

一种标定显微镜镜头畸变的方法

钱磊, 吴丹*

(宁波大学 机械工程与力学学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 提出了一种标定光学显微镜图像失真的方法, 该方法利用一块高精度的光栅作为参考, 用显微镜拍摄光栅作为变形栅, 使用加窗傅里叶几何相位分析法求解光栅形变, 得到显微镜镜头畸变场。仿真结果表明了该方法的可行性。最后对 KEYENCE VHX-1000 型数码显微镜放大 100~500 倍时的镜头畸变进行了标定。

关键词: 镜头畸变; 加窗傅里叶几何相位分析; 光栅; 光学显微镜

中图分类号: TP391

文献标志码: A

文章编号: 1001-5132 (2021) 03-0024-06

随着零部件尺寸不断向着小型化与微型化发展, 材料微纳米尺度力学特性受到越来越多的关注, 显微镜结合光测力学方法^[1]已成为表征微纳米尺度力学参数和力学行为的重要手段, 其中光学显微镜常被用来结合数字图像相关法(Digital Image Correlation, DIC)^[2]测量微尺度位移以及应变^[3]。但在较高放大倍数时, 由于镜头畸变会使光学显微镜成像不能严格满足针孔成像模型, 会对 DIC 的测量产生较大影响, 需要矫正镜头畸变引起的误差。

根据 Tsai 理论^[4], 镜头畸变可以采用畸变函数描述, 综合考虑描述精度与解的稳定性, 现在多采用三阶畸变函数, 只需要解出三阶畸变函数系数即可完成标定。目前主要有 2 种方法: (1)刚体平移法, 即对散斑场进行面内刚体平移, 将 DIC 计算的位移与实际平移量相减, 得到全场畸变分布, 再通过最小二乘法解出畸变函数的系数; 文献[5-6]报道了用这种方法消除镜头畸变对 DIC 计算的影响。(2)无需进行刚体平移, 而是在显微镜下获得正交栅图像后, 通过扩展图像中心无畸变区域的节点坐标, 得到全场节点理想位置坐标, 与图像上的节点坐标相减, 得到节点位置的畸变量, 完成镜头畸变的标定; 文献[7]报道了通过该方法矫正镜头畸变带来的误差。但刚体平移法是通过精密平移台实现连续平移, 容易引入机械误差, 且误差容易累

积, 而通过扩展节点坐标标定镜头畸变, 必须使用正交栅, 且只能得到节点的畸变量。

本文基于加窗傅里叶几何相位分析法(Geometric Phase Analysis based on the Windowed Fourier Transform, WFT-GPA), 将标准无形变的平行栅或正交栅(标准栅)放在显微镜下, 无需进行刚体平移, 得到的图像作为变形栅, 使用加窗傅里叶变换得到变形相位场; 将变形相位场中心区域的相位值线性扩展得到参考相位场, 进而根据相位差求解镜头全场的畸变分布, 完成镜头畸变的标定。仿真实验结果表明该方法可行, 最后采用该方法对光学显微镜镜头的畸变进行了标定。

1 WFT-GPA 原理

Dai 等^[8]基于几何相位分析法(Geometric Phase Analysis, GPA)^[9]提出了 WFT-GPA, 解决了 GPA 计算非均匀变形误差过大问题。WFT-GPA 对于噪声不敏感, 其原理对于平行栅可表示为:

$$f(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cdot \cos(2\pi x / p + \varphi(x, y)), \quad (1)$$

式中: $f(x, y)$ 、 $a(x, y)$ 、 $b(x, y)$ 、 $2\pi x / p + \varphi(x, y)$ 分别代表图像上点 (x, y) 的灰度强度、背景光强、光栅周期的灰度幅值以及相位; 相位包含线性部分 $2\pi x / p$ 与非线性部分 $\varphi(x, y)$; p 为节距。

收稿日期: 2020-11-02.

宁波大学学报(理工版)网址: <http://journal.lg.nbu.edu.cn/>

基金项目: 国家自然科学基金(51701550)。

第一作者: 钱磊(1995-), 男, 安徽合肥人, 在读硕士研究生, 主要研究方向: 实验固体力学。E-mail: 617382428@qq.com

*通信作者: 吴丹(1987-), 女, 河南信阳人, 讲师, 主要研究方向: 实验固体力学。E-mail: wudan@nbu.edu.cn

基于傅里叶变换, 式(1)可表示为:

$$f(x, y) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi nx / p) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(2\pi nx / p), \quad (2)$$

式中: c_0 为直流分量; a_n 和 b_n 为傅里叶系数.

首先对光栅进行二维快速傅里叶变换:

$$F(\zeta, \eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp(-i\zeta x - i\eta y) dx dy, \quad (3)$$

式中: $F(\zeta, \eta)$ 为傅里叶频谱; ζ 、 η 分别为 x 、 y 方向上的频率变量; $i = \sqrt{-1}$.

对光栅进行二维快速傅里叶变换后, 选取一频率范围作为加窗傅里叶变换的频率区间, 进行二维加窗傅里叶变换:

$$F(\mu, \nu, \zeta, \eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) g(x - \mu, y - \nu) \cdot \exp(-i\zeta x - i\eta y) dx dy, \quad (4)$$

式中: $g(x, y)$ 为高斯窗函数.

$$g(x, y) = \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma_x^2\sigma_y^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right), \quad (5)$$

$F(\mu, \nu, \zeta, \eta)$ 代表以 (μ, ν) 为中心子区的加窗傅里叶频谱; (μ, ν) 为窗口中心; σ_x 、 σ_y 为高斯函数在 x 、 y 方向上的标准差, 一般采用方形窗, 则 $\sigma_x = \sigma_y$.

计算时通过改变窗函数中心坐标实现窗函数逐点移动, 最终完成对整幅图的傅里叶变换.

对加窗傅里叶变换的频谱进行滤波:

$$\bar{F}(\mu, \nu, \zeta, \eta) = \begin{cases} F(\mu, \nu, \zeta, \eta), & |F(\mu, \nu, \zeta, \eta)| \geq T, \\ 0, & |F(\mu, \nu, \zeta, \eta)| \leq T, \end{cases} \quad (6)$$

式中: $\bar{F}$ 为滤波后的频谱; T 为抑制噪声设置的阈值, 一般选择最大值的30%~60%.

滤波后进行二维加窗傅里叶逆变换:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{F}(\mu, \nu, \zeta, \eta) g(x - \mu, y - \nu) \cdot \exp(i\zeta x + i\eta y) d\zeta d\eta d\mu d\nu, \quad (7)$$

进而得到包裹相位场:

$$\varphi(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}(\hat{f}(x, y))}{\text{Re}(\hat{f}(x, y))} \right), \quad (8)$$

式中: $\varphi(x, y)$ 为光栅的包裹相位场; Im、Re 分别代

表虚部和实部.

对包裹相位场进行解包裹后可得到相位场. 利用上述计算得到参考相位场 φ_r 与变形相位场 φ_d , 则相位差为:

$$\Delta\varphi = \varphi_d - \varphi_r. \quad (9)$$

根据 GPA 原理, 相位差与位移存在以下关系:

$$\Delta\varphi = -2\pi au, \quad (10)$$

式中: a 为光栅主方向, 与试件栅线相互垂直, 数值大小为参考栅频率; u 为位移; 对于正交栅, 主方向有 2 个, 这时式(10)可表示为:

$$\begin{bmatrix} \Delta\varphi_x \\ \Delta\varphi_y \end{bmatrix} = -2\pi \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix}, \quad (11)$$

下标 x 、 y 表示正交栅 2 个主方向, 其位移场为:

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} = -\frac{1}{2\pi} \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta\varphi_x \\ \Delta\varphi_y \end{bmatrix}. \quad (12)$$

2 镜头畸变及 WFT-GPA 标定畸变的原理

2.1 镜头畸变

在物体表面引入物平面坐标系, 显微镜成像平面引入像素坐标系, 2 个坐标系平行排列, 都垂直于显微镜光轴, 以图像水平与竖直方向定义 2 个坐标系的 x 、 y 轴. 通常认为光学成像系统能严格符合针孔成像模型, 物平面坐标与像素坐标呈比例关系, 但放大倍数超过 20 倍时^[10], 因镜头畸变导致物体在图像上偏离理想位置(图 1).

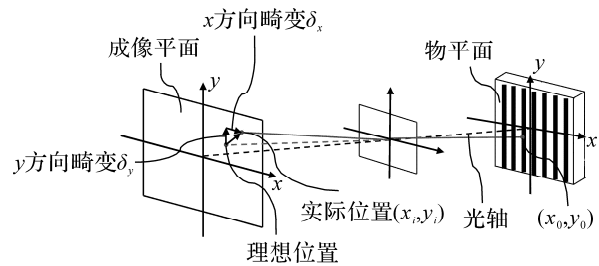


图1 镜头畸变示意图

根据 Tsai 理论, 用三阶畸变函数来描述镜头畸变, 三阶畸变函数为:

$$\begin{cases} \delta_x(x_i, y_i) = a_0 + a_1x_i + a_2y_i + a_3x_i^2 + a_4x_iy_i + a_5x_i^3 + a_6x_i^2y_i + a_7x_iy_i^2 + a_8y_i^3, \\ \delta_y(x_i, y_i) = b_0 + b_1x_i + b_2y_i + b_3x_i^2 + b_4x_iy_i + b_5y_i^2 + b_6x_i^3 + b_7x_i^2y_i + b_8x_iy_i^2 + b_9y_i^3, \end{cases} \quad (13)$$

式中: δ_x 、 δ_y 分别为 x 、 y 方向的畸变; x_i 、 y_i 为像素坐标; a_i 、 b_i ($i=0, \dots, 9$) 为待确定系数.

考虑镜头畸变, 物平面坐标和像素坐标之间的关系为:

$$\begin{cases} x_o = R_x(x_i - \delta_x(x_i, y_i)), \\ y_o = R_y(y_i - \delta_y(x_i, y_i)), \end{cases} \quad (14)$$

其中: x_o 、 y_o 为物平面坐标; R_x 、 R_y 为 x 、 y 方向的放大率.

2.2 基于 WFT-GPA 利用标准栅标定镜头畸变

由式(1)可知, 光栅相位包含线性部分与非线性部分, 而标准栅未发生形变时相位只含有线性部分, 所以标准栅发生形变并且中心区域的形变可以忽略时, 用加窗傅里叶计算出变形相位后, 可以通过变形栅相位场中心的值线性扩展得到参考相位, 再根据式(12)可得到形变.

Schreier 等^[11]研究表明, 图像中心发生的畸变很小, 可以忽略. 根据标准栅相位场的性质, 可以使用一块标准栅来标定光学显微镜的镜头畸变, 具体步骤为: (1)在显微镜下拍摄标准栅图像; (2)对图像用式(3)~(8)得到包裹相位场, 解包裹后得到变形相位场; (3)根据变形相位场中心区域相位值, 线性扩展得到参考相位场; (4)根据式(12)得到位移场, 即畸变分布; (5)得到畸变分布后用最小二乘法解出三阶畸变函数系数. 上述步骤是基于 WFT-GPA 利用标准栅标定镜头畸变, 与一般的 WFT-GPA 计算不同, 上述步骤计算时没有参考栅图像, 而是通过变形栅相位场得到参考相位场, 进而得到位移场. 与现有的方法相比, 本文提出的这一方法操作简便, 仅需要将标准栅在显微镜下校准后拍摄, 得到畸变的光栅图像, 即可利用算法得到全场的畸变分布, 但是该方法需要使用精度较高的标准栅, 否则会引入误差.

3 仿真验证

为验证本文提出的方法的可行性, 即标准栅中心区域形变可以忽略时, WFT-GPA 可以仅用变形栅图像计算位移, 在 MATLAB 软件中用式(15)生成矩形栅:

$$f'(x, y) = 50 \left(2 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(2\pi n(x - u_x)/p) \right), \quad (15)$$

$$u_x(x, y) = k(10^{-7}(x^3 + |y|^3) + 10^{-6}x|y|), \quad (16)$$

式中: $f'(x, y)$ 为矩形栅函数; $b_n = 0$, $n=1, 3, 5, \dots$, $b_n = 4/(n\pi)$, $n=2, 4, 6, \dots$; $u_x(x, y)$ 为预设位移; k 为控制位移大小的系数.

b_n 取前 10 项, 令 $p=14$ 、 $k=0$ 和 2, 生成 401 pixels×401 pixels 的矩形参考栅和变形栅(图 2).

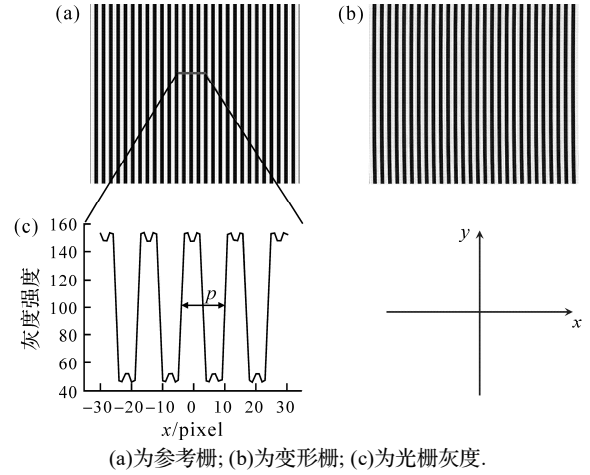
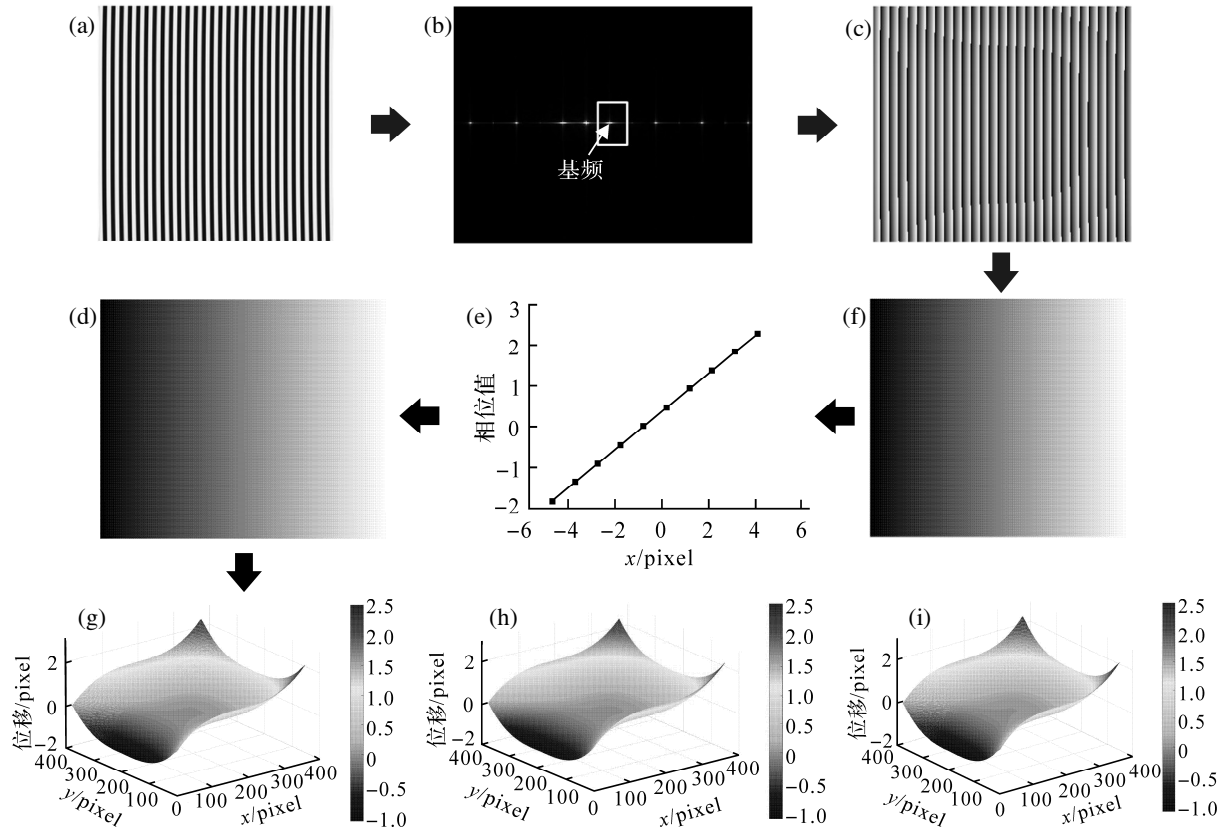


图 2 矩形栅

图 3 为仅用变形栅时 WFT-GPA 的计算过程. 中心区域形变可以忽略的变形栅(节距 $p=14$)如图 3(a)所示; 对变形栅进行二维快速傅里叶变换(采用 MATLAB 软件中 `fft2` 和 `fftshift` 函数)后得到的频谱如图 3(b)所示; 选取矩形框内的频率区间为二维窗口傅里叶变换的频率范围, 经过二维加窗傅里叶变换、滤波以及二维加窗傅里叶逆变换, 得到包裹相位场如图 3(c)所示; 经解包裹(采用 MATLAB 软件中 `unwrap` 函数)得到的变形相位场如图 3(f)所示; 选取变形相位中心 10 pixels×10 pixels 区域的相位值, 每列的平均相位值如图 3(e)所示; 根据中心区域每列的平均相位值, 线性扩展得到参考相位如图 3(d)所示; 进而根据相位差得到位移如图 3(g)所示. 图 3(h)和图 3(i)分别为预设的位移和有参考栅时 WFT-GPA 的计算结果, 仅有变形栅时 WFT-GPA 计算位移误差的标准差为 0.005 8, 有参考栅时 WFT-GPA 计算位移误差的标准差为 0.005 9, 2 种方法计算结果基本一致.

窗函数的窗口大小对于 WFT-GPA 的计算精度有很大影响, 窗口大小(由 σ 控制)应根据光栅的节距来选择, 为确定计算矩形栅形变最佳的窗口大小, 令 $k=1.2$, $p=12$ 、14、16、18、20 pixels, 生成大



(a)为变形栅;(b)为变形栅频谱;(c)为包裹相位;(d)为参考相位;(e)为变形相位场中心区域的平均值;
(f)为变形相位;(g)为位移场;(h)为预设位移;(i)为有参考栅时 WFT-GPA 的计算位移。

图3 仅用变形栅时 WFT-GPA 的计算过程

小为 $401 \text{ pixels} \times 401 \text{ pixels}$ 的矩形栅, 窗口大小 σ 取 p 的 $0.4 \sim 1.5$ 倍 ($0.4 \leq \sigma/p \leq 1.5$).

按图3流程进行计算, 考虑到位移误差的平均值接近 0, 不同大小窗口时位移误差的标准差(图4)可以证明结果的精度。

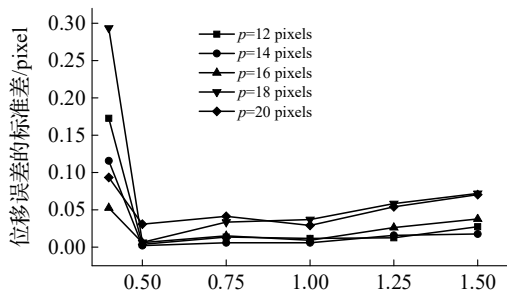


图4 不同窗口大小时位移误差的标准差

从图4可发现, $0.5 \leq \sigma/p \leq 1$ 是最佳窗口范围, 窗口过大或过小都会使提取的相位不准确, 导致误差增大. 同一窗口大小时不同节距的位移误差标准差不同, 说明节距对 WFT-GPA 精度有影响。

为了研究节距对精度的影响, 设 $11 \text{ pixels} \leq p \leq 20 \text{ pixels}$, $\sigma/p=0.55$, $k=1.0, 1.6, 2.2$. 不同节距时位移误差的标准差如图5所示。

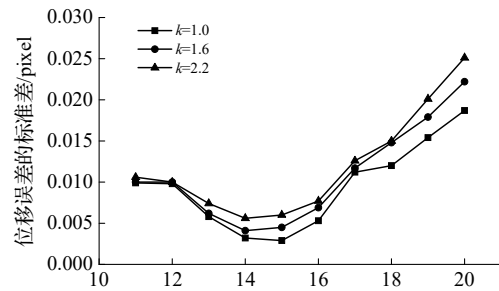


图5 不同节距时位移误差的标准差

从图5可发现, $13 \text{ pixels} \leq p \leq 16 \text{ pixels}$ 时标准差最小, 说明矩形栅的节距在这个范围内计算位移的误差最小. 在使用标准栅标定镜头畸变时, 应根据不同的放大倍数选择节距合适的标准栅, 使得节距范围在 $13 \sim 16 \text{ pixels}$, 同时表明本文提出的方法能应用于镜头畸变的标定。

4 畸变标定实验

4.1 实验设备

实验所用光学显微镜是 KEYENCE VHX-1000 型数码显微镜(图 6), 显微镜镜头为大范围变焦镜头, 放大倍数为 100~1 000 倍, 拍摄的图像大小为 1 600 pixels×1 200 pixels, 照明光源为 100 W 卤素灯。

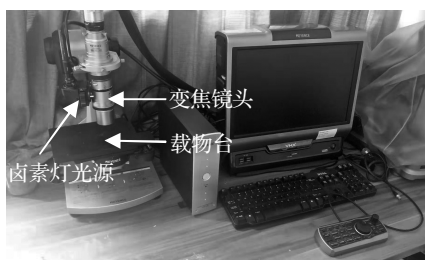


图 6 KEYENCE VHX-1000 显微镜

标准栅以苏打玻璃作为基底材料, 栅线材料为铬及铬的氧化物, 通过光刻、真空蒸镀等工艺制成(图 7), 为每毫米 20 线的平行标准栅。

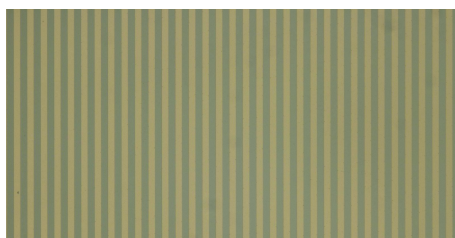


图 7 标准栅

4.2 标定结果

以放大 100 倍时的畸变标定为例, 将适当节距的标准栅(平行栅或正交栅)放在 KEYENCE VHX-1000 显微镜下, 校准标准栅方向, 让栅线垂直需要标定的方向, 用卤素灯作为光源拍摄得到变形栅图像, 图像边缘有轻微的失焦模糊现象。为避免引入误差, 选取图像中心 1 200 pixels×900 pixels 区域, 按图 3 流程计算。

KEYENCE VHX-1000 显微镜放大 100 倍时的镜头畸变如图 8 所示, x 、 y 方向畸变函数系数见表 1。从表 1 可以看到, 畸变关于中心呈对称分布, 图像中心的畸变最小, 距离中心越远畸变越大, x 、 y 方向的畸变分布整体有倾斜。其原因主要是组成镜头的各个透镜的中心不在一条直线上, 造成了光轴倾斜, 导致畸变分布呈现倾斜状态。

使用相应节距的标准栅, 标定 200~500 倍的镜头畸变, 观察 100~500 倍时最大畸变(图 9)。从图 9

可发现, 最大畸变随着放大倍数的增大而减小, 说明镜头畸变随着放大倍数的增加而减小。

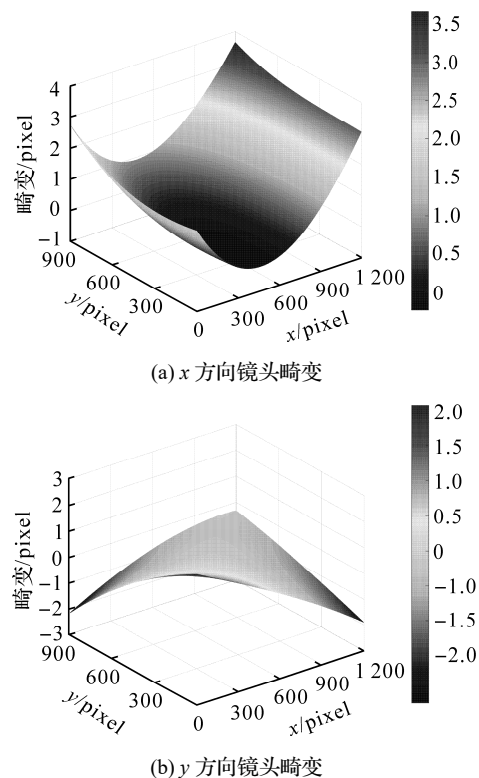


图 8 100 倍时的镜头畸变

表 1 100 倍时 x 、 y 方向畸变函数系数

x 方向	y 方向	x 方向	y 方向
$a_0=4.05 \times 10^{-2}$	$b_0=2.48 \times 10^{-2}$	$a_5=2.07 \times 10^{-6}$	$b_5=-1.34 \times 10^{-6}$
$a_1=2.02 \times 10^{-3}$	$b_1=1.01 \times 10^{-3}$	$a_6=2.04 \times 10^{-9}$	$b_6=-2.97 \times 10^{-10}$
$a_2=9.92 \times 10^{-4}$	$b_2=6.57 \times 10^{-4}$	$a_7=-7.52 \times 10^{-10}$	$b_7=-1.08 \times 10^{-9}$
$a_3=6.38 \times 10^{-6}$	$b_3=-9.50 \times 10^{-7}$	$a_8=-1.50 \times 10^{-9}$	$b_8=1.10 \times 10^{-9}$
$a_4=-4.31 \times 10^{-7}$	$b_4=5.42 \times 10^{-6}$	$a_9=1.11 \times 10^{-11}$	$b_9=-5.84 \times 10^{-10}$

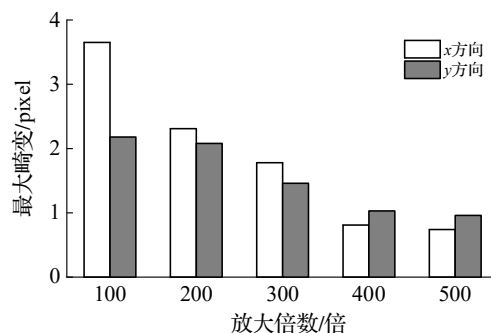


图 9 不同放大倍数时的最大镜头畸变

5 结语

本文提出了一种基于 WFT-GPA 利用标准栅标

定光学显微镜镜头畸变的方法, 通过仿真实验表明了该方法标定镜头畸变的有效性. 讨论了 WFT-GPA 计算矩形栅形变时节距和窗口大小的影响, 发现最佳节距为 13~16 pixels, 且窗口大小满足 $0.5 \leq \sigma/p \leq 1$. 使用标准栅对 KEYENCE VHX-1000 显微镜放大 100~500 倍时的镜头畸变进行标定, 发现畸变随着放大倍数的增加而减小, 在使用显微镜测量微区位移及应变时, 应尽量使用高的放大倍数, 以减小镜头畸变带来的影响.

利用标准栅标定镜头畸变, 与对散斑场进行刚体平移相比, 可减少操作步骤, 避免引入随机误差; 与节点扩展标定不同, 可获得全场畸变, 兼顾已有的 2 种标定方法的优点. 但是其对标准栅的精度依赖性较高.

参考文献:

- [1] Xie H M, Kishimoto S, Asundi A, et al. In-plane deformation measurement using the atomic force microscope moiré method[J]. *Nanotechnology*, 2000, 11(1):24-29.
- [2] Peters W H, Ranson W F. Digital imaging techniques in experimental stress analysis[J]. *Optical Engineering*, 1982, 21(3):427-431.
- [3] 李喜德, 杨燕, 魏成, 等. 基于光学和扫描显微平台的微尺度实验力学检测技术和装置研究[J]. *实验力学*, 2006, 21(4):427-438.
- [4] Tsai R. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. *Journal of Robotics and Automation*, 1987(3):323-344.
- [5] Pan B, Yu L P, Wu D F, et al. Systematic errors in two-dimensional digital image correlation due to lens distortion[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2013, 51(2):140-147.
- [6] Yoneyama S, Kikuta H, Kitagawa A, et al. Lens distortion correction for digital image correlation by measuring rigid body displacement[J]. *Optical Engineering*, 2006, 45(2):409-411.
- [7] Zhang D S, Luo M, Arola D D. Displacement/strain measurements using an optical microscope and digital image correlation[J]. *Optical Engineering*, 2006, 45(3): 033605.
- [8] Dai X L, Xie H M, Wang Q H. Geometric phase analysis based on the windowed Fourier transform for the deformation field measurement[J]. *Optics & Laser Technology*, 2014, 58:119-127.
- [9] Hých M J, Potez L. Geometric phase analysis of high-resolution electron microscopy images of antiphase domains: Example Cu_3Au [J]. *Philosophical Magazine A*, 1997, 76(6):1119-1138.
- [10] Sutton M A, Li N, Garcia D, et al. Metrology in a scanning electron microscope: Theoretical developments and experimental validation[J]. *Measurement Science and Technology*, 2006, 17(10):2613-2622.
- [11] Schreier H W, Garcia D, Sutton M A. Advances in light microscope stereo vision[J]. *Experimental Mechanics*, 2004, 44(3):278-288.

A method for calibrating the distortion of microscope lens

QIAN Lei, WU Dan*

(Faculty of Mechanical Engineering & Mechanics, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: This paper proposes a method to calibrate the image distortion of an optical microscope. By employing a high-precision grating as a reference, this method uses the microscope to shoot the grating as the deformed grating, and uses the windowed Fourier geometric phase analysis method (WFT-GPA) to solve the grating deformation, and finally obtains the distortion field of the microscope lens. Simulation results verify the feasibility of the method. Finally, the lens distortion of the KEYENCE VHX-1000 digital microscope at 100–500 times magnification is calibrated.

Key words: lens distortion; windowed Fourier geometric phase analysis; grating; optical microscope

(责任编辑 史小丽)