^2} \cdot [(1 - \beta_n^2) \sin \bar{w}_{vn} t - 2\zeta_n \beta_n \cos \bar{w}_{vn} t].$$

1.2 桥梁振动理论解的验证

利用有限单元法验证上述理论解, 桥梁采用板壳单元, 全梁共 603 个节点、400 个单元(图 2). 模型参数为: 梁截面尺寸 $0.8 \text{ m} \times 0.3 \text{ m}$, 梁长 $L = 10 \text{ m}$, 弹性模量 $E = 200 \text{ GPa}$, 集中力 $P = 100 \text{ kN}$, 移动力速度 $v = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

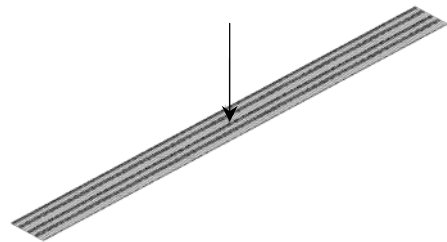


图 2 有限元模型

计算采用有限元软件 Marc, 移动荷载的加载是通过用户子程序来实现. 有限元计算得到的简支梁跨中挠度与理论解进行比较, 以验证本文方法正确性.

图 3 即为简支梁跨中的挠度图, 其中理论解和有限元模拟得到的数值解基本重合, 并围绕静挠度上下波动.

2 桥梁动力响应的影响因素分析

车辆-桥梁系统振动受很多因素的影响, 包括

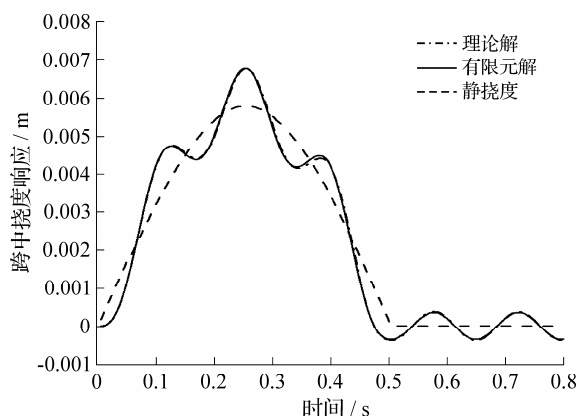


图3 理论解与数值解比较

桥梁的自振频率、质量和刚度,以及车辆的速度、车辆的动力特性等。设计者往往将车辆对桥梁产生的动力作用以冲击系数考虑来表示^[9-10]。

$$\mu = \frac{f_{d,\max} - f_{s,\max}}{f_{s,\max}},$$

式中, μ 为冲击系数; $f_{d,\max}$ 为最大动挠度; $f_{s,\max}$ 为最大静挠度。

以下从车辆速度、桥梁的自振频率、阻尼和材料方面来分析冲击系数的影响因素。

2.1 车速度的影响

图4给出了当车速从50, 60, 90, 100 km·h⁻¹变化时, 20 m简支梁桥跨中的挠度响应变化情况。可以看出, 随着行车速度的不断增加, 跨中挠度波动上升, 总体趋势不断增大, 因为汽车速度的增大使汽车的加载频率也不断变大, 从而使加载频率逐渐趋近于桥梁的自振频率。

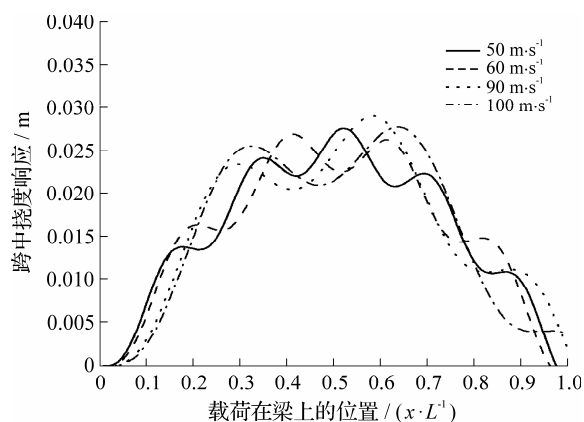


图4 不同速度时跨中挠度时程曲线

图5为冲击系数与速度的关系, 由此可见, 挠度冲击系数并不是随着车辆速度的增大而线性增

加, 而是在低速和高速时出现波峰和波谷, 总体呈上升趋势。

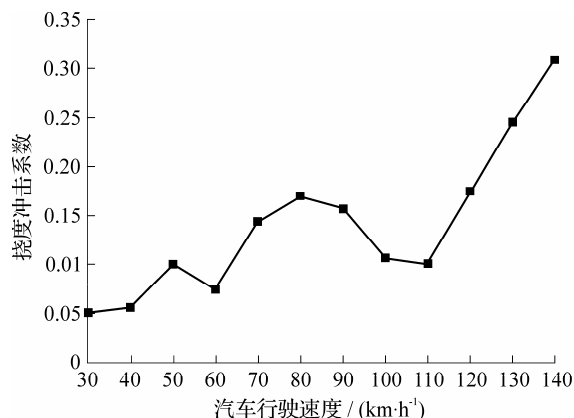


图5 挠度冲击系数随汽车行驶速度的变化

速度对桥梁冲击系数的影响是一个非常复杂的过程, 这之前学者^[11]的位移冲击系数随车速增加而增大的结论是不同的, 也与文献^[10]认为产生峰值的原因是汽车的加载频率与桥梁的自振频率相一致引起的共振不同。

图4中行驶速度为60 km·h⁻¹和100 km·h⁻¹的挠度响应要分别小于50 km·h⁻¹和90 km·h⁻¹的挠度响应; 当车速为50 km·h⁻¹时, 汽车通过全桥所要的时间为1.44 s, 根据该桥自振频率, 算得跨中的自振周期为0.27 s, 因此跨中点在车速为50 km·h⁻¹时共发生了5次振动。由图4可见, 当汽车通过跨中时, 跨中点刚好振动到了波峰, 而当车速为60 km·h⁻¹时, 跨中点共发生了4次振动, 当汽车通过跨中时, 跨中点刚好振动到了波谷, 这就出现了当车速为50 km·h⁻¹的冲击系数要比60 km·h⁻¹的高, 同样的道理也就可以说明当车速为90 km·h⁻¹时的冲击系数要比100 km·h⁻¹的高。

2.2 桥梁自振频率的影响

由《公路桥涵设计通用规范》(JTG D60-2004)可知, 简支梁桥结构基频公式为:

$$f = \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{EI}{M}},$$

式中, l 为桥梁长度; EI 为桥梁的刚度; M 为单位长度桥梁的质量。由此可以计算出不同桥梁长度的一阶自振频率, 图6是一阶自振频率、车辆速度对桥梁挠度冲击系数影响的三维图。从图6中可以看到, 随着桥梁一阶自振频率的不断增大, 挠度冲击系数也不断增大, 冲击系数的最大值接近并

且小于规范公式的计算值,表明规范计算的值偏于安全;在同一自振频率下,随着汽车速度的不断增大,挠度冲击系数的数值呈现出一定的波动情况,它在低速和高速时均会出现波峰和波谷,但总体呈上升趋势,并且随着桥梁一阶自振频率的变化,波峰和波谷所处的位置也有所不同。

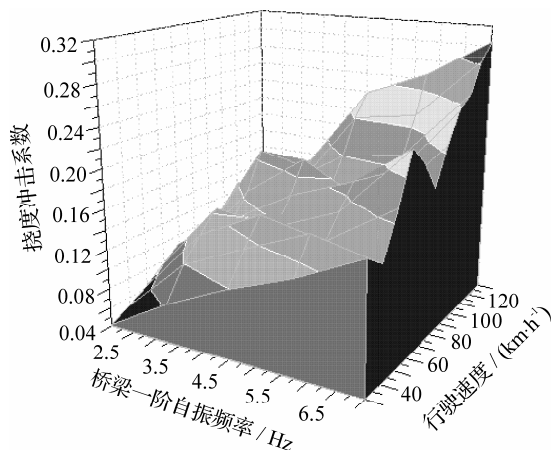


图6 不同桥梁自振频率及汽车行驶速度下的挠度冲击系数

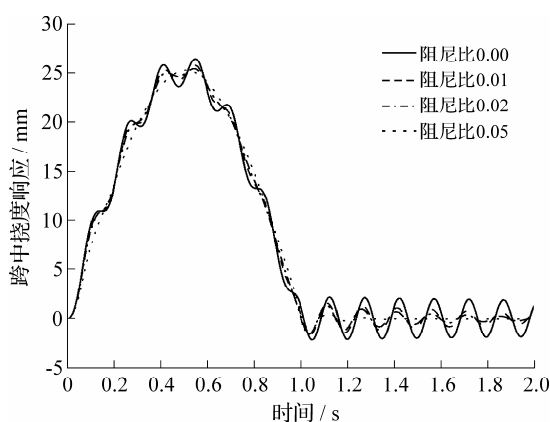


图7 不同阻尼比时的跨中挠度曲线

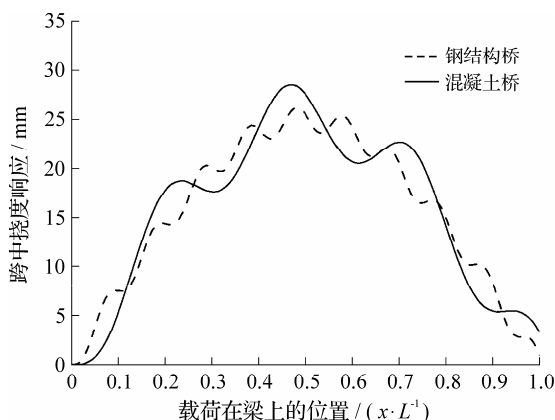


图9 钢桥与混凝土桥的跨中挠度比较

2.3 桥梁阻尼和材料的影响

阻尼比是用于表达结构阻尼的大小,是结构的动力特性之一。影响结构阻尼比的因素很多,主要有:(1)材料阻尼,这是能量耗散的主要原因;(2)周围介质对振动的阻尼,点和支座联接处的阻尼。在一般情况下,钢结构的阻尼比为1%,而混凝土的阻尼比为3%~5%。图7给出了当分别计算桥梁阻尼比为0、0.01、0.02、0.05的4种情况下,桥梁跨中的挠度响应变化情况。从图7中可以看出,随着桥梁阻尼比的增大,跨中挠度峰值减小,而且桥梁在车辆离开后的自由振动也减小。从图8也可看到,阻尼比越大,桥梁的挠度冲击系数越小,并且随着阻尼比不断增大,挠度冲击系数趋近于零。

图9是车辆行驶速度70 km·h⁻¹时,20 m不同材料简支梁桥的挠度响应。由此可见,同样跨径、同等刚度情况下,钢桥的跨中动挠度要比混凝土桥小。从图10可以看出,钢桥的挠度冲击系数要比混凝土小,这是因为钢桥的质量小,自振频率大,

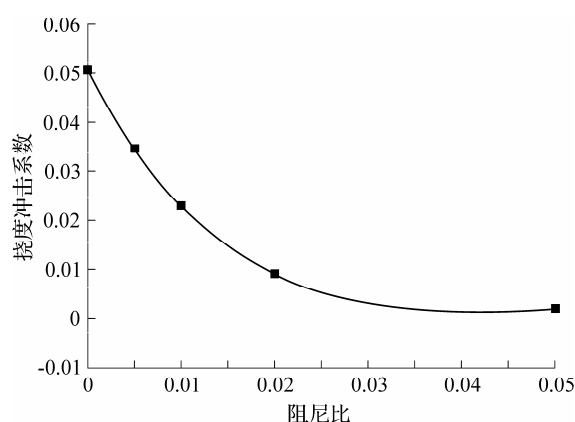


图8 挠度冲击系数随阻尼比的变化

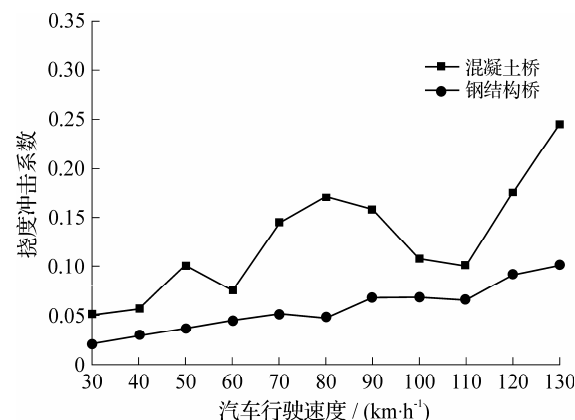


图10 钢桥与混凝土桥的冲击系数比较

因此汽车的加载频率更接近混凝土桥的一阶自振频率,由此导致的动力波动也大。

3 结论

理论解与有限元解的对比证明了本文简支梁在移动力作用下力学响应分析的可靠性。参数分析表明:(1)桥梁动挠度是一种围绕静挠度上下波动的类似于正弦波动的曲线;(2)最大动挠度发生在荷载移动到跨中附近,但不一定是正好处于跨中处;(3)桥梁跨中的动挠度并不随着车辆速度的增大而增大,而是有多个峰值;(4)挠度冲击系数随着桥梁的一阶自振频率的增大而增大;(5)由于阻尼的存在,缓和了桥梁的振动,阻尼比越大,对桥梁的自由振动曲线影响越大。对相同刚度的钢桥和混凝土桥而言,混凝土桥的动态挠度响应较大。

参考文献:

- [1] Biggs J M. Introduction to structural dynamics[M]. New York: McGraw Hill Press, 1964.
- [2] Fryba L. Vibration of solids and structures under moving

loads[M]. Netherlands. Noordhoff International Publishing, 1972.

- [3] 曹雪琴. 桥梁结构动力分析[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1987.
- [4] 韩景泉, 王鑫. 简支梁在动荷载作用下竖向动挠度的计算理论研究[J]. 森林工程, 2000, 16(6):52-54.
- [5] 刘伯权, 黄华, 刘鸣. 简支梁桥在车辆荷载谱作用下的动力分析[J]. 土木工程学报, 2006, 39(3):76-80.
- [6] 桂水荣, 陈水生, 潘登. 多片梁组成的简支梁桥车桥耦合振动响应研究[J]. 中外公路, 2008, 28(4):173-177.
- [7] 刘晶波, 杜修力. 结构动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2003.
- [8] 肖新标, 沈火明. 移动荷载速度对简支梁动态响应的影响[J]. 西南交通大学学报, 2002, 37(增):35-38.
- [9] 陈英俊. 车辆荷载下桥梁振动基本理论的演变[J]. 桥梁建设, 1975, 23(2):21-35.
- [10] 肖勇刚, 朱素红. 车桥耦合系统的非线性动力分析[J]. 振动与冲击, 2007, 26(8):104-108.
- [11] 王贵春, 章长玖, 陈淮. 公路简支梁桥在车桥耦合作用下的冲击系数的研究[J]. 铁道建筑, 2011(9):20-23.

Theoretical Solution for the Dynamic Response of Simple-supported Beam Bridge under Moving Load with Free Vibration and Damping Effect

ZHAN Chen-wen, DING Yong*, KONG Shu-qing, HUANG Jian-yuan

(Faculty of Architectural, Civil and Environment Engineering, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: The dynamic equation governing the vibration of the simple-supported beam under moving load is presented for the analysis of the transient deflection of bridge under vehicle load, in which the damp effect and free vibration are considered. The theoretical solution is validated by the dynamic finite element method. Using the proposed method, the parameters affecting the impact factor of vehicle load is discussed, such as the velocity of the vehicle, length of the bridge, construction material and damping. The results are informative in reducing the vibration and noise of bridge structure.

Key words: moving load; dynamical response; impact coefficient; bridge structure

(责任编辑 章践立)