

圆锥-长筒组合壳体连接处应力公式的修正和验算

徐银良¹, 蔡泽伟^{1,2*}, 徐永春²

(1. 宁波大学 建筑工程与环境学院, 浙江 宁波 315211; 2. 浙江工商职业技术学院, 浙江 宁波 315012)

摘要: 利用研究组合壳体常用的应力法对已有的计算圆锥-长筒组合壳体连接处径向应力和周向应力通用公式进行验算, 发现其周向应力公式不符合应力法原理。由此, 提出修正函数对其进行修正。然后, 利用有限元软件 ANSYS 对推导和修正公式的精确度进行检验, 结果表明: 公式计算值和 ANSYS 模拟值的偏差率基本在 5% 左右, 证明该公式精度足以满足实际工程的要求, 可为实际工程所使用。

关键词: 圆锥-长组合壳体; 径向应力; 周向应力; 有限元软件

中图分类号: TU323.3

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2013) 02-0083-06

目前, 现代潜艇为了具有更强的攻击性以及获得更多的功能, 在潜艇上安装了越来越多的设备以及武器系统, 因此潜艇的尺寸也随之越来越大。由于组合壳体具有结构美观、材料利用率高、强度大等特点, 在国防和船舶、海洋工程等领域具有广泛的应用^[1], 而圆锥-长筒组合壳体是潜艇设计经常采用的结构^[2], 因此研究圆锥-长筒组合壳体的力学性能, 对潜艇设计有极大的意义。笔者参考文献[3]的研究成果, 用实例对其推导的公式进行验算, 发现其周向应力计算公式不符合力法原则, 因此根据公式的缺陷提出 1 个函数进行修正, 用试算的方法提出了修正函数, 最后采用有限元软件 ANSYS 对公式的精确性进行了检验, 验证其精度足以满足工程的要求。

1 公式的验算

1.1 组合壳体应力计算原理

在外压作用下, 单个圆锥壳体和圆筒壳体的变形量并不相等, 变形大致情况如图 1 所示。但当两壳体组合时, 由于在外压作用下连接处的实际变形量是相等的, 必定在连接处产生内力(边缘弯矩和剪力)来抵消单个壳体的变形不相等量。因此,

连接处的应力由薄膜变形产生的应力和边缘效应产生的边缘应力组成, 其应力可由下式表示^[4]:

$$\sigma = \sigma^* + \sigma^0, \quad (1)$$

式中, σ^* 为外压产生的薄膜应力; σ^0 为由边缘弯矩和剪力产生的边缘应力。

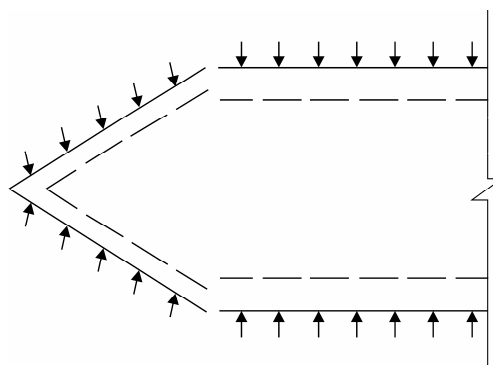


图1 分离壳体受压变形

对于 $L > 2.5\sqrt{rt}$ 情况下, 可不考虑远端连接处的弯曲影响, 因为在该条件下连接处的弯矩和剪力对壳体的影响小于 5%, 即连接处的弯曲影响具有局限性^[5], 因此可以单独计算一端的弯矩和剪力对该端应力的影响。

1.2 求连接处边缘弯矩和剪力

在计算边缘弯矩和剪力作用产生的应力时,

收稿日期: 2013-01-22.

宁波大学学报(理工版)网址: <http://nbdxlg.paperopen.com/>

基金项目: 宁波市自然科学基金 (2008A610105)。

第一作者: 徐银良 (1987—), 男, 浙江绍兴人, 在读硕士研究生, 主要研究方向: 钢结构与组合结构。E-mail: winter8754@163.com

*通信作者: 蔡泽伟 (1958—), 男, 浙江宁波人, 博士/教授, 主要研究方向: 波浪理论。E-mail: czw@zjbt.net.cn

首先得计算边缘弯矩和剪力. 参照文献[3]在内压作用下筒锥组合壳体连接处的弯矩和剪力的计算公式, 可推得在外压作用下的材料泊松比为 $\mu = 0.3$ 的壳体连接处的边缘弯矩和剪力公式为:

$$\frac{F}{t} = \frac{p \sqrt{\frac{r}{t}} \left(-\frac{0.85}{\cos \theta} + 0.85 + 1.285 \sin \theta \sqrt{\frac{r}{t \cos \theta}} \right)}{2.571(1 + \sqrt{\cos \theta})}, \quad (2)$$

$$\frac{M}{t^2} = \frac{p \tan \theta \cdot \sqrt{\frac{r}{t}} \left(1.652 \frac{r}{t} - \frac{1.5}{\cos \theta} \right)}{8.495(1 + \sqrt{1/\cos \theta})}. \quad (3)$$

1.3 求解连接处的径向和周向应力

文献[3]根据力学的原理, 给出了计算在内压作用下圆锥-长筒组合壳体连接处的单个分离壳体的径向应力和周向应力公式; 当组合壳体在外压作用下时, 连接处的应力分布和内压作用下的相反, 即在外压作用时, 连接处的外表面应力值等于内压作用下连接处内表面的应力值. 因此, 参照文献[3]的计算公式, 可得在外压作用下连接处的组合壳体的应力值如下.

1.3.1 圆筒壳体

径向应力为:

$$\sigma_{\text{ex}}^1 = -\frac{pr}{2t} - 6\frac{M}{t^2}, \quad (4)$$

$$\sigma_{\text{ix}}^1 = -\frac{pr}{2t} - 6\frac{M}{t^2}, \quad (5)$$

式中, e 为壳体外表面; i 为壳体内表面.

周向应力为:

$$\sigma_{\text{e}\theta}^1 = -\frac{pr}{t} + 2.571 \sqrt{\frac{r}{t}} \frac{F}{t} - 1.505 \frac{M}{t^2}, \quad (6)$$

$$\sigma_{\text{i}\theta}^1 = -\frac{pr}{t} + 2.571 \sqrt{\frac{r}{t}} \frac{F}{t} - 5.105 \frac{M}{t^2}. \quad (7)$$

1.3.2 圆锥壳体

径向应力为:

$$\sigma_{\text{ex}}^2 = -\frac{pr}{2t \cos \theta} + \frac{F}{t} \sin \theta + 6\frac{M}{t^2}, \quad (8)$$

$$\sigma_{\text{ix}}^2 = -\frac{pr}{2t \cos \theta} + \frac{F}{t} \sin \theta - 6\frac{M}{t^2}. \quad (9)$$

周向应力为:

$$\sigma_{\text{e}\theta}^2 = -\frac{pr}{t \cos \theta} + 2.571 \frac{F}{t} \sqrt{\frac{r}{t} \cos \theta} - 1.505 \frac{M}{t^2}, \quad (10)$$

$$\sigma_{\text{i}\theta}^2 = -\frac{pr}{t \cos \theta} + 2.571 \frac{F}{t} \sqrt{\frac{r}{t} \cos \theta} - 5.105 \frac{M}{t^2}. \quad (11)$$

1.4 实例验算

设壳体材料选用 Q345 钢, 圆筒中性层半径 $r = 2 \text{ m}$, 筒长 $L = 10 \text{ m}$, 厚度 $t = 0.02 \text{ m}$, 施加均布外压 $P = 1 \text{ Pa}$.

因 $L = 10 > 2.5\sqrt{0.02 \times 2} = 0.5$, 符合上述公式的适用范围, 将模型数据先代入(2)式与(3)式, 求

表 1 圆筒壳体和圆锥壳体径向应力值比较

角度/ $^\circ$	圆筒壳应力/Pa	圆锥壳应力/Pa	平均值/Pa	偏差量/Pa	偏差率/%
5	0.53 (-100.53)	0.53 (-100.93)	0.53 (-100.73)	0 (0.4)	0 (0.40)
10	51.52 (-151.52)	51.51 (-151.53)	51.52 (-151.53)	0.01 (0.01)	0.02 (0.007)
15	103.32 (-203.32)	103.26 (-203.39)	103.29 (203.36)	0.06 (0.07)	0.06 (0.03)
20	157.18 (-257.18)	157.00 (-260.54)	157.09 (-258.86)	0.18 (3.36)	0.11 (1.30)
25	212.74 (-312.74)	212.37 (-313.11)	212.56 (-313.43)	0.37 (0.37)	0.17 (0.12)
30	271.31 (-371.31)	270.39 (-372.21)	270.85 (-371.76)	0.92 (0.90)	0.34 (0.24)

表 2 圆筒壳体和圆锥壳体周向应力比较

角度/ $^\circ$	圆筒壳应力/Pa	圆锥壳应力/Pa	平均值/Pa	偏差量/Pa	偏差率/%
5	-56.68 (-86.99)	-57.17 (-87.48)	-56.92 (-87.24)	0.49 (0.49)	0.86 (0.56)
10	-13.27 (-74.18)	-15.67 (-76.58)	-14.47 (-75.39)	2.4 (2.4)	16.82 (3.18)
15	30.69 (-61.30)	24.21 (-67.89)	27.45 (-64.67)	6.48 (6.59)	23.6 (10.19)
20	75.44 (-48.87)	62.13 (-62.08)	68.82 (-55.39)	13.31 (13.21)	19.34 (23.85)
25	125.90 (-31.74)	97.69 (-59.93)	109.77 (-47.85)	28.21 (28.19)	25.70 (58.91)
30	170.22 (-22.56)	130.39 (-62.40)	150.30 (-42.49)	39.83 (39.84)	26.50 (93.76)

得连接处的边缘弯矩和剪力, 将所得的边缘弯矩和剪力分别代入(4)式~(11)式, 将所得的单个圆筒壳体和圆锥壳体的径向应力和周向应力求平均值、偏差量(取绝对值)和偏差率, 所得结果见表1和表2. 表1和表2中, 壳体内表面的应力值用括号表示, 以下表格均类同处理.

由表1中的数据可以看到, 采用应力法计算得到的单个壳体的径向应力值的偏差量最大值在1%左右, 符合实际情况.

而由表2的数据可见, 随着角度的增大, 用力法计算的单个圆筒壳体和圆锥壳体在连接处的周向应力偏差量随着角度的增大而增大, 这与实际不符, 因此, 需对周向应力的计算公式进行修正.

2 公式的修正

参考式(6)式、(7)式、(10)式和(11)式, 由于圆筒壳体和圆锥壳体的薄膜应力计算公式属于成熟的理论, 而圆筒的薄膜应力绝对值小于圆锥的薄膜应力, 因此需要对(10)式和(11)式因剪力产生的周向应力项进行修正, 从(10)式和(11)式与(6)式和(7)式的对比可知, 需要增加与 θ 成正比的函数, 因此, 设对剪力项增加函数 $\sin^m \theta$. 将(6)式减(10)式, 可得偏差量的绝对值为:

$$\Delta = \left| \frac{pr}{t} \cdot A + 2.571 \sqrt{\frac{r}{t}} \cdot \frac{F}{t} \cdot B \right|, \quad (12)$$

其中,

$$A = \frac{1}{\cos \theta} - 1,$$

$$B = 1 - \sqrt{\cos \theta + \sin^m \theta}.$$

分别取 $m = 1, 1.5, 2, 2.5, 3$, $r/t = 50, 70, 80, 100, 120$, 按照(2)式计算剪力, 按(12)式计算偏差量. 可得当 $m = 2$ 时, 在圆锥半角 $20^\circ \sim 30^\circ$ 下,

所得偏差量和偏差率在上述 r/t 的条件下是最小的(图2).

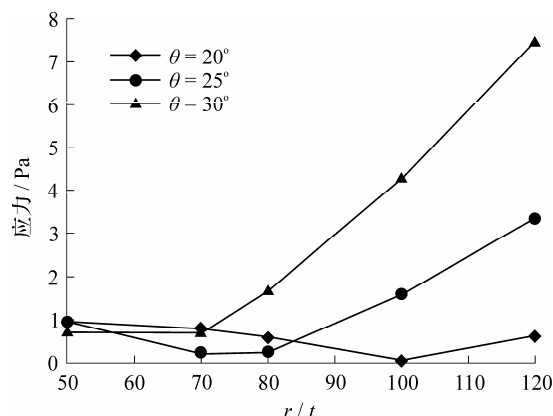


图2 周向应力偏差量($m=2$)

将 $m = 2$ 代入, 可得修正的周向应力公式为:

$$\sigma_{e\theta}^2 = -\frac{pr}{t \cos \theta} + 2.571 \frac{F}{t} \sqrt{\frac{r}{t} (\cos \theta + \sin^2 \theta)} - 1.505 \frac{M}{t^2}, \quad (13)$$

$$\sigma_{i\theta}^2 = -\frac{pr}{t \cos \theta} + 2.571 \frac{F}{t} \sqrt{\frac{r}{t} (\cos \theta + \sin^2 \theta)} - 5.105 \frac{M}{t^2}. \quad (14)$$

3 验算公式的精确性

3.1 公式计算

选用的材料和几何尺寸参数参考1.4节的内容, 将参数代入(2)式、(3)式、(13)式和(14)式, 取 $\theta = 30^\circ$, 可得修正的周向应力为:

$$\sigma_{e\theta} = \frac{1}{2} (\sigma_{i\theta}^1 + \sigma_{i\theta}^2) = \frac{170.22 + 174.54}{2} = 172.38,$$

$$\sigma_{i\theta} = \frac{1}{2} (\sigma_{i\theta}^1 + \sigma_{i\theta}^2) = \frac{-22.56 - 18.25}{2} = -20.41.$$

其余圆锥半角($5^\circ \sim 25^\circ$)的应力值也按照上述计

表3 修正后的组合壳体连接处周向应力值

角度/ $^\circ$	圆筒壳应力/Pa	圆锥壳应力/Pa	平均应力/Pa
5	-56.68 (-86.99)	-56.80 (-87.12)	-56.74 (-87.06)
10	-13.27 (-74.18)	-13.97 (-74.53)	-13.62 (-74.53)
15	30.69 (-61.30)	29.93 (-62.06)	30.31 (-61.68)
20	75.44 (-48.87)	75.40 (-48.91)	75.42 (-48.89)
25	125.90 (-31.74)	127.70 (-29.94)	126.8 (-30.84)
30	170.22 (-22.56)	174.54 (-18.25)	172.38 (-20.41)

算步骤计算, 将所得两分离壳体的周向应力列入表 3, 最后均取平均值。

3.2 ANSYS 模拟验证

ANSYS 分析流程主要有前处理过程、加载和求解过程、后处理过程所组成^[6]。

(1) 通过 L/t 可知该结构为薄壳结构, 因此建模时采用 shell63 单元。将壳体的厚度、弹性模量及泊松比输入 ANSYS 中并赋参数, 便完成了单元和实常数的定义。

(2) 由于该结构具有对称性, 在外表面均匀施加 1 Pa 的压强, 因此采用 1/8 结构(筒锥建模角度从 0~90°), 并在对称面施加对称约束。壳体采用自由划分网格方式, 网格边长为 0.02 m。因圆锥顶端划分网格容易产生不合格单元, 影响计算结果, 因此建模时除去尖顶, 距离尖顶约 0.5 m 处改用平面处理。最后结果如图 3 所示。

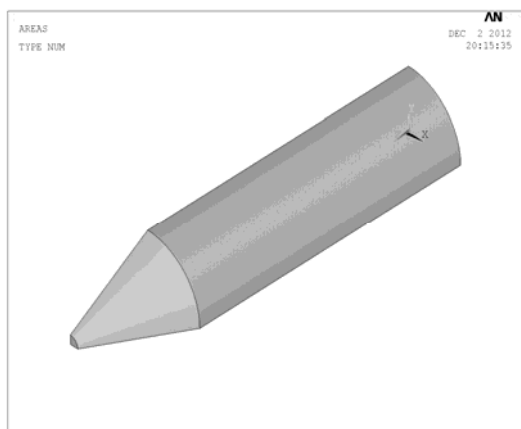


图 3 组合壳体建模

(3) 当上述工作均完成后, 便可进入求解过程, 该过程由计算机自动运算, 运算完成后, 模型显示前处理过程中的网格划分, 所施加的荷载及边界约束条件可供检查。最后结果如图 4 所示。

(4) 后处理过程中的模拟是为了和推导公式得出的应力值做比较, 因此在该过程中需要提取出连接处的径向应力和周向应力的值。

ANSYS 计算某个节点的公式如下^[6]:

$$\sigma_n = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_{in}}{N_n}, \quad (15)$$

式中, N_n 为与节点 n 相连的单元数; σ_n 为节点 n 平均应力值; σ_{in} 为单元 i 在节点 n 上的导出结果数据;

由(15)式可知, 需要知道连接处的节点号和单元号, 最后提取结果如图 5 和图 6 所示。

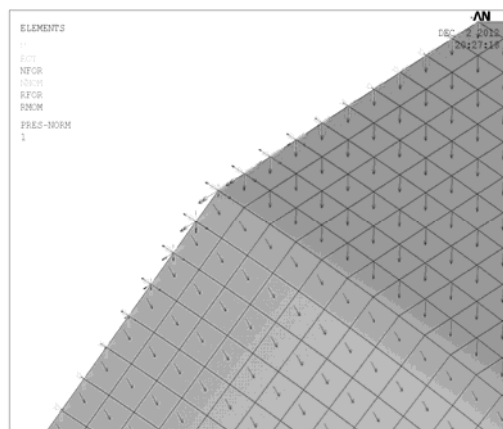


图 4 壳体最后结果

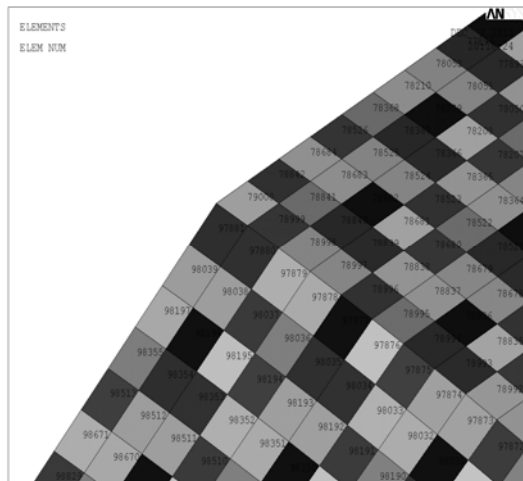


图 5 连接处单元号

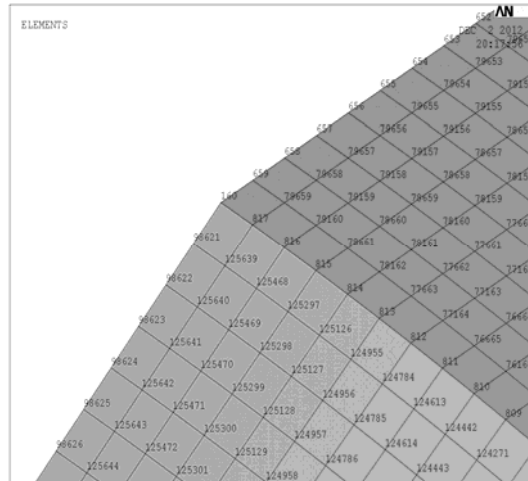


图 6 连接处单元节点号

连接处的径向应力平行于圆筒长轴, 周向应力值与圆筒半径相切, 且在连接处均相等, 因此通过图 3 可知提取 79000 单元和 97881 单元的节点应力值, 即可得所需的 ANSYS 的模拟数据, 将 79000 单元和 97881 单元的节点应力值列表显示并提取, 结果如图 7 和图 8 所示.

将图 7 和图 8 中的模拟数值代入(15)式, 得:

$$\sigma_{\text{ex160}} = \frac{263.97+264.63}{2} = 264.30,$$
$$\sigma_{\text{ix160}} = \frac{-363.97-365.40}{2} = -364.69,$$
$$\sigma_{\text{e}\theta 160} = \frac{166.22+166.26}{2} = 166.24,$$

$$\sigma_{\text{i}\theta 160} = \frac{-22.15-22.42}{2} = -22.29.$$

其余的圆锥半角度(5~25°)的 ANSYS 模拟也是按照上述步骤进行, 并将数据列入表 4 和表 5 的 ANSYS 模拟栏里. 提取表 1 中的径向应力平均值和表 3 中的周向应力平均值, 分别列入表 4 和表 5 的公式推导栏里, 并与 ANSYS 模拟值进行比较, 计算偏差量(取绝对值)和偏差率, 所得结果也列示于表 4 和表 5.

从表 4 中的偏差率栏里可以看到, 半角为 5° 的径向应力外表面偏差有点大, 其主要原因其应力的从负转为正所造成的偏差, 但是量值不大. 表 5 中半角为 25° 的偏差率虽然大于 10%, 但偏差量

ELEMENT = 79000			SHELL63			
NODE	SX	SY	SZ	SXY	SYZ	SXZ
79659	145.55	-0.99638	201.79	-0.72848	0.17995E-01	-3.6202
659	145.55	-0.99638	201.79	-0.72848	-0.17995E-01	3.6202
160	166.22	-0.99587	263.97	-0.83125	-0.17995E-01	3.6202
817	166.22	-0.99587	263.97	-0.83125	0.17995E-01	-3.6202
79659	-5.5187	-0.13637E-03	-301.78	0.27433E-01	-0.17995E-01	3.6202
659	-5.5187	-0.13637E-03	-301.78	0.27433E-01	0.17995E-01	-3.6202
160	-22.153	-0.54739E-03	-363.97	0.11012	0.17995E-01	-3.6202
817	-22.153	-0.54739E-03	-363.97	0.11012	-0.17995E-01	3.6202

图 7 79000 单元节点应力

ELEMENT = 97811			SHELL63			
NODE	SX	SY	SZ	SXY	SYZ	SXZ
817	166.23	-0.99690	264.66	-0.71992	-0.11886E-01	2.7611
160	160.26	-0.99690	264.63	-0.72005	0.13992E-01	-3.2502
98621	144.29	-0.99730	203.25	-0.62603	0.13989E-01	-3.2495
125639	144.39	-0.99731	203.28	-0.62590	-0.12729E-01	2.9569
817	-22.390	-0.41494E-03	-365.43	0.96388E-01	0.92687E-02	-2.1531
160	-22.420	-0.41550E-03	-365.40	0.96516E-01	-0.16609E-01	3.8582
98621	-4.8405	-0.89707E-04	-304.02	0.20838E-01	-0.16561E-01	3.8469
125639	-4.8097	-0.89136E-04	-304.05	0.20705E-01	0.10158E-01	-2.3596

图 8 97881 单元节点应力

表 4 径向应力模拟数据与公式计算数据的比较

角度/°	公式推导值/Pa	ANSYS 模拟/Pa	偏差量/Pa	偏差率/%
5	0.53 (-100.73)	-0.66 (-99.34)	1.19 (1.39)	180.30 (1.40)
10	51.52 (-151.53)	49.19 (-149.19)	2.33 (2.34)	4.74 (1.57)
15	103.29 (-203.36)	100.01 (-200.05)	3.28 (3.31)	3.23 (1.65)
20	157.09 (-258.86)	152.36 (-252.25)	4.73 (6.61)	3.10 (2.62)
25	212.56 (-313.43)	206.88 (-307.09)	5.68 (6.36)	2.75 (2.07)
30	270.85 (-371.76)	264.30 (-364.69)	6.55 (7.07)	2.48 (1.94)

表 5 周向应力模拟数据与公式计算数据的比较

角度/°	公式推导值/Pa	ANSYS 模拟/Pa	偏差量/Pa	偏差率/%
5	-56.74 (-87.06)	-57.03 (-86.63)	0.29 (0.43)	0.51 (0.50)
10	-13.62 (-74.53)	-14.06 (-73.58)	0.44 (0.95)	3.13 (1.29)
15	30.31 (-61.68)	29.29 (-60.72)	1.02 (0.96)	3.48 (1.58)
20	75.42 (-48.89)	73.46 (-47.96)	1.96 (0.93)	2.67 (1.94)
25	126.80 (-30.84)	118.93 (-35.18)	7.89 (4.34)	6.63 (12.34)
30	172.38 (-20.41)	166.24 (-22.29)	6.14 (1.88)	3.86 (8.43)

不大,也仅为 4.34 Pa,而其他角度通过公式推导得到的数据和 ANSYS 模拟得到数据的偏差率很小,基本在 5%左右,符合小于 10%的工程要求,因此可以得出结论:上述计圆锥-长筒组合壳体连接处应力的公式其精度足以满足工程的要求。

4 结论

(1) 通过公式计算和 ANSYS 模拟得知,上述计算圆锥-长筒组合壳体连接处径向应力和周向应力的公式,其精度足以满足工程的要求。

(2) 壳体外表面连接处的径向应力受拉,其值随着角度的增大而增大,因此对于圆锥-长筒组合壳体,应在连接处设置光滑过渡段,来减小因不连续而产生的边缘应力。

参考文献:

- [1] 白旭. 潜艇球形壳体结构性能研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2011.
- [2] 崔维成, 裴俊厚, 张伟. 圆锥壳的精确解与等效圆柱壳的解的比较[J]. 船舶力学, 2000, 4(4):33-42.
- [3] 王艳, 朱瑞林. 不带过渡段的圆锥壳体与圆筒连接时的强度研究[J]. 机械工程学报, 2004, 40(1):78-84.
- [4] 余国琮, 胡修慈, 吴文林. 化工容器及设备[M]. 天津: 天津大学出版社, 1998:990.
- [5] 徐芝纶. 弹性力学(下册)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- [6] 王新敏. ANSYS 工程结构数值分析[M]. 北京: 人民交通出版社, 2007:10.

Correction on Stress Function and Checking at the Connection of Combined Shell of Cone-long Cylinder

XU Yin-liang¹, CAI Zhe-wei^{1,2*}, XU Yong-chun²

(1.Faculty of Architectural, Civil Engineering and Environment, Ningbo University, Ningbo 315211, China;

2.Zhejiang Business Technology Institute, Ningbo 315012, China)

Abstract: The paper refers to the existing theory in calculating combined shell of cone-long cylinder's radial stress and circumferential stress, and the force of law which is commonly used to analyze the combined shell. In this study, it is found that the function calculating circumferential stress does not match the force of law principle. In this paper, we then present a function that is proven to better describe the real-problem. Finally, using the finite element software ANSYS to inspect the function, and deviation rate is the basic formula to calculate the value of and ANSYS simulation values of about 5%, it shows that the proposed function meets the technical requirements, and can thus be applied for practical problems.

Key words: combined shell of cone-long cylinder; radial stress; circumferential stress; ANSYS

(责任编辑 章践立)